

# 黄河内蒙古段封河期水面-大气非线性热力学模型探究

赵水霞, 陈晓俊, 王文君, 周泉成, 尹航, 李玮  
(水利部牧区水利科学研究所, 内蒙古自治区 呼和浩特 010020)

**摘要:** 封河期水面-大气界面热量交换决定了河道内水温变化,是影响河流冰情及冰凌堵塞的主要热力因素。以黄河内蒙古段冰期水面-大气净太阳辐射、有效长波辐射、蒸发及热传导辐射特征为基础,探讨分析现存非线性热力学模型的差异及其影响因素。结果表明:基于 Shen & Chiang 和 Ashton 非线性热力学模型的黄河内蒙古段封河期水面-大气平均热交换量分别为 124.05 和 114.31 W/(m<sup>2</sup>·h),受太阳短波辐射昼夜交替变化及内蒙古高纬度地区昼夜温差较大的影响,日均热量损失规律性明显,水体表面吸收的热量在 11:00-15:00 时段内大于其释放的热量,其他时段则相反;气象因子对总热量损失的贡献率呈现 气温( $T_a$ ) > 相对湿度( $RH$ ) > 露点温度( $T_d$ ) > 风速( $V_a$ ) > 大气压( $P$ ),蒸发辐射对风速的响应大于热传导辐射,但风速对总热量损失的影响效应并不显著;风速突增与气温骤降的双重作用是导致热量传输速度加快和极值出现的主要原因,风速大于 4 m/s 时模型结果差异性显著,揭示了模型在冰期热力学过程研究中的区别和影响因素;总体而言,Ashton 热力学模型更适用于黄河内蒙古段封河期流凌密度及冰情特征的研究。

**关键词:** 河冰;非线性热力学模型;影响因素;封河期;黄河内蒙古段

中图分类号:TV875

文献标识码:A

文章编号:1672-643X(2021)03-0130-07

## Nonlinear thermodynamic analysis of water surface – atmosphere during freeze-up period of the Inner Mongolia reach of the Yellow River

ZHAO Shuixia, CHEN Xiaojun, WANG Wenjun, ZHOU Quancheng, YIN Hang, LI Wei

(Institute of Water Resources for Pastoral Area, Ministry of Water Resources, Hohhot 010020, China)

**Abstract:** The heat exchange between watersurface and atmosphere determines the change of water temperature in the river, which is the main thermal factor affecting the ice condition and the formation of ice jams. We compared the performance of two existing nonlinear thermodynamic models and studied the influencing factors based on the analysis of net solar radiation, effective longwave radiation, evaporation and heat conduction characteristics in the freeze-up period of the Inner Mongolia reach of the Yellow River, China. Results show that the average hourly heat budget at the surface water – atmosphere interface during the freeze-up period was estimated to be 114.31 W/(m<sup>2</sup>·h) and 124.05 W/(m<sup>2</sup>·h) by Ashton's and Shen & Chiang's methods, respectively. Affected by the diurnal alternation of solar shortwave radiation and the large temperature difference between day and night in the Inner Mongolia, the daily average heat loss shows a regular changing pattern, which is the heat absorption in water surface is greater than heat release during the period of 11:00-15:00, but it is the opposite in the other periods. The contribution of meteorological factors of the total heat loss is as follows: temperature ( $T_a$ ) > relative humidity ( $RH$ ) > dew point temperature ( $T_d$ ) > wind speed ( $V_a$ ) and atmospheric pressure ( $P$ ). The evaporation is more sensitive to the wind speed than heat conduction, but the effect of wind speed on the total heat loss is not significant. The dual effects of the sudden increase of wind speed and sudden drop of air

收稿日期:2020-10-05; 修回日期:2021-01-25

基金项目:国家自然科学基金项目(52009084,51669024);内蒙古自治区自然科学基金项目(2020BS05038)

作者简介:赵水霞(1992-),女,内蒙古鄂尔多斯人,博士,工程师,主要从事水文学及河流动力学研究。

通讯作者:王文君(1978-),男,黑龙江依兰人,硕士,高级工程师,主要从事水力学及河流动力学研究。

temperature are the main factors speeding up the heat conduction, resulting in the occurrence of the extreme value of total heat loss. The total heat loss calculated by the two models are inconsistent when the wind speed is greater than 4 m/s, showing the differences between these two models and the corresponding influencing factors. To summarize, Ashton's thermodynamic model is more applicable to the study of the ice density and condition during the freeze-up period of the Inner Mongolia reach of the Yellow River.

