

斜向进水消力井水力特性模拟研究

焦萱, 邱勇, 龚爱民, 张华群

(云南农业大学水利学院, 云南昆明 650201)

摘要: 水利水电工程中的泄水建筑物出口往往正冲河道, 圆形消力井可以很好地适应山区峡谷地形条件的变化, 使下泄水流平顺归河。针对一定纵坡条件下, 尾水出口与泄槽轴线呈非对称正交的圆形消力井内复杂的水力特性问题, 采用有限域数值模拟计算的方法对比验证并补充了物理模型试验成果, 进一步开展了沿空间射流方向的相关水力要素机理分析。研究表明: 消力井内水流流态依次呈平面横向紊动扩散自由射流、主流动力自相似淹没射流和冲击射流、近壁面附着扩散旋滚水跃 3 个临界雷诺数分区演变过程; 沿程最大流速变化符合试验半经验公式拟合规律且近似呈平面扩散分布; 水体压强结构特征可分解为水平轴对称及竖直变幅下的叠加分布。

关键词: 圆形消力井; 水力特性; 斜向进水; 侧向泄水; 数值模拟

中图分类号: TV135.2

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2021)04-0164-08

Numerical simulation study on hydraulic characteristics of inclined inflow stilling wells

JIAO Xuan, QIU Yong, GONG Aimin, ZHANG Huaqun

(College of Water Conservancy, Yunnan Agricultural University, Kunming 650201, China)

Abstract: In water conservancy projects, the outlet of the discharging structure is often built to face the channel river. In order to make the tail water flow smoothly to the river, a circular stilling well is always built to adapt to the terrain condition changes of mountains and canyons. Aiming at the complex hydraulic characteristics of the stilling wells where the tailwater outlet and the chute axis are asymmetrically orthogonal under certain longitudinal slope conditions, the finite field numerical simulation method was used to compare and verify the mechanical results of the short series experiment supplemented with the results of physical model test. Then the mechanism of related hydraulic elements along the direction of the space jet was analyzed. The research shows that the flow pattern of the water flow in the well experienced the evolution process of three critical Reynolds number partitions, namely from plane transverse turbulent diffusion free jet to mainstream dynamic self-similar submerged jet to impinging jet and near-wall adhesive diffusion whirling water jump. The change of the maximum flow velocity in the process was consistent with the calculation result of the semi-empirical formula and showed an approximate plane diffusion distribution. The structural characteristics of the water body pressure can be decomposed into the superimposed distribution under horizontal axis symmetry and vertical amplitude.

Key words: circular stilling well; hydraulic characteristics; inclined water intake; lateral discharge; numerical simulation

1 研究背景

水利水电工程中泄水建筑物传统的消能方式(如底流消能、挑流消能、面流消能等)与地形、生态

之间的矛盾日渐凸显,使得消能防冲技术逐渐由大面积水流冲击作用的外消能方式改为局部耐受的内消能方式^[1]。

消力井的理念最先由郭子中^[2]在 20 世纪 80 年

收稿日期:2020-11-14; 修回日期:2021-03-02

基金项目:云南省教育厅科学研究基金项目(2018Y068)

作者简介:焦萱(1994-),男,陕西西安人,硕士研究生,研究方向为工程水力学。

通讯作者:邱勇(1971-),男,云南会泽人,硕士,教授,硕士生导师,研究方向为工程水力学。

倍,局部2倍),其网格剖分方案见表1,消力井关键计算域网格剖分见图2。网格质量评判标准参考 Jacoby 阵列比值和最小节点单元体积,前者各积分节点比值均匀且无负值表现,均高于非物理畸变度量0.8;后者无反立方体积及退化分辨边长,满足不合容忍限度值;单元整体背离理想形状程度较小,映射网格非物理性存储质量较好。

表1 网格剖分方案

泄槽纵坡 i	各方案网格数量 N			
1: 1.5	451224	638031	902177	1275678

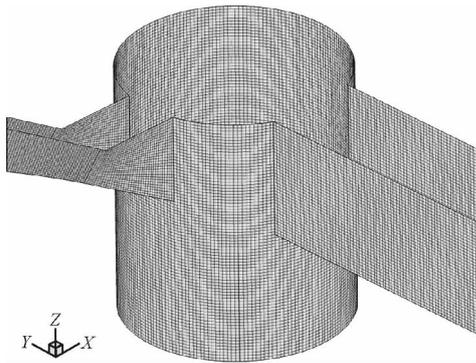


图2 消力井关键计算域网格剖分示意图

2.3 水动力数理模型

考虑到消力井内流体平均自由程远远小于消力井的特征尺寸,满足连续介质函数分析法假设。由 Bradshaw 假定结合湍流研究目的,选择雷诺模拟法和各态遍历定理对流场中相关随机变量进行数理统计,建立雷诺应力封闭方程组并进行数值求解。

