DOI:10.11705/j. issn. 1672 - 643X. 2022. 05. 15

静水条件下垂直圆管负浮力射流的数值模拟

胡玉珊1,张仁贡2,孙灿3,郑福祥3,王盛4,尹则高3

(1. 浙江同济科技职业学院,浙江 杭州 311231; 2. 浙江禹贡信息科技有限公司,浙江 杭州 310000; 3. 中国海洋大学 工程学院,山东 青岛 266100; 4. 中交疏浚技术装备国家工程研究中心有限公司,上海 201208)

摘 要:建立了静水条件下垂直圆管负浮力射流的三维水动力数学模型和物理模型,两者的无量纲垂向速度吻合较好;对静水条件下垂直圆管负浮力射流的水动力特性进行了研究。结果表明:随着射流初始速度的增加,射流初始密度和喷口直径的减小,射流最大上升高度和稳态高度均增加。射流初始速度和射流初始密度对最大上升高度时刻中轴线垂向速度衰减早晚和衰减率的影响不大;随着射流初始密度的增加,稳态高度时刻的射流中轴线上垂向速度衰减较晚,衰减率增加;射流量一定时,随着喷口直径的增加,最大上升高度时刻和稳态高度时刻射流中轴线上垂向流速衰减较早,衰减率减小。分别建立了密度弗劳德数表达的无量纲最大上升高度和稳态高度线性关系式;本研究中射流最大上升高度和稳态高度比值趋近于常数1.52,与密度弗劳德数基本无关。研究结果可以为静水条件下垂直圆管负浮力射流的设计和工程应用提供一定的参考依据。

关键词:静水;垂直圆管;负浮力射流;射流高度;中轴线垂向速度;密度弗劳德数

中图分类号:TV132 + .1

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2022)05-0124-07

Numerical simulation of the vertical jet in circular pipe with negative buoyant effect in still water

HU Yushan¹, ZHANG Rengong², SUN Can³, ZHENG Fuxiang³, WANG Sheng⁴, YIN Zegao³
(1. Zhejiang Tongji Vocational College of Science and Technology, Hangzhou 311231, China; 2. Zhejiang Yugong Information Technology Co., Ltd., Hangzhou 310000, China; 3. College of Engineering, Ocean University of China, Qingdao 266100, China; 4. CCCC National Engineering Research Center of Dredging Co., Ltd., Shanghai 201208, China)

Abstract: A three-dimensional hydrodynamic mathematical model and physical experiment of the vertical jet in circular pipe with negative buoyant effect was conducted in still water, and the calculated non-dimensional vertical velocity of the model was in good agreement with that of the experiment. Then, the hydrodynamic characteristics of the negative buoyant jet was analyzed accordingly. The results showed that with the increase of the initial jet velocity and the decrease of the initial jet density and the nozzle exit diameter, the maximum rising height and the steady height increased; however, the initial jet velocity and initial jet density had insignificant influence on the time and rate of the vertical velocity decay at the central line. With the increase of the initial jet density, the vertical velocity decay at the central line tended to arrive late and the decay rate increased; whereas it happened early and the rate decreased at the moment of both maximum rising height and steady height with the increase of the nozzle exit diameter for the scenario of steady height. Based on the findings, the density Froude number was used to obtain the dimensionless linear relationship formulas for predicting the maximum rising height and the steady height respectively. The ratio of the maximum rising height to the steady height was close to the constant of 1.52, which was roughly independent of the density Froude number. The research aims to shed some light on the design and engineering application of the vertical jet with negative buoyant effect in still water.