**Key words:** river ice; nonlinear thermodynamic model; influencing factor; freeze-up period; Inner Mongolia reach of the Yellow River

## 1 研究背景

对于寒冷地区河流而言,冬季水(冰)面与大气的热量交换是影响和决定水温变化、封开河冰情特征及冰期地表水资源管理的主要热力要素<sup>[1-2]</sup>。冬季气温的降低及太阳辐射强度的减弱,伴随着水体-大气传热过程的变化,当水温降低至冰点以下,河道内水体热量支出大于收入时,河道内将出现流凌,流域进入冰期。冰期特殊的水力条件对流域内水力发电运行、河岸结构稳定及内陆航运等均产生一定影响,加重了水资源优化配置及流域安全防护的管理难度。加之近年来受全球气候变异性的影响,高纬度地区河流冰情特征呈现新的形式,初始卡冰位置下移、封河时间延长、反复冻融现象严重且冰塞事件频繁发生在暖冬<sup>[3-4]</sup>。冰期非线性热力学过程模拟是探究封开河冰情形势的基础和关键<sup>[5]</sup>,为摸清气候变化下河冰的演化特征,研究封河期水面-大气的热传递过程及影响因素,从热力学机理出发,对现存非线性热力学模型进行对比分析是目前拟解决的关键科学问题之一。

基于大气热力学理论,流域封河期水面-大气的非线性热力学过程主要包括太阳短波辐射、长波热力学辐射、蒸发和热传导辐射等。以完备的水文气象数据为依托,Shen等<sup>[6]</sup>和Ashton<sup>[7]</sup>分别构建了冰期水面-大气的非线性热力学模型,模型方程在原理机制上存在共性,但也存在影响因子侧重点的差异,是目前用于研究河道内热量传输过程及冰体消融机理的主要热力学模型。采用单个模型探究河流冰情及模拟水温的研究已积累了一定的成果,Zhao等<sup>[8]</sup>以Shen & Chiang非线性热力学模型<sup>[6]</sup>为基础,结合线性热力学模型,率定了黄河内蒙古段封河期热量损失系数为 $21.87 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ ,与近纬度的美国与加拿大地区相比,发现北纬 $39^\circ$ 至 $42^\circ$ 之间流域封河期水面-大气热交换系数均在 $20 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ 左右;Beltaos<sup>[9]</sup>综述了多年的河冰研究成果,通过估算开河期河冰的热力学过程,界定了

由热力因素和动力因素引起的冰盖消融阈值;苏腾等<sup>[10]</sup>对黄河宁蒙河段水文-水温过程进行了分析,发现近年来凌汛期径流量和水温呈逐渐增大的趋势;徐国宾<sup>[11]</sup>提出河道内水温变化是河冰形成及消融的关键因素,水温变化取决于河道内的水流热交换,从影响水流热平衡的作用性质来说,主要分为增热因素和失热因素;可素娟等<sup>[12]</sup>在现有热力学模型的基础上,依据热交换原理,利用实测资料对参数进行了率定,建立了内蒙古段的封河预报模型;王晓玲等<sup>[13]</sup>研究了水电站引水渠道中引水流量对水内冰的演变影响,从水电站的安全运行及当地人民的人身安全出发,综合考虑了冰-水界面的热量传输及水面的对流热损失等因素,建立了三维非稳态欧拉两相流模型;脱友才等<sup>[14]</sup>基于丰满水库水温与冰情的原型观测实验,探究了冰封期水库热状况的时空演变规律,提出了冰期水库运行的特殊性。

非线性热力学模型在河冰研究领域均具有较好的适用性,但不同模型用于同一研究区的热量损失差异及造成差异的影响因素尚不清晰,且冰期热力学过程相比影响封开河特征的水力要素和河道地形条件等,具有随机性和不确定性,影响因素复杂,明晰热量损失差异的关键气象影响因子对防凌减灾具有重要的科学意义<sup>[15-16]</sup>。黄河内蒙古段属于高纬度地区河流,年平均冰期约持续4~5个月,受中温带大陆性气候及河道地形蜿蜒曲折等特点的影响,凌汛灾害时有发生,是防凌减灾工作的重点监护河段<sup>[17]</sup>。为有效保障黄河内蒙古段冰期河道安全,明确冰凌灾害的发生机理,对封河期水面-大气的热力学过程进行模拟是必要的。