2.3.1 控制方程组 掺气影响下的域内水流输运属于特征明显的水-气多相介质流,不同连续介质输运受控于应用 Euler-Euler 法的各自质量、能量和动量守恒方程,进而对 Boussinesq 假定下的 $N-S$ 方程采用法向约束通量作零的系综平均,并优选 $k-\varepsilon$ 两方程模式进行各向异性的侧向分离输运统计演化,得到三维渐近准则下的柱坐标雷诺应力方程组,并选用经验模式常数^[28],其通式如下:

$$\frac{\partial}{\partial X}(\rho r U \phi) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho r V \phi) = \frac{\partial}{\partial X} \left(r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + r S_{\phi} \quad (1)$$

式中: ρ 为体积分加权平均密度, kg/m^3 ; ϕ 为通用变量; Γ_{ϕ} 为 ϕ 的扩散系数; U 和 V 分别为纵向轴(X 方向)和径向轴(r 方向)的速度分量, m/s ; S_{ϕ} 为源项。

比较目前常用的自由表面追踪方法,VOF法既

有MAC法和标高函数法的优势,同时也修正了内存多、耗时久及坐标多值函数处理的问题。引入流场体积函数 F ,对应网格单元中具有相同的水、气特性张量场,其中与计算域填满介质气、含有水气介质界面及填满水介质相映射的3类状态依次为: $F=0$ 、 $0 \leq F \leq 1$ 、 $F=1$,体积占比的算法平均表示其他水、气共存的不详量和特性参量。界面追踪即凭借该线性方程的梯度解析来进行几何重建并确定相应的对流过界位置,表示为^[28]:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left[\frac{\partial (F A_X u)}{\partial X} + \frac{\partial (F A_Y v)}{\partial Y} + \frac{\partial (F A_Z w)}{\partial Z} \right] = 0 \quad (2)$$

式中: u, v, w 为不同方向的速度分量, m/s ; V_F, A_X, A_Y, A_Z 为单位体积函数不同要素表征。

2.3.2 计算条件及算法设置 连续介质假设状态流动(考虑压强及温度叠加作用,参考流体动力学表征标准 $Ma < 0.3$)用非恒定流逼近恒定流稳定解的方法,域内计算条件包括初始条件和边界条件,水为主相、气为次相,各计算条件作如下处理:

(1)初始条件:求解初始时间步长水流条件由物理模型试验得到,其特征工况恒定流水位-流量关系见表2。井内预先存水与尾水渠底板平齐。

表2 恒定流水位-流量关系

上游水位 H_1	下游水位 H_2	流量 $Q/10^{-3} (\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$
0.223	0.057	12.0

(2)边界条件主要包含两类,一类是入口及顶部的本质边界条件,由水位-压强关系换算得到流速、压力等参数;另一类是出口及壁面的组合边界条件,其中出口为顺边界法向约束梯度为零的外推延展自由式出流,远场充分并与空气连通发展;壁面由牛顿内摩擦定律采用无滑移、无分离条件且近壁区黏性底层采用壁面函数法处理。以上 k, ε 值参考内流模型^[27]等效确定。

(3)算法:考虑侧向泄水正应力约束施加,计算域内不同阶数张量采用有限体积法离散,二阶迎风格式进行差分求解。时间步长参考 CFL 条件及特征尺度(流速和流向最小网格尺寸)因素分析确定,压力及速度场分离耦合考虑采用瞬态 PISO 法进行隐式迭代校正求解,压力插值格式为 PRESTO!,当单位时间步长内各离散化控制方程的标度残差均小于 10^{-3} 时渐近满足;当体系流量净值小于输运总量的 1% 并且流场监测物理量精度稳定时,即实现求解平衡状态。

2.4 模型敏感性分析

2.4.1 网格剖分无关性 根据特征工况适应性分析,控制变量时间节点取为 10 s,对应底板轴线处等间距监测 3 点坐标分别为(0.200,0.000,0.000)、

(0.000,0.000,0.000)、(-0.200,0.000,0.000)。以不同剖分方案的网格数量 N (表 1) 为自变量,选择流场物理量时均压强 P_{avg} 为因变量,对应监测结果如表 3 所示。