Key words: still water; vertical circular pipe; negative buoyant jet; jet height; vertical velocity at the

收稿日期:2021-09-10; 修回日期:2022-04-29

基金项目:国家自然科学基金项目(51579229)

作者简介:胡玉珊(1979-),女,江西萍乡人,硕士,讲师,主要从事水环境研究。

通讯作者: 尹则高(1977 -), 男, 山东青州人, 博士, 教授, 主要从事水动力学方向的研究。

central line; density Froude number

1 研究背景

负浮力射流是自然界和水利工程中常见的复杂 水动力现象,例如污水在近海海域的排放。其主要 运动特点是射流流体同时受到浮力和初始动量的双 重影响,且二者作用方向相反[1-2]。近年来,国内外 诸多学者对射流的机理和行为进行了大量分析和研 究。理论分析方面,Priestley^[3]、Hirst^[4]、槐文信等^[5] 假设高斯流速分布和线性卷吸率,结合整个流场的 对称性,研究了静水环境下各种射流的时均特征; Lee 等[6] 建立了热平流下单孔射流的高斯 - 涡积分 模型,模型预测结果与试验结果吻合较好。物理试 验方面,李晶金等^[7]利用粒子图像测速技术(particle image velocimetry, PIV)得到了负浮力射流在均 匀环境水体下的最大上升高度,并给出了无量纲最 大上升高度的表达式;李琼[8]研究了均匀和分层环 境流体中负浮力射流的运动规律,揭示了负浮力射 流流动行为规律和卷吸特性; Milton - Mcgurk 等[9] 利用 PIV 技术和平面激光诱导荧光技术(planner laser induced fluorescence, PLIF) 分别观测了射流流 体的速度和浓度的沿程衰减过程,发现负浮力射流 的卷吸系数小于纯水射流的卷吸系数; Burridge 等[10] 发现负浮力射流的稳态高度在大尺度涡旋的 影响下会发生波动; Abessi 等[11] 给出了不同倾角下 负浮力射流的稀释度公式;张玉玲等[12]采用 PIV 技 术和 PLIF 技术对波流环境下多孔垂向射流近区的 速度场和浓度场进行了测量,对比分析了不同波浪 条件下射流运动轨迹、速度场、浓度场及涡量场特 性,重点探讨了波流和纯流环境下射流运动特性的 差异以及波浪作用对多孔射流发展的影响;丁宏伟 等[13] 利用 PIV 技术对静水环境下双孔浮射流的速 度场进行了测量,得到了轴线垂向速度的沿程分布。 数值模拟方面,李蒙等[14]采用大涡数学模型对横流 环境下正弦振荡射流进行了三维模拟,分析了非振 荡射流与振荡射流运动特性和稀释规律的差异,并 探讨了振荡参数对射流的影响;袁丽蓉[15]建立了静 水环境中垂向圆形射流的三维各向异性紊流模型, 分析了射流轴线速度和浓度衰减的规律; 尹则高 等[16]分析了垂直圆管射流流体扩散特征,研究了规 则波对负浮力射流三维时均速度以及瞬时浓度的影 响,并得到了不同波参数下的中轴线射流垂向速度 的沿程衰减规律;张松磊等[17]运用 Fluent 软件对非 静态环境中的负浮力射流进行了模拟和研究,得到 了不同时刻的水流流态图以及整个流动过程的流线分布图;Ardalan 等^[18]开展了静水环境下倾斜射流的数值模拟,发现稀释度与密度弗劳德数的比值可表达为射流初始浮力的二次函数;方神光等^[19]对静水中正方形孔口浮力射流特性进行了研究,给出了处于自相似区内射流中轴线上的浓度分布和温度分布;谌霞等^[20]建立了三维泥沙和盐度输移扩散的RNG $k-\varepsilon$ 紊流模型,该模型考虑了泥沙和盐度引起的浮力射流影响,利用该模型对低盐度含沙水流排入某海域后的水力特性以及盐度和含沙量扩散对环境水体的影响进行了模拟预测。

本文建立了静水条件下垂直圆管负浮力射流的 三维水动力数学模型和室内物理试验模型,利用物 理模型试验观测的垂向速度对数学模型可靠性进行 了验证,进而探讨了射流初始速度、初始密度、喷口 直径和密度弗劳德数对负浮力射流最大上升高度、 稳态高度和中轴线垂向速度的影响,可以为工程应 用提供参考依据。