鉴于以上研究背景,本文以黄河内蒙古段乌拉特前旗2015-2016年度冬季封河期冰情和气象数据为数据源,对基于Shen & Chiang和Ashton非线性热力学模型的水面-大气热量损失过程进行探究,综合分析影响模型结果差异的关键气象因子,以封河期流凌密度为依据,探究热力学模型适用性水平,以期为寒冷地区流域保障河道及水电站安全和水资源合理配置提供科学依据。

## 2 数据来源与研究方法

### 2.1 研究区概况

黄河内蒙古段全长 840 km, 位于黄河流域的最北端, 从宁夏的石嘴山入境, 流经巴彦淖尔及呼和浩特等 6 个盟市, 于准格尔旗的马栅乡出境 (图 1)。河道整体呈“几”字型, 以三湖河口水文站为界, 分为上游游荡型河道和下游弯曲型河道。研究区受中温带大陆性季风气候的影响, 具有冬季寒冷漫长、降水量小且季节性差异大、流域昼夜温差大且冰期持续时间长等特点。在全球气候变暖的大背景下, 黄河内蒙古段凌情呈现新的变化特征, 首凌日期较常年偏晚, 冰期持续时间缩短, 加之河道蜿蜒曲折的特点, 冰期不同程度的凌汛灾害仍然存在<sup>[18-19]</sup>。黄河内蒙古段南岸十大孔兑为流域主要的入黄支流, 其径流量主要产生在暴雨期; 上游河套平原灌区横跨巴彦淖尔市多个旗县, 于乌拉特前旗汇入黄河, 是我国设计灌溉面积最大的灌区。

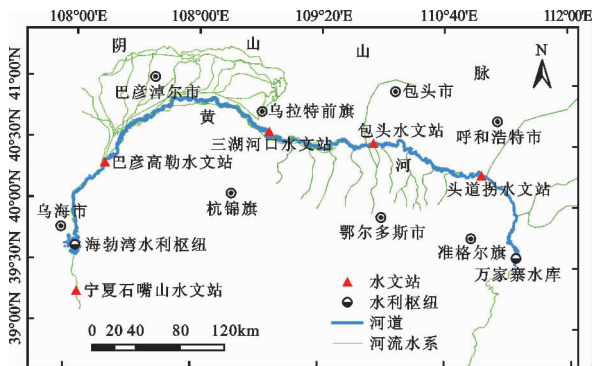


图 1 黄河干流内蒙古段概况

### 2.2 数据来源

本文选取 2015 - 2016 年度黄河内蒙古段乌拉特前旗气象站封河期 (11 月 24 日 - 12 月 24 日) 时均短波辐射、气温、大气压、相对湿度及风速等数据, 对基于非线性热力学模型的水面 - 大气热交换规律和影响因素进行探究, 统计同时期乌拉特前旗河段水面流凌密度数据对热力学模型结果进行验证, 流凌密度为水利部黄河水利委员会采用无人机、遥感和地面监测等手段获取并公布的 2015 - 2016 年度黄河防凌数据<sup>[20]</sup>。

### 2.3 研究方法

Ashton 和 Shen & Chiang 非线性热力学模型在计算理论、气象因子选取及模型算法上存在共性, 也存在一定的差异, 流域封河期水面 - 大气的总热量交换  $\psi_i$  为大气释放的辐射与水体反射和蒸发辐射

等的损失之和, 其表达式如下:

$$\psi_i = -\psi_s + \psi_b + \psi_h + \psi_l \quad (1)$$

式中:  $\psi_s$  为太阳入射的短波辐射, 与地区海拔、太阳天顶角及太阳高度角等有关, 研究区时均短波辐射数据如图 2 所示;  $\psi_b$  为水体有效长波辐射, 由水体表面发射的长波辐射和吸收的大气逆辐射两部分组成;  $\psi_h$  和  $\psi_l$  分别为水面 - 大气的热传导辐射和蒸发辐射。各项单位均为  $W/m^2$ 。