表 3 网格剖分不同方案底板轴线处监测点相应的时均压强 P_{avg} kPa

泄槽纵坡 i	流量/ $10^{-3} (m^3 \cdot s^{-1})$	坐标/m	各剖分方案网格数量 N			
			451224	638031	902177	1275678
1.5	12.0	(0.200,0.000,0.000)	4.194	4.543	4.812	4.959
		(0.000,0.000,0.000)	4.967	5.116	5.474	5.376
		(-0.200,0.000,0.000)	6.082	6.471	6.592	6.483

由表 3 可知,当网格剖分总数小于 8.0×10^5 时,相应监测点间时均压强值存在较大差异,但随着网格剖分数量的增加,时均压强值受影响变小且趋于稳定,综合考虑计算成本和数值计算误差,可近似认为总网格数量为 9.0×10^5 时即可满足与网格划分方案无关。

2.4.2 不同时间步长独立性 根据网格剖分无关性验证结果,取底板轴线处监测点(0.000,0.000,0.000),当时间步长 Δt 分别为 0.001、0.005 和 0.010 s 时,以时间步长 Δt 为自变量,流场物理量时均压强 P_{avg} 为因变量,不同时间步长相应的底板轴线处监测点时均压强如表 4 所示。

表 4 不同时间步长底板轴线处监测点时均压强 kPa

泄槽纵坡 i	时间步长 $\Delta t / s$		
	0.001	0.005	0.010
1.5	5.474	5.327	5.098

由表 4 可知,不同时间步长对流场物理量求解结果影响不大,且均满足模型数值分析差分格式精度限值(12%),综合考虑网格剖分方案及数值计算误差,在保证计算资源和离散稳定的前提下,尽可能采用较大的时间步长,故选取 $\Delta t = 0.010$ s。

2.4.3 定解收敛性 区别于无湍流水动力数理模型,不同流体介质在湍流部分的矢量表达各不相同且相互耦合,故定解问题的矢量光滑解对任意系统条件下的时空行为特性表达至关重要。矢量光滑解是客观物理存在的真实写照,但从理论数值分析范畴来看,它们可能并不总是存在的^[29-30]。非对称边界下湍流控制方程组主要包含质量、加速度及压力等项,由反证法假设控制方程组 $I(f)$ 对任意时空集合条件 S 无矢量光滑解 $A(A \rightarrow \infty, I(f)^n \rightarrow \infty)$,但对

有限域下运动流体质子,由能量不等式得:

$$\begin{cases} E(t') \leq r(t)E(t) + f(t) \\ r(t) \in [0, T] \end{cases} \quad (3)$$

式中: E 为能量函数; $r(t)$ 为参变函数; $f(t)$ 为组成控制方程; t' 为区别 t 的不同运动时间,s; T 为时间区间上限。

故控制方程组 $I(f)$ 对任意时空集合条件 S 无矢量光滑解 A 不成立,则有限域下,运动流体质子矢量理论加速受制于有限域且作用渐弱,即存在模型 Leary 弱解效应 M :

$$\begin{cases} I(f) = \sum a_M I'_M(f) \\ S = \text{span}_M \{I\} \end{cases} \quad (4)$$

式中: a_M 为效应参变量; span 为数学符号,即 $I'_M(f)$ 为一向量空间 M (附于 V) 的子集合。

对所选定工况的离散化控制方程状态变量 Φ ,应用文献[31]中方程尺度的谱化分析法得到网格数 $N = 902177$ 、时间步长 $\Delta t = 0.010$ s 时的弱解残差收敛轨迹^[31],如图 3 所示。

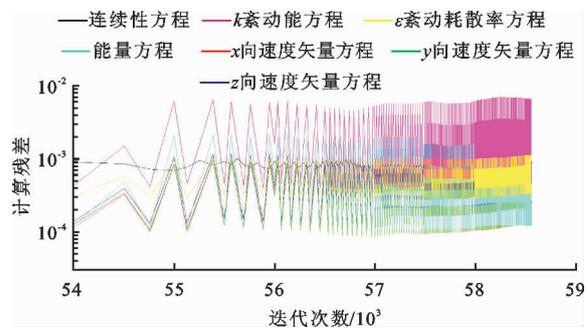


图 3 计算残差收敛轨迹

由图 3 可以看出,伴随初始条件下控制方程组中不同方程变量的设置迭代,应用模型数值计算的一致有界性较好且满足算法渐进平衡状态要求,为离散差分的最优解近似控制方程组的理论解提供了