2 三维水动力数学模型

2.1 控制方程

本文基于 FLOW – 3D 软件,利用考虑密度变化的连续性方程、Reynolds 时均 N – S 方程、RNG k – ε 湍流模型建立了静水条件下垂直圆管负浮力射流三维水动力数学模型,并利用 VOF(volume of fluid)方法进行自由液面的位置捕捉,具体的方程形式可参见文献[16]。

2.2 初始和边界条件

数值模拟在静水水槽内展开,计算开始前设定 静水部分水体体积分数为1;水槽底板和边壁均为 墙边界条件;基于质量动量法生成负浮力射流源项, 具体步骤可参见文献[16],本文不再赘述。

3 物理模型试验及数学模型验证

3.1 物理模型试验

在中国海洋大学长 25.0 m、宽 1.0 m、高 1.2 m 的水槽中进行室内物理模型试验,设水槽长为 x 方向,宽为 y 方向,高为 z 方向。试验静水深 d=0.6 m,射流喷口距离水槽造波端和底板分别为 10.0 和0.1 m,喷口内径 D=0.015 m,定义射流喷口圆形中心为坐标原点。利用进水管安装的 CN=8300 型水泵将水箱中密度为 $\rho_i=1050$ kg/m³ 的盐水垂直射人

密度为 ρ_a = 1000 kg/m³ 的清水中。在进水管上安装流量计进行射流盐水流量监测,同时采用 ADV (acoustic Doppler velocimetry)测量典型测点流速。物理模型试验布置如图 1 所示。

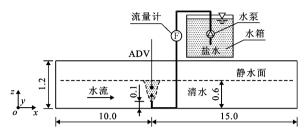


图 1 物理模型试验布置示意图(单位:m)

3.2 数学模型验证

图 2(a)给出了射流初始速度 w_j =1.57 m/s, D = 0.015 m, ρ_j = 1050 kg/m³ 工况的无量纲垂向速度 w_0/w_j 的验证,其中 w_0 为中轴线上射流垂向速度。图 2 (b)为距离喷口不同位置剖面水平线上 w/w_0 分布,其中 w 为流场中某一点的平均垂向速度。由图 2 可知,数学模型计算结果与物理模型试验数据基本吻合。

4 结果分析与讨论

4.1 数值模拟工况

利用验证后的数学模型,对不同射流初始速度、

初始密度和喷口直径下负浮力射流水动力特性进行探究,具体工况见表 1,其中静水深 d=0.6 m,静止清水密度 $\rho_a=1000$ kg/m³。

4.2 射流场 ρ/ρ 值分布

图 3 给出了射流初始速度 $w_i = 1.40 \text{ m/s}$ 、初始 射流密度 $\rho_i = 1050 \text{ kg/m}^3$ 、射流喷口直径D = 0.015m 工况下,不同时刻 xoz 剖面上流体密度与清水密 度的比值 ρ/ρ_a 分布。由图 $3(a) \sim 3(e)$ 可知,射流 主体垂直进入环境水体后,不断减速上升到最大上 升高度 Z_m ,射流流体在中轴线两侧呈对称分布,以 倒锥形向外扩展;整个上升过程中,射流主体边缘和 顶部的密度比值不断减小,这是由于射流主体的运 动会带动周围水体的运动,促进周围水体与射流流 体掺混。到达最大上升高度后,射流顶端流体在负 浮力作用下开始下降,但下降动量被黏性效应抑制, 在射流上部形成了弥散的云状结构。由图3(f)~ 3(i)可以发现,重力作用下弥散的云状结构缓慢下 降,并与周围水体混合,云状结构逐渐消失。随后, 在射流主体两侧形成对称的下降流,射流主体坍塌, 射流高度降低并保持到一个稳态高度 Z_{ss} 。其他工况 的 xoz 剖面上射流流体的分布也都有类似的规律, 只是在射流初始速度和初始密度不同的工况下,射 流主体的最大上升高度和稳态高度不同。