个别流域考虑了河床 - 水体的热量交换<sup>[11,21]</sup>, 其热交换量主要受纬度、水深和季节等影响。研究区位于北纬  $40^\circ$  左右, 平均水深为 2.5 ~ 5.0 m, 参照凌汛计算规范<sup>[22]</sup>, 11 - 12 月份黄河内蒙古段封河期河床 - 水体的热交换量较小, 数值不到  $0.11 W/m^2$  ( $1.30 MJ/(m^2 \cdot d)$ )。因此, 本文忽略了河床 - 水体的热传递。

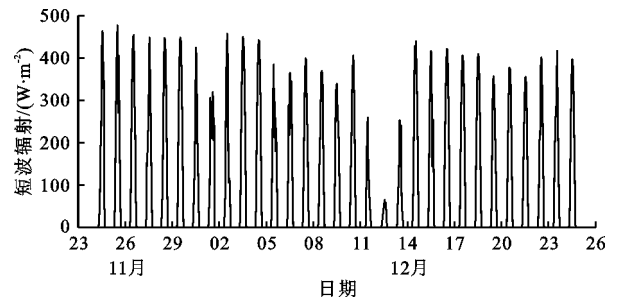


图 2 2015 年乌拉特前旗封河期时均短波辐射变化

有效长波辐射的计算均引用了著名的斯特藩 - 玻尔兹曼 (Stefan - Boltzman) 定律<sup>[23]</sup>, 该定律基于黑体辐射理论, 综合考虑了大气到达水体的净辐射、水体表面反射及水体本身的长波辐射, Ashton 和 Shen & Chiang 模型中长波辐射方程分别如公式 (2) 和 (3) 所示:

$$\psi_b = \sigma [T_{ws}^4 - (c + d\sqrt{e_a})T_a^4] (1 - \alpha C) \quad (2)$$

$$\psi_b = 1.1358 \times 10^{-7} [T_{ws}^4 - (1 + kC^2)(c + d\sqrt{e_a})T_a^4] \quad (3)$$

式中:  $T_{ws}$  为水面温度,  $^\circ C$ ;  $T_a$  为气温,  $^\circ C$ ;  $\sigma$  为 Stefan - Boltzman 常数, 取值为  $5.67 \times 10^{-8} W/(m^2 \cdot K^4)$ ;  $c + d\sqrt{e_a} = \varepsilon_a$  为大气比辐射率, 其中,  $c$  和  $d$  为经验常数, 分别取值为 0.53 和 0.052;  $e_a$  为实际水汽压, Pa;  $\alpha$  取决于云层的类型和高度, 云量越大,  $\alpha$  越小;  $C$  为云量状况,  $C = 0$  表示无云,  $C = 10$  表示天空中布满了云, 本文基于研究区封河期气象特征, 选取  $C = 6$ ;  $k$  为经验常数, 一般为  $0.0004 \sim 0.0024$ , 多云情况下,  $k$  值为  $0.0017$ <sup>[6]</sup>。

水面 - 大气的热传导和蒸发辐射主要与水温气

温差和风速等气象因子有关,主要反映水汽与热量之间的作用过程。Ashton 在模拟热传导辐射时将风速对其的影响进行了概化,提出了受风速影响的  $C_h$  指数,得出风速为 4.4 ~ 6 m/s 时,  $C_h$  为 20 W/(m<sup>2</sup> · °C) 的结论。而蒸发辐射采用与热传导辐射相关的波文比进行计算,如下所示:

$$\psi_h = C_h(T_{ws} - T_a) \quad (4)$$

$$\psi_l = \psi_h / \left( 0.00061p \frac{T_{ws} - T_a}{e_s - e_a} \right) \quad (5)$$

式中:  $p$  为大气压, Pa;  $e_s$  为饱和水汽压, Pa。其他参数同上。

Shen & Chiang 将 Rimsha - Donchenko 方程引入蒸发辐射( $\varphi_e$ )和热传导辐射( $\varphi_c$ )通量的估算:

$$\varphi_c = 0.48(K_n + 3.9V_a)(T_{ws} - T_a) \quad (6)$$

$$\varphi_e = 0.48(1.56K_n + 6.08V_a)(e_s - e_a) \quad (7)$$

式中:  $V_a$  为地面以上 2 m 处的风速, m/s;  $K_n = 8 + 0.35(T_{ws} - T_a)$  为受自由对流影响的系数。

### 3 结果与分析

#### 3.1 封河期河冰热力学过程分析

以 Ashton 及 Shen & Chiang 非线性热力学模型为依托,获取黄河内蒙古段乌拉特前旗封河期水面-大气界面的时均总热量损失变化,如图 3 所示。

从图 3 可以看出,Shen & Chiang 总热量损失稍大于 Ashton 模型,时均热量损失通量分别为 124.05 和 114.31 W/m<sup>2</sup>。封河期水面-大气总的热交换量为正值时,水体失热,水温开始降低,当水温降低