基础,进而考虑在弱解系综平均的附加统计下,有条件地等效反求矢量光滑解函数,以实现研究问题的近似机理效应捕获描述,验证所建模型的可行性。

3 结果与分析

3.1 水流流态及转换机制

由模拟计算得到的对称进水方向特征断面(XZ面)水气多相分布数值结果见图4,图4中红色为水,蓝色为空气,水气交界面为绿色。

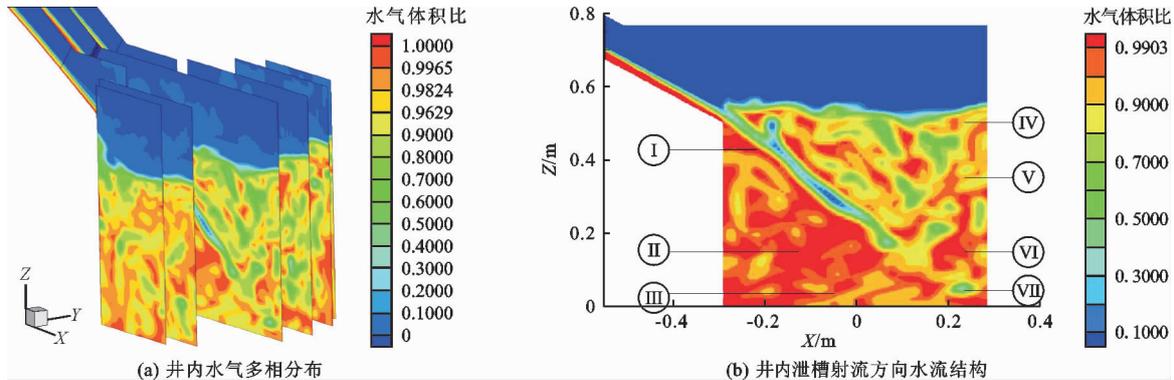


图4 消力井内水流流态及水气体积比分布云图

雷诺数是影响井内流态转换的主要因素,当雷诺数达到某一临界值时,流态即发生转换。沿程取关于射流轴线对称的近似符合动力自相似或自保持的高斯分布断面^[4],推求得到射流沿程雷诺数(Re)分布如下:

$$\left\{ \begin{aligned} Re &= \frac{\rho_a}{u_{\max} f\left(\frac{u_{\max}}{b}\right)} \left\{ \frac{1}{2\pi^{1.5} (\det C)^{1.5}} \exp\left[-\frac{X' C^{-1} X}{2\sigma^2}\right] \right\} \\ C &= \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} \\ \sigma_{XY} & \sigma_Y^2 & \sigma_{YZ} \\ \sigma_{XZ} & \sigma_{YZ} & \sigma_Z^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (5)$$

式中: ρ_a 为流场紊动水密度, kg/m^3 ; C 为关于矢量方差 σ 的参数矩阵; μ_{\max} 为射流沿程最大流速, m/s ; b 为射流扩展长度, m ; X' 为 X 轴向归化映射坐标向量矩阵, 即 $X' = U'X$, 其中 U' 为归化矩阵; X 为 X 轴向坐标向量矩阵。

由近似正态概率密度函数性质可知, 分别有概率为 68%、95%、99.7% 的数值分布在距平均值 1σ 、 2σ 、 3σ 范围内, 结合图 4 分析水流流态转换主要包括 3 个过程:

(1) 泄槽出口射流与空气边界相对运动产生平面横向紊动扩散, 受剪切、摩擦以及大量空气掺入作

由图 4(a) 可知, 水流沿泄槽段携带空气冲击下泄, 消力井内形成强紊动掺气水流, 主流在井内向四周扩散并与周围水体发生强烈剪切、摩擦、混掺, 在底部潜流及上附壁射流作用下, 形成了斜向淹没冲击射流与淹没水跃流的复合流态。井内水流结构沿射流方向可分为 7 部分(图 4(b)): 射流淹没区(I)、冲击区(VI)、上、下附壁射流区(V、VII)、底部潜流区(III)、上、下部旋滚区(IV、II), 这与文献[4]的试验研究成果是相一致的。

用所产生的絮状自由扩散射流, 以及水舌外缘随沿程边界层分离的水跃旋滚回流, 在自由面作用下发生不连续或破碎, 主流运动近似遵循平面直线扩散运动;

(2) 底部为顺时针方向完整旋滚, 上部为不连续破碎逆向旋滚, 射流流向在近壁面附近发生改变, 沿上、下边界附壁水舌内外缘分别与水体和空气接触, 在不断混掺和摩擦作用下, 产生近似淹没射流和冲击射流的附着扩散;

(3) 有限边界条件下, 射流正交各断面流量保持守恒^[4], 伴随着射流水股被下游水深淹没并与周围水体充分混掺、剪切、旋滚, 水体产生加速运动使得区域内压强降低, 冲击区附近壁面和底板水流受附着影响产生旋滚水跃。其空间各部分不同维度的演变变化方向为:

$$\begin{cases} \vec{X} \leftrightarrow \vec{Y} \leftrightarrow \vec{Z} & (C > 0) \\ \vec{X} \sim \vec{Y} \sim \vec{Z} & (C < 0) \end{cases} \quad (6)$$