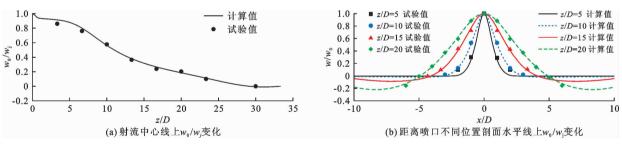


图 2 垂直圆管负浮力射流的无量纲垂向速度验证

表 1 数值模拟工况表

射流初始速度 w_j /($m \cdot s^{-1}$)	初始射流密度 $ ho_{ m j}/({ m kg\cdot m}^{-3})$	射流喷口直径 D/m
1.00,1.10,1.20,1.30,1.40,1.50	1030,1040,1050,1060,1070	0.014,0.015,0.016

4.3 射流初始速度 w_1 对 w_0 的影响

图 4(a)和 4(b)分别给出了不同 w_j 条件下最大上升高度时刻和稳态高度时刻 w_0 的沿程变化,其中 $\rho_j=1050~{\rm kg/m}^3$, $D=0.015~{\rm m}$ 。由图 4(a)可知,当 $z<0.075~{\rm m}(5.0D)$ 时,不同工况中轴线上的 w_0 衰减不大,这是由于此区域受射流初始动量的影响较大,浮力影响相对较小,同时射流流体与环境水体之间的黏性效应对 w_0 的衰减影响较小;当 $z>0.075~{\rm m}(5.0D)$

时,射流初始动量的影响减弱,浮力的影响逐渐增强,中轴线上 w_0 衰减趋势加快。由于各工况射流初始密度相同,浮力的影响差别不大, w_0 衰减趋势也基本一致。随着 w_i 从 1.0 m/s 增加到 1.5 m/s,射流初始动量不断增加,射流最大上升高度由 0.31 m 增加到 0.50 m。图 4(b) 给出的稳态高度时刻 w_0 沿射流中轴线变化规律与图 4(a) 相似;喷口断面上的 w_0 数值与 w_i 基本相等;随着远离喷口,稳态高度时刻的 w_0 值显著降

低;随着 w_j 由1.0 m/s增加到1.5 m/s,射流的稳态高度由0.19 m增加到0.35 m。

图 4(c) 和 4(d) 分别给出了最大上升高度时刻和稳态高度时刻射流中轴线上 w_0/w_j 与z/D关系。当z<5.0D时,射流受初始动量的影响较大,数据相对分散,规律性较差;这里只给出了z>5.0D 区域内,浮力占主导作用区域内的数据。 w_0/w_j 沿z/D 的衰减可用下列经验公式来描述:

$$\frac{w_0}{w_j} = B\left(\frac{z}{D}\right)^n \tag{1}$$

式中:B 和 n 为衰减系数和衰减指数。

由图4(c) 可以看出,各拟合曲线衰减系数B值介于 $8.35 \sim 9.83$ 之间,n值介于 $-1.42 \sim -1.25$ 之

间,变化幅度相对较小,说明射流初始速度 w_j 对最大上升高度时刻的垂向速度衰减早晚和衰减率的影响有限。与文献[16]得到的 B 值和平均n 值相比,本文最大上升高度时刻的 B 值较小,n 值较大,说明静水条件下垂直圆管负浮力射流中轴线上垂向速度衰减较早,衰减率较小。由图 4(d) 可以看出,随着 w_j 从 1.0 m/s 增加到 1.5 m/s,拟合曲线的 B 值从 25.86减小至 7.95,n 值则从 -2.15 增大至 -1.23,说明稳态高度时刻射流中轴线上垂向速度衰减较早,衰减率减小。图 4(c) 和 4(d) 给出的 n 值均小于文献[21] 给出规则波工况下纯水射流的 n 值 -1.07,说明稳态高度时刻射流中轴上垂向速度的衰减率大于规则波作用下纯水射流的对应值。