至冰点以下时,河道中开始出现流凌,流凌体积和数量随着热量损失的不断增加而增大,进而影响某一横跨河流断面的卡冰及封河<sup>[24-25]</sup>。水面-大气界面的热交换量负值一般出现在太阳辐射强度较强的时段,图 3 嵌套图为研究区 11 月 24 日的热量损失量变化,由嵌套图可以看出,热量损失一般从上午 10:30 左右开始转负,直至下午 16:00 逐渐转正,水体吸热较强时段主要集中在上午 11:00 至下午 15:00 期间,该时段热量损失量较大时,河道内部分松散冰块或已封冻断面会出现融化和解冻,发生重新冻融的现象。

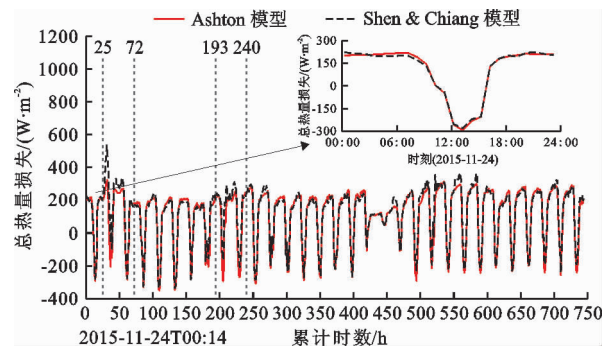
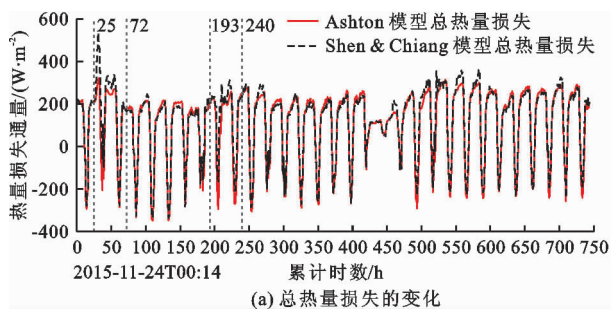
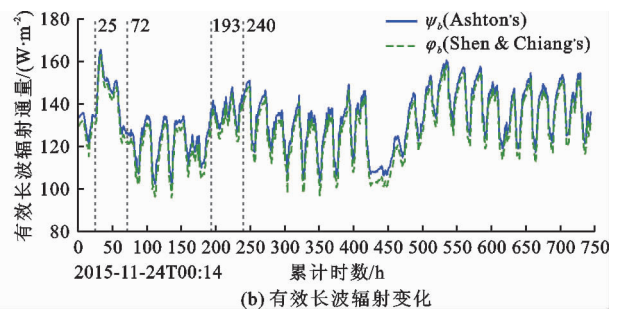


图 3 黄河内蒙古段乌拉特前旗封河期水面-大气界面的时均总热量损失变化曲线

由图 3 可见,两种模型总热量损失变化在个别时段出现较明显偏差,日均偏差大于 500 W/m<sup>2</sup>。为探究模型结果差异较大的原因及主要影响因素,采用分项对比的方法,将有效长波辐射、热传导和蒸发辐射分别与总热量损失进行分项对比,如图 4 和 5 所示。