3.2 流速分布及形成机理

有限域斜向进水、侧向泄水条件下, 特征工况消力井内的流速大小分布如图 5 所示。

由图 5(a) 可以直观地看出井内流场及射流沿程流速分布, 取井内与射流沿程最大流速点连线为流速矢量线, 忽略泄槽出口尚未充分发展的紊动混

掺区内射流初始段对主流位置的影响,则简化为直线。由平面射流距出口不同距离的各断面流速分布可知,随着射流断面距离泄槽出口长度的增加,射流扩展长度也对应增加,流速矢量线上的最大流速 u_{max} 沿横向和流向逐渐减小,纵向分布趋于平缓,横向分布由中间向两边递减。

沿流速矢量方向建立直角(xoy)坐标系(图 5 (b)):坐标系原点 o 位于泄槽出口面,沿淹没射流

主流方向为 x 轴,垂主流方向为 y 轴。根据紊动射流基本特征简化定常流 Reynolds 方程组,文献[4]已给出有限域射流沿程最大流速半经验公式,如公式(7)所示。

$$\frac{u_{max}}{u_0} = -5.211\left(\frac{x}{h_0}\right)^{-1} + 5.574\left(\frac{x}{h_0}\right)^{-0.5} - 0.568 \quad (7)$$

式中: x 为主流轴线上的距离, m ; h_0 为泄槽入池水深, m ; u_0 为泄槽出口断面流速, m/s 。

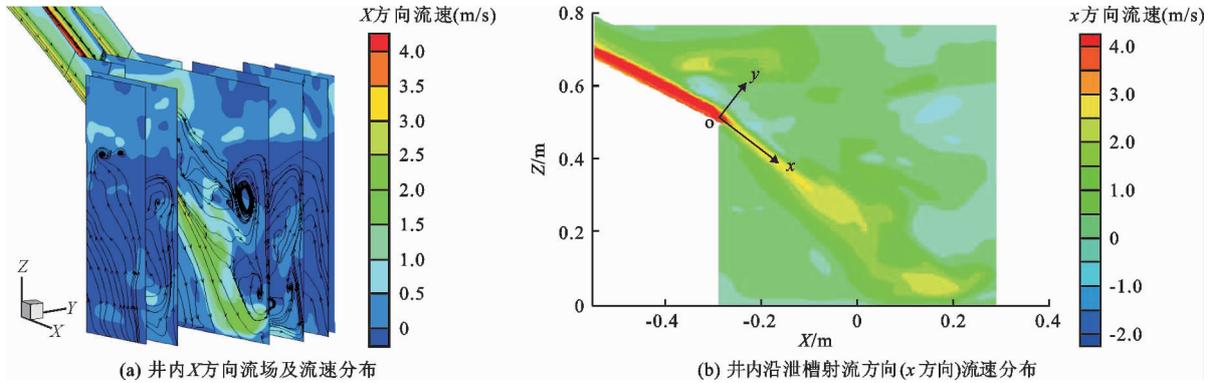


图 5 特征工况消力井内流场及流速分布云图

将有限域模型模拟的最大流速计算值与公式(7)得到的特征工况射流沿程最大流速进行对比,结果见表 5。

表 5 消力井内射流沿程最大流速计算值与公式拟合值对比分析

射程 x/m	u_{max} 模拟值/ ($m \cdot s^{-1}$)	u_{max} 公式(7)值/ ($m \cdot s^{-1}$)	绝对误差 Δ / ($m \cdot s^{-1}$)	相对误差 $\delta/\%$
0.078	4.273	4.226	0.047	1.112
0.168	2.969	2.815	0.154	5.471
0.259	2.121	2.104	0.017	0.808
0.335	1.998	1.978	0.020	1.011
0.439	1.834	1.867	-0.033	-1.768
0.529	1.666	1.657	0.009	0.543
0.619	1.185	1.160	0.025	2.155
0.698	0.332	0.317	0.015	4.732