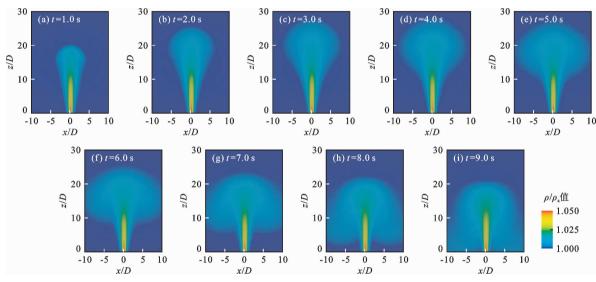


图 3 xoz 剖面上不同时刻流体密度与清水密度比值 ρ/ρ_a 分布 $(\rho_i = 1050 \text{ kg/m}^3, w_i = 1.40 \text{ m/s}, D = 0.015 \text{ m})$

4.4 射流初始密度 ρ_i 对 w_0 的影响

图 5(a)和 5(b)分别给出了不同 ρ_j 条件下最大上升高度时刻和稳态高度时刻 w_0 的沿程变化,其中 $w_j=1.30~\text{m/s}$,D=0.015~m。由图 5(a)可知,射流到达最大上升高度时刻, w_0 沿程分布可近似分为 3 段:z<0.075~m(5.0D)时,射流初始动量作用较大,浮力作用相对较小,不同工况中轴线上 w_0 衰减趋势均较缓;0.075~m(5.0D)<z<0.180~m(12.0D)时,浮力作用逐渐增强, w_0 衰减加快,但射流初始动量的影响仍相对较大,不同工况 w_0 分布开始出现差异;z>0.180~m(12.0D)时,射流初始动量的作用进一步减弱,浮力对射流的作用开始占据主导地位,导致 w_0 分布出现明显差异;并且随着远离喷口,不同工况速度分布差异增加。随着射流初始密度由 $1.030~\text{kg/m}^3$ 增加到 $1.070~\text{kg/m}^3$,射流最大上升高度由0.50~m降低到0.33~m。图 5(b)给出稳态高度时刻的 w_0 沿射流中

轴线变化规律与图 5(a) 相似; 喷口位置上的 w_0 数值 与 w_i 基本相等; 随着远离喷口, 稳态高度时刻的 w_0 值显著减小; 随着 ρ_i 从 1 030 kg/m³ 增加到 1 070 kg/m³,射流稳态高度由 0.38 m 降低到 0.28 m。

图 5(c) 和 5(d) 分别给出了 z > 5.0D 范围内最大上升高度时刻和稳态高度时刻射流中轴线上 w_0/w_1 与 z/D 关系。由图 5(c) 可以看出,各拟合曲线衰减系数 B 值介于 $7.57 \sim 8.88$ 之间,n 值介于 $-1.29 \sim -1.19$ 之间,变化幅度相对较小,说明射流初始密度 ρ_1 对最大上升高度时刻的垂向速度衰减早晚和衰减率的影响不大。由图 5(d) 可以看出,随着 ρ_1 从 1030 kg/m³ 增加到 1070 kg/m³,稳态高度时刻拟合曲线的 B 值从 7.79 增加到 16.84,n 值则从 -1.21 减小到 -1.77,说明此时射流中轴线上垂向速度衰减较晚,衰减率增加。与文献 [16] 得到的平均 n 值相比,本文最大上升高度时刻和稳态高度时

刻的 n 值均较大,说明静水条件下垂直圆管负浮力 射流中轴线上垂向速度衰减率较小。

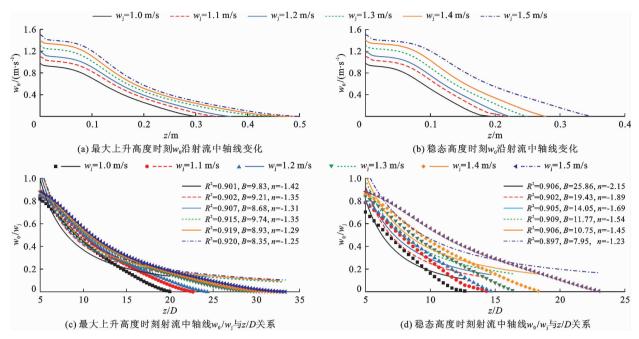


图 4 不同 w_i 条件下射流中轴线上垂向速度 w_0 沿程变化($\rho_i = 1.050 \text{ kg/m}^3$, D = 0.015 m)