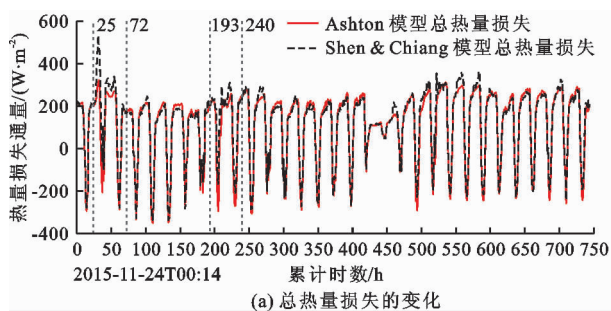


(a) 总热量损失的变化

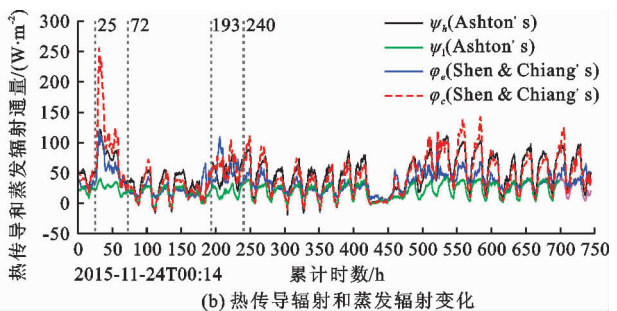


(b) 有效长波辐射变化

图 4 非线性热力学模型总热量损失与有效长波辐射对比



(a) 总热量损失的变化



(b) 热传导辐射和蒸发辐射变化

图 5 非线性热力学模型总热量损失与热传导辐射和蒸发辐射对比

由图4和5可以看出,水面-大气界面各分部热量损失占总热量损失的比重大小依次为有效长波辐射>热传导辐射>蒸发辐射,蒸发和热传导辐射差异是模型总热量损失出现时段产生较明显偏差的主要原因。

### 3.2 模型结果差异的影响因素分析

热力学气象因子随时间的变化趋势、同时期不同气象因子与各分部热量损失的 Pearson 相关系数如图6和表1所示。由图6和表1可以看出,风速、气温及露点温度在偏差范围内均有不同程度的明显波动,封河期水温为0℃,气温大小成为影响水的相变和水面-大气热量交换的主要因素。风速影响水分子扩散速度,进而影响热量损失量及封开河进程和卡冰位置,Shen & Chiang 模型中风速与蒸发辐射的 Pearson 相关系数达到 0.717,为显著性正相关,受封河期累积时数 25~72 h 和 193~240 h 时段风速大于 4 m/s 时蒸发辐射较大及 25~72 h 时段内气温突降、热传导辐射突增的影响,模型总热量损失出现明显差异。

基于 Pearson 相关系数,各气象因子对总热量损失的显著性呈现气温( $T_a$ )>相对湿度( $RH$ )>露点温度( $T_d$ )>风速( $V_a$ )>大气压( $P$ ),可以看出,