由表 5 可知,射流沿程各点最大流速模拟值与公式(7)拟合值相比误差较小,且沿射程方向分布规律相同,即随着淹没水深的增加,射流动量沿程发生消散、转移、输运,流速逐渐减小。考虑到紊动射流是具有间歇性的复杂运动,其边界介于紊流和非紊流之间,取泄槽出口断面流速 u_0 (m/s) 为射流速度尺度,主流线上最大流速 u_{max} (m/s) 与射流扩展长度 b (m) 的比值 ω 为流速分布特征尺度,则断面量纲为 1 的沿程流速分布为:

$$\frac{u}{u_0} = \frac{u}{u_{max}} = f(\omega) \quad (8)$$

由公式(8)可看出,射流沿程流速大小分布是一族以最大流速为顶切点、流速梯度($\partial u/\partial y$)调节的平面等值曲线,近似呈平面扩散规律。在水流运动过程中,由于黏滞作用,射流与环境流体在触发面相互混掺,带动周围局部流体共同发展,沿程更多流体的卷入使得射流厚度逐渐增大,断面流速分布趋于均匀。

3.3 压强特性及分布规律

有限域斜向进水、侧向泄水条件下,特征工况消力井内的压强分布如图 6 所示。

由图 6 可以发现,泄槽末端出现压力跌落,井内压强沿井深分层逐级增加且为正压;射流近井壁附近等值线较密,压力变化较大,结合局部流态分析,其原因在于冲击区内贴壁旋滚流冲击所致。

将计算得到的消力井底板时均压强与物理模型试验量测值相对比(图 7)可以得出:物理模型试验最大压强值为 6.695 kPa,计算最大压强值为 6.692 kPa;计算值与试验值的最大误差为 9.02%;消力井底板轴线平均时均压强计算值为 5.616 kPa,与试验值 5.760 kPa 亦很接近。

为了更好地描述井内压强的分布情况,由 Helmholtz 动力学性质可知沿程断面矢量扩散不仅是伴旋滚拓扑变形运动的一种,而且在层次间面交互显著^[26]。故考虑引入参考上表面形态的不同平面位置函数,令自由水面压强分布为 P_0 (kPa),旋

滚压强为 P_w (kPa), 沿水深积分得:

$$P(X, Y, Z) = P_0 + P_w + \int_0^H \rho_a g'_0 Z dZ \quad (9)$$

式中: H 为水深, m; g'_0 为自由面重力加速度, m/s^2 ; X, Y, Z 分别为位置坐标, m。

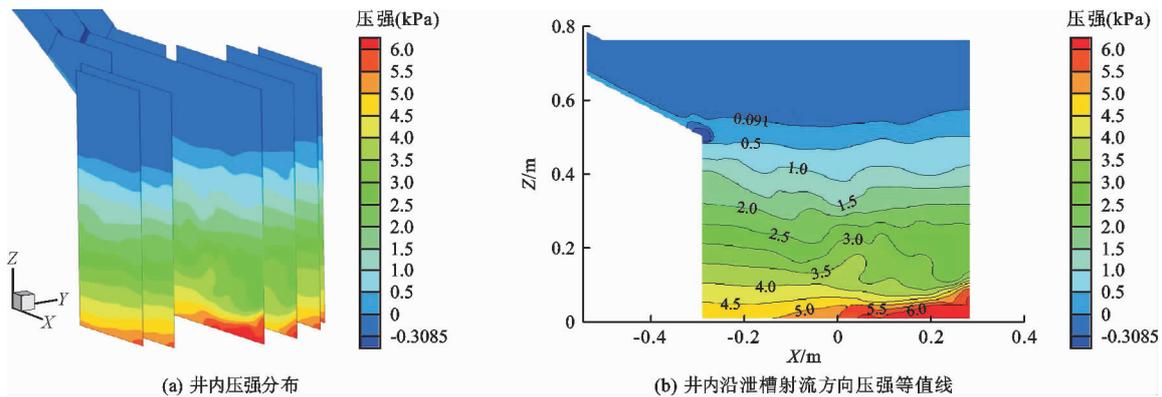


图6 纵剖面压强等值线分布

根据稳定旋滚运动特性及有界约束条件^[32-34], 在忽略科氏力 F_c 和层结关系 ζ 的影响下, 对闭合迹线大多呈椭圆形状(特定情况为圆形)的 Kirchhoff 假定运动涡旋采用矢变归一化处理, 以剔除个体及区域的旋滚压强 P_w 变化差异, 设涡旋中心为坐标原点, 长、短轴分别为 x', y' 轴, 则其附加压强场水平及竖直结构分布如下:

$$\begin{cases} P_w(r_n, Z) = R(r_n) + H(Z) \\ R(r_n) = \frac{(x')^2}{a_n^2} + \frac{(y')^2}{b_n^2} \\ H(Z) = \cos(Z_n) \end{cases} \quad (10)$$