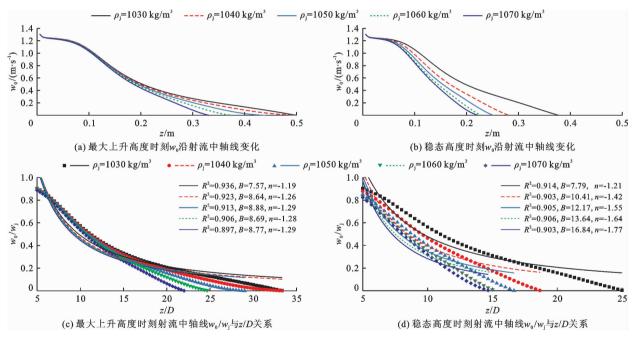


图 5 不同 ρ_i 条件下射流中轴线上垂向速度 w_0 沿程变化 ($w_i = 1.30 \text{ m/s}, D = 0.015 \text{ m}$)

4.5 射流喷口直径 D 对 w_0 的影响

图 6(a)和 6(b)分别给出了不同喷口直径 D 条件下最大上升高度时刻和稳态高度时刻 w_0 的沿程变化,其中 $\rho_j=1050~{\rm kg/m}^3$,且射流流量保持恒定,均为 $0.277~{\rm L/s}$ 。由图 6(a) 和 6(b) 可知,随着喷口直径 D 的增加,射流中轴线上 w_0 相应减小。随着喷口直径 D 由 $0.014~{\rm m}$ 增加到 $0.016~{\rm m}$,射流最大上升高度由 $0.50~{\rm m}$ 降低至 $0.42~{\rm m}$,射流稳态高度由 $0.50~{\rm m}$

m 降低至0.25 m。

图 6(c) 和 6(d) 分别给出了 z > 5.0D 范围内最大上升高度时刻和稳态高度时刻射流中轴线上 w_0/w_1 与 z/D 关系。由图 6(c) 和 6(d) 可知,随着 D 从 0.016 m减小至 0.014 m,最大上升高度时刻拟合曲线的 B 值从 8.76 降低到 6.27,,值则从 -1.29 增加到 -1.07;稳态高度时刻拟合曲线的 B 值从 14.36 降低到 15.20 净 15.20 升 15.20 净 15.20 升 15.2

较早,衰减率减小。与文献[16]得到的平均n值相比,本文最大上升高度时刻和稳态高度时刻的n值

均较大,说明静水条件下垂直圆管负浮力射流中轴 线上垂向速度衰减率较小。

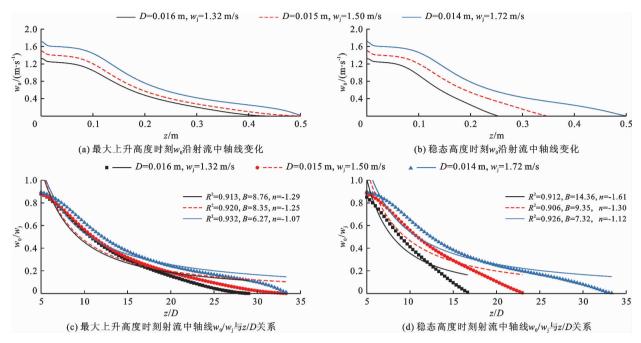


图 6 不同 D 条件下射流中轴线上 w_0 沿程变化 $(\rho_i = 1050 \text{ kg/m}^3)$

4.6 密度弗劳德数的影响

根据前人试验和计算分析,可利用射流流量 $Q_j(Q_j \propto w_j D^2)$ 、射流初始动量 $M_0(M_0 \propto w_j^2 D^2)$ 和浮力通量 $B_0(B_0 \propto w_j D^2 g')$ 表征静水条件下浮力射流的主要影响因素,其中 $g' = \frac{\rho - \rho_a}{\rho_a} g_o$ Turner ^[22] 指出静水条件下浮力射流的最大上升高度与射流初始动量及浮力通量密切相关,即:

$$Z_{\rm m} \propto M_0^{3/4}/B_0^{1/2} \propto D^{1/2} w_{\rm j}/(g')^{1/2} = D \cdot Fr$$
 (2)
式中:密度弗劳德数 $Fr = \frac{w_{\rm j}}{\sqrt{Dg'}}$ 。