风速虽对蒸发和热传导有一定的影响,但其对总热量损失的贡献率并不显著。

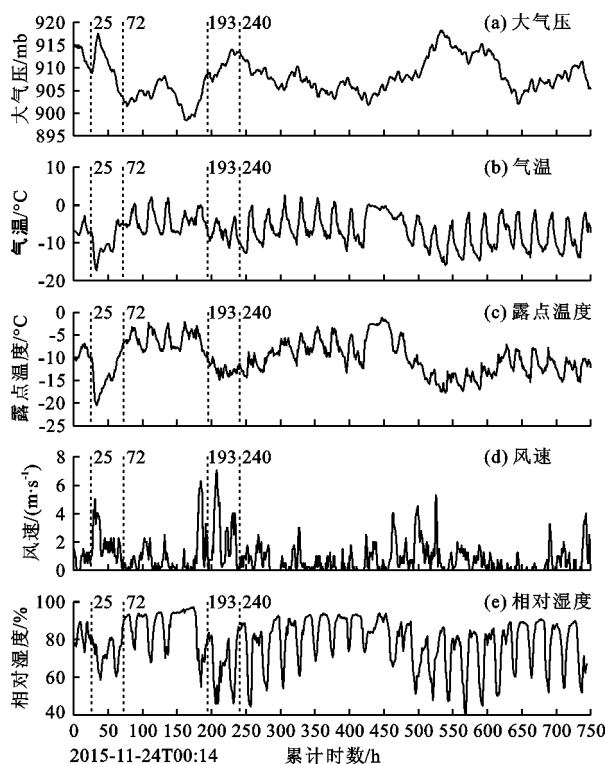


图6 乌拉特前旗封河期各气象因子数据

表1 各热量损失因子及气象因子之间的 Pearson 相关系数

因子	大气压 $p$	风速 $V_a$	气温 $T_a$	相对湿度 $RH$	露点温度 $T_d$	短波辐射 $\psi_s$	长波辐射 $\varphi_b/\psi_b$	蒸发辐射 $\varphi_c/\psi_l$	热传导辐射 $\varphi_c/\psi_h$	总辐射 $\psi_t$
$p$	1.000									
$V_a$	0.173	1.000								
$T_a$	-0.538	0.078	1.000							
$RH$	-0.370	-0.471	0.285	1.000						
$T_d$	-0.741	-0.190	0.828	0.298	1.000					
$\psi_s$	-0.064	-0.322	0.419	0.542	0.101	1.000				
$\varphi_b$	0.607	0.013	-0.986	-0.134	-0.904	-0.350	1.000			
$\varphi_c$	0.596	0.717	-0.572	-0.398	-0.798	-0.067	0.650	1.000		
$\varphi_c$	0.585	0.295	-0.884	-0.069	-0.833	-0.252	0.888	0.817	1.000	
$\psi_l$	0.195	0.127	-0.698	-0.439	-0.437	-0.922	0.651	0.292	0.602	1.000
$\psi_b$	0.613	0.007	-0.986	-0.121	-0.909	-0.343	1.000			
$\psi_l$	0.362	0.206	-0.961	-0.492	-0.674	-0.511	0.916	1.000		Ashton's model
$\psi_h$	0.538	0.078	-0.998	-0.285	-0.828	-0.419	0.985	0.961	1.000	
$\psi_t$	0.113	0.293	-0.661	-0.539	-0.344	-0.958	0.594	0.661	0.727	1.000

Shen & Chiang's model

Ashton's model

## 4 讨论

Shen & Chiang 和 Ashton 热力学模型中水体表

面的有效长波辐射是水面-大气热交换的主要热损失量,其次是热传导辐射和蒸发辐射。封河期水体长波辐射主要与气温和云量有关,气温作为热交换

的关键气象因子,对总热量交换的贡献率最大;云对太阳辐射具有较大反射率,能吸收水面和大气的长波辐射,其受纬度、季节和地形等多因素影响且随纬度的增加而减少,达布希拉图等<sup>[26]</sup>利用 ISCCP 云量数据分析了内蒙古地区云量的时空分布及变化趋势,得出内蒙古地区冬季中云量最多,低云量高于高云量,冰期 11-3 月的总云量为 50%~60%,与本文采用的云量数据吻合。水面-大气的热传导和蒸发损失是水热平衡和衡量水分收支的重要因素,孙夏利等<sup>[27]</sup>对我国水面蒸发的研究进行综述时发现,不同地理位置各气象因子对蒸发潜力的敏感程度不一,Ashton 蒸发辐射相比 Shen & Chiang 模型而言,除考虑气温差、风速和水汽压差外,还增加了大气压的影响,使得热传导和蒸发辐射结果稍有偏小。

封河期流凌密度的变化主要受热力学因素影响,冬季气温持续降低,水体表面失热量大于其吸收的热量时,水温会降低冰点以下,进而导致流凌密度增加;由于水温对野外测试环境、测试时间、测试位置及水深和流速等非常敏感<sup>[28-29]</sup>,因此,本文采用研究区日均流凌密度数据对模型精度进行验证。获取研究区 Ashton 和 Shen & Chiang 模型 2015 年 12 月 3 日-12 月 19 日的日均热量损失量变化,分别与日均流凌密度做趋势分析,如图 7 所示。由图 7 可以看出,日均热量损失量与流凌密度均呈一定的正相关,且 Ashton 热力学模型相比 Shen & Chiang 模型而言,与流凌密度变化趋势的同步性更强,相关系数更高。

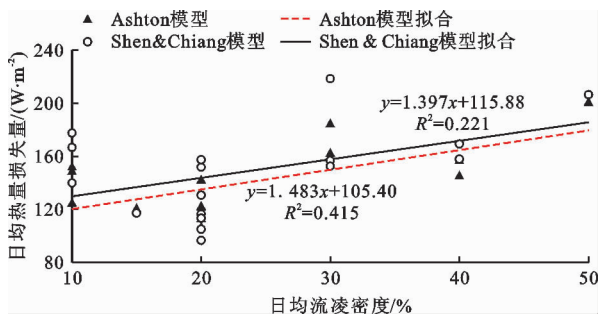


图7 两种模型日均流凌密度与热量损失量的相关关系

## 5 结论

(1)以黄河内蒙古段封河期热力学过程为例,Ashton 和 Shen & Chiang 非线性热力学模型在模拟水面-大气总热量辐射交换时存在 8% 以下的平均相对误差,误差主要与蒸发和热传导辐射有关,除短波辐射外,各组成部分对总热量损失的贡献率为