式中: $R(r_n)$ 为附加统一径向结构函数, 其中 r_n 为径向结构函数变量限制序列表征; $H(Z)$ 为附加统一振幅函数; a_n, b_n 分别为沿程射流卷吸涡旋的归一化长、短轴; Z_n 为引入纵波和横波的不同传播限制

$$P = \frac{\rho_a m^2 n^2}{2} \left\{ [(x')^2 + (y')^2]^2 - \frac{2u_m^2}{(\sqrt{3}mn)^2} \left(1 + \frac{1}{2n^2} \right) \right\} + \gamma \left(\frac{u_m}{2mn^2} - y' \right) + P_{mean} \quad (11)$$

式中: γ 为流场紊动水容重, N/m^3 。

由公式(11)可知, 井内压强分布有以下3种情况: (1) $P_{mean} \approx 0$ 为近水面压强分布; (2) $n \leq 1$, $\frac{3\gamma}{2\rho_a m^2 n^2 (1 - m^2)} < \frac{u_{max}}{mn^2} < \frac{3\gamma}{\rho_a m^2 n^2 (1 - m^2)}$ 时为正压分布; (3) $n > 1$ 时, 会有局部负压分布。

综上所述, 井内水体压强可分解为水平轴对称及竖直变幅结构的有序特征叠加。

4 结论

针对泄槽纵坡一定的条件下, 尾水出口与泄槽轴线呈非对称正交的圆形消力井水力特性进行有限

序列表征。

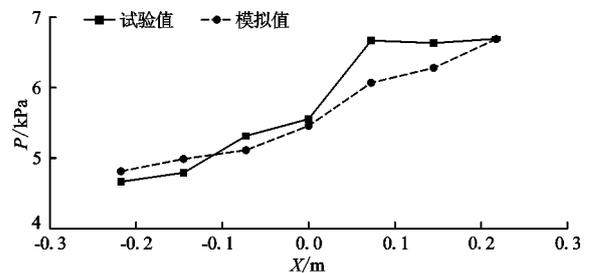


图7 消力井底板时均压强计算值与试验值对比

进而令 α, β 为位于同一涡旋流线上的两点, 由流线定义分别求得与刚体转动分布不同的各点椭圆涡流速 $v_\alpha = -ma, v_\beta = mn^2 b$ (m, n 为解参数), 假设主流与涡旋衔接速度一致为 u_m (m), 令 P_{mean} (kPa) 为涡旋周围主流平均压强, 则沿短轴 b_n (y' 轴) 面建立动量方程并积分得出:

域数值模拟研究, 在对比验证前期物理模型试验研究成果的基础上, 进一步开展水流流态转换、流速分布和压强分布特性的机理分析, 主要结论如下:

(1) 消力井内水流流态在空间上沿射流方向依次呈平面横向紊动扩散自由射流、主流动力自相似淹没射流和冲击射流、近壁面附着扩散旋滚水跃3个临界雷诺数分区演变过程。

(2) 消力井内射流沿程流速表现为以最大流速(射流水股在井内水体作用下产生一定弹射偏离)为顶切点的相似或自保持平面对称的等值曲线分布; 射流厚度随周围流体的卷入而增加, 其动量沿程衰减, 断面流速分布趋于均匀。

(3)消力井内水体压强由紊动射流旋滚运动产生的附加压强和静水压强叠加而成,其有序结构特征可分解为水平归一化轴对称结构及竖直径向平均变幅结构两部分。

参考文献:

- [1] 高季章,董兴林,刘继广. 生态环境友好的消能技术——内消能的研究与应用[J]. 水利学报, 2008, 39(10): 1176-1182+1188.
- [2] 郭子中. 消能防冲原理与水力设计[M]. 北京: 科学出版社, 1982.
- [3] 石胜友, 高华峰, 李琳. 某水库溢洪道方形消力竖井优化研究[J]. 水资源与水工程学报, 2019, 30(3): 182-188+193.
- [4] 孙高升. 大石门水电站脱壁流竖井式溢洪道设计及应用[J]. 人民黄河, 2014, 36(10): 97-99.
- [5] 刘春冬, 赵国杰, 贾静, 等. 引黄入晋工程北干线平鲁地下泵站放水洞消能设计[J]. 水利水电工程设计, 2014, 33(1): 31-32.
- [6] 金瑾, 刘焕芳, 冯博, 等. 改进型深筒式消力井消能效果及影响因素分析[J]. 农业工程学报, 2019, 35(16): 87-94.
- [7] 邵国瀛, 刘焕芳, 金瑾. 多孔喷头式改进型消力井试验研究[J]. 人民黄河, 2018, 40(9): 104-107.
- [8] 衡海龙. 改进型深筒式消力井水流特性研究及结构优化[D]. 石河子: 石河子大学, 2017.
- [9] 张宗孝, 刘冲, 白欣, 等. 基于消力井直径变化下竖井溢洪道压强特征试验研究[J]. 应用力学学报, 2018, 35(3): 510-516+686.
- [10] 陈小威, 张宗孝, 刘冲, 等. 基于消能井井深变化下的竖井溢洪道压强试验研究[J]. 应用力学学报, 2016, 33(5): 826-831+936.
- [11] 解卫东, 李晓丽, 孙双科. 大石门水电站竖井式溢洪道水力特性试验研究[J]. 内蒙古农业大学学报(自然科学版), 2009, 30(4): 175-179.
- [12] 何军龄, 尹进步, 蒋俏芬, 等. 竖井旋流泄洪洞不同衔接段体型对竖井底板压强的影响[J]. 水电能源科学, 2017, 35(6): 88-91.
- [13] GIUDICE G D, GISONNI C. Vortex drop shaft retrofitting: Case of Naples City (Italy) [J]. Journal of Hydraulic Research, 2011, 49(6): 804-808.
- [14] GIUDICE G D, GISONNI C, RASULO G. Design of a scroll vortex inlet for supercritical approach flow [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2010, 136(10): 837-841.
- [15] 衡海龙, 刘焕芳, 金瑾. 消力井消能效率及井底压强分布研究[J]. 人民长江, 2016, 47(7): 82-85.
- [16] 冯博, 刘焕芳, 刘贞姬, 等. 深筒式消力井消能效率研究[J]. 人民黄河, 2013, 35(7): 105-107.
- [17] ZHAO Canhua, ZHU D Z, ASCE M, et al. Experimental study of flow in a vortex drop shaft [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2006, 132(1): 61-68.
- [18] 郭新蕾, 夏庆福, 付辉, 等. 新型旋流环形堰竖井泄洪洞数值模拟和特性分析[J]. 水利学报, 2016, 47(6): 733-741+751.
- [19] BELGIBAYEV B A, BUKESOVA A M. About the project the computer modelling of vortex shaft outlet [J]. международный журнал экспериментального образования, 2013(12): 60-62.
- [20] 王滢, 侍克斌. 深筒式消力井的二维紊流数值模拟初探[J]. 水资源与水工程学报, 2005, 16(3): 48-50.
- [21] 张文传, 王均星, 董宗师, 等. 竖井旋流式溢洪道消能及空化特性[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2018, 49(12): 3011-3019.
- [22] 栗帅, 张建民, 胡小禹, 等. 淹没型旋流竖井泄洪洞流态过渡的数值模拟研究[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2014, 46(4): 13-19.
- [23] 南洪, 贺威. 竖井旋流泄洪洞消力井深度对竖井消能率影响的数值模拟研究[J]. 水利与建筑工程学报, 2014, 12(5): 133-136.
- [24] 教育部科技查新工作站(N12). 泄槽纵坡变化对消力井水力特性影响的研究科技查新报告[R]. 教育部科技查新工作站(N12), 昆明, 2018.
- [25] 焦萱, 邱勇, 阮合春, 等. 斜向进水消力井淹没射流水力特性机理分析[J]. 长江科学院院报, 2019, 36(11): 45-49.
- [26] PRANDTL L. 流体力学概论[M]. 郭永怀, 陆士嘉, 译. 北京: 科学出版社, 1987.
- [27] 胡坤, 李振北. ANSYS ICEM CFD 工程实例详解[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2015.
- [28] 焦萱, 邱勇, 周鑫宇, 等. 非对称体边界下三维紊流模型的建立和验证[J]. 农业工程, 2020, 10(6): 71-77.
- [29] BUCKMASTER T, COLOMBO M, VICOL V. Wild solutions of the Navier-Stokes equations whose singular sets in time have Hausdorff dimension strictly less than 1 [J]. Journal of European Mathematical Society, 2018, 18(9): 1-31.
- [30] DOU H S. Singularity of Navier-Stokes Equations Leading to Turbulence [J]. Advances in Applied Mathematics and Mechanics, 2021, 13(3): 527-553.
- [31] 张雄, 王天舒, 刘岩. 计算动力学(第二版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2015: 176-191.
- [32] 童秉刚, 尹协远, 朱克勤. 涡运动理论(第二版)[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2009.
- [33] 郑堃, 林霄沛, 朱亚楠. 南海上层中尺度涡统一三维结构[J]. 海洋与湖沼, 2018, 49(3): 490-496.
- [34] 李睿劭. 论流体力学中涡量与速度梯度张量的物理意义[C]//北京力学学会. 北京力学学会第二十二届学术年会会议论文集. 北京: 2016.