图 7 给出了射流无量纲最大上升高度 $Z_{\rm m}/D$ 和无量纲稳态高度 $Z_{\rm ss}/D$ 与密度弗劳德数 Fr 的关系以及拟合直线,其中 $Z_{\rm m}$ 和 $Z_{\rm ss}$ 分别为射流最大上升高度和稳态高度。由图 7 可以看出,在本文密度弗劳德数研究范围内($10 < F_r < 25$), $Z_{\rm m}/D$ 和 $Z_{\rm ss}/D$ 与 Fr 均呈线性正相关关系($Z_{\rm m}/D = 2.01Fr$; $Z_{\rm ss}/D = 1.35Fr$),且相关系数均较高,分别为 0.994 和 0.993。另外, $Z_{\rm m}/D$ 大约为 $Z_{\rm ss}/D$ 的 1.49 倍,即射流稳态高度约为最大上升高度的 2/3。

图 8 为射流最大上升高度与稳态高度的比值 $\lambda(\lambda = Z_{\text{m}}/Z_{\text{ss}})$ 与密度弗劳德数 Fr 的关系。由图 8 可知, λ 与 Fr 基本无关。图 8 中方形点为 Burridge 等[10] 给出 $0.4 \leq Fr \leq 45$ 范围内的试验数据,其拟

合直线表达式为 $\lambda = 1.43$, 与密度弗劳德数 Fr 无关。圆形点为 $10 \le Fr \le 23$ 范围内本研究的数值计算值,对其进行拟合得到 $\lambda = 1.52$,略大于 Burridge 等^[10] 给出的 $\lambda = 1.43$ 。原因是由于 Fr < 6.5 范围内,Burridge 等^[10]给出的 λ 值很大一部分小于 1 而引起的。

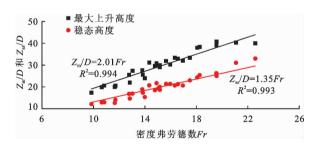


图 7 无量纲最大上升高度 Z_{m}/D 及稳态高度 Z_{ss}/D 与密度弗劳德数 Fr 的关系

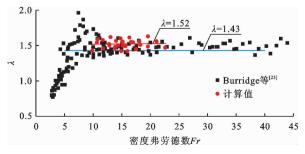


图 8 最大上升高度与稳态高度比值 λ 与密度弗劳德数 Fr 关系

5 结 论

基于数值模拟等方法,对静水条件下垂直圆管 负浮力射流特性进行研究,得到以下结论:

- (1)随着射流初始速度的增加,射流初始密度 的降低和喷口直径的减小,射流最大上升高度和稳 态高度均增加。
- (2)静水条件下,射流初始速度和射流初始密度对最大上升高度时刻的中轴线垂向速度衰减早晚和衰减率的影响不大;随着射流初始密度的增加,稳态高度时刻的射流中轴线上垂向速度衰减较晚,衰减率增加;垂直圆管负浮力射流量一定时,随着喷口直径的增加,最大上升高度时刻和稳态高度时刻射流中轴线上垂向流速衰减较早,衰减率减小。与规则波作用下的垂直圆管负浮力射流相比,本研究中最大上升高度时刻射流中轴线上垂向速度衰减较早,衰减率也较小;与规则波工况下的纯水射流相比,本研究中稳态高度时刻射流中轴上垂向速度衰减率相对较大。
- (3)建立了密度弗劳德数表达的无量纲最大上 升高度和稳态高度线性关系式;发现本研究中射流 最大上升高度和稳态高度比值趋近于常数 1.52,与 密度弗劳德数基本无关。需要指出的是,为研究方 便,本文静水深均取 0.6 m,导致喷口直径较小和射 流初始速度工况下的最大上升高度和稳态高度基本 相等,未出现较大静水深条件下前者大于后者的现 象。因此,下一步需要深入研究不同水深对负浮力 射流上升高度的复杂影响,并阐明其影响规律。

参考文献:

- [1] 徐振山,陈永平,张长宽. 海岸动力环境下射流运动研究 综述[J]. 水科学进展,2012,23(3):438-444.
- [2] 岳青华,王玲玲. 浮力射流研究进展[C]//唐洪武,李桂芬,王连祥. 第三届全国水力学与水利信息学大会论文集. 南京:河海大学出版社,2007.
- [3] PRIESTLEY C H B. A working theory of the bent-over plume of hot gas[J]. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 2010, 82(352): 165-176.
- [4] HIRST E A. Analysis of round, turbulent, buoyant jets discharged to flowing stratified ambients [M]. United States: University of Michigan Library Repository, 1971.
- [5] 槐文信,李 炜. 静止环境中倾斜浮力射流[J]. 武汉水利 电力学院学报,1991,24(5):489-494.
- [6] LEE J, SEO I W. Numerical simulation of advected ther-

- mal using Gaussian-vortex model [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126(10): 1098 1106.
- [7] 李晶金,高文峰,李琼,等.处于过渡区的圆形负浮力射流最大射流高度的 PIV 实验分析[J].云南师范大学学报(自然科学版),2021,41(4);7-13.
- [8] 李 琼. 负浮力射流流动行为及其在热分层水箱中的掺混特性研究[D]. 昆明:云南师范大学,2021.
- [9] MILTON MCGURK L, WILLIAMSON N, ARMFIELD S W, et al. Experimental investigation into turbulent negatively buoyant jets using combined PIV and PLIF measurements[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2020, 82: 108561.
- [10] BURRIDGE H C, HUNT G R. The rise heights of low-and high-Froude-number turbulent axisymmetric fountains [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2012, 691: 392 –416.
- [11] ABESSI O, ROBERTS P J W. Dense jet discharges in shallow water [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2016, 142(1): 04015033.
- [12] 张玉玲,徐振山,陈永平,等. 波流环境下多孔射流运动和稀释特性试验[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2019.47(1):71-78.
- [13] 丁宏伟,杨全义,徐振山,等.波流环境下双孔浮射流运动特性[J].河海大学学报(自然科学版),2019,47 (2);183-188.
- [14] 李 蒙,徐振山,陈永平. 横流环境下振荡射流三维数值模拟[J]. 河海大学学报(自然科学版),2022,50(2):54-60.
- [15] 袁丽蓉. 波流环境中垂向紊动射流的数值模拟研究 [D]. 大连:大连理工大学,2006.
- [16] 尹则高,王 盛,孙 灿. 规则波作用下垂直圆管负浮力射流的数值模拟[J]. 水科学进展,2021,32(5);780-790.
- [17] 张松磊,王艳华,周建旭,等. 非静态环境中负浮力射流模拟研究[J]. 人民黄河,2014,36(11):117-118+134.
- [18] ARDALAN H, VAFAEI F. CFD and experimental study of 45° inclined thermal-saline reversible buoyant jets in stationary ambient [J]. Environmental Processes, 2019, 6: 219-239.
- [19] 方神光,槐文信.静水中正方形孔口浮力射流特性的研究 [J].应用基础与工程科学学报,2004,12(4):361-369.
- [20] 谌 霞,严忠銮,黄菊萍,等. 含沙水流深层排放入海的 浮力射流模拟[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2016,48(6):83-89.
- [21] 周 丰. 动水环境中射流特性的实验和数值模拟研究 [D]. 大连:大连理工大学,2007.
- [22] TURNER J S. Jets and plumes with negative or reversing buoyancy [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1966, 26 (4): 779-792.