长波辐射 > 热传导辐射 > 蒸发辐射。

(2)气象要素对总热量损失的贡献率呈现气温 > 相对湿度 > 露点温度 > 风速 > 大气压,气温和风速突变是造成模型误差的主要因素,但风速对总热量损失的贡献率并不显著,进一步揭示了温度是影响水面-大气热量交换的关键因子。

(3)Ashton 和 Shen & Chiang 热力学模型在理论上具有相似性,但总体而言,基于 Ashton 模型获取的封河期水面-大气热交换量与流凌密度的相关性更强。

## 参考文献:

- [1] 肖建民,金龙海,谢永刚,等. 寒区水库冰盖形成与消融机理分析[J]. 水利学报, 2004, 35(6): 80-85.
- [2] TUO Youcai, DENG Yun, LI Jia, et al. Effects of dam reconstruction on thermal-ice regime of Fengman Reservoir [J]. Cold Regions Science and Technology, 2018, 146: 223-235.
- [3] 刘吉峰,程艳红,刘珂,等. 黄河宁蒙河段冬季气温特点及其对凌情影响[J]. 中国防汛抗旱, 2018, 28(12): 47-52.
- [4] 赵水霞,李畅游,李超,等. 黄河什四份子弯道河冰生消及冰塞形成过程分析[J]. 水利学报, 2017, 48(3): 351-358.
- [5] OUELLET-PROULX S, ST-HILAIRE A, BOUCHER M A. Implication of evaporative loss estimation methods in discharge and water temperature modelling in cool temperate climates [J]. Hydrological Processes, 2019, 33(3): 2867-2884.
- [6] SHEN H T, CHIANG L. Simulation of growth and decay of river ice cover [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1984, 110(7): 958-971.
- [7] ASHTON G D. Deterioration of floating ice covers [J]. Journal of Energy Resources Technology, 1985, 107(2): 177-182.
- [8] ZHAO Shuixia, SHEN H T, SHI Xiaohong, et al. Wintertime surface heat exchange for the Inner Mongolia reach of the Yellow River [J]. Journal of the American Water Resources Association, 2020, 56(2): 348-356.
- [9] BELTAOS S. Threshold between mechanical and thermal breakup of river ice cover [J]. Cold Regions Science & Technology, 2003, 37(1): 1-13.
- [10] 苏腾,黄河清,周园园. 黄河宁蒙河段水文-水温过程和河道形态变化对凌汛的影响[J]. 资源科学, 2016, 38(5): 948-955.
- [11] 徐国宾. 河冰演变过程分析的一维数学模型研究[J]. 水资源与水工程学报, 2011, 22(5): 78-83+87.

- [12] 可素娟,张学成,王玉明. 封河预报数学模型研究[J]. 冰川冻土,2001,23(3):328-332.
- [13] 王晓玲,张自强,李涛,等. 引水流量对引水渠道中水内冰演变影响的数值模拟[J]. 水利学报,2009,40(11):1307-1312.
- [14] 脱友才,刘志国,邓云,等. 丰满水库水温的原型观测及分析[J]. 水科学进展,2014,25(5):731-738.
- [15] 茅泽育,吴剑疆,张磊,等. 天然河道冰塞演变发展的数值模拟[J]. 水科学进展,2003,14(6):700-705.
- [16] 冀鸿兰,王晓燕,脱友才,等. 万家寨水库建成后上游河段冰情特性研究[J]. 水力发电学报,2017,36(2):40-49.
- [17] 李超,李畅游,李红芳. 黄河(内蒙古段)弯道卡冰过程及数值模拟研究[J]. 水力发电学报,2015,34(10):103-110.
- [18] 郭彦,侯素珍,夏润亮,等. 1955-2014年黄河内蒙古河段水沙变化特征分析[J]. 水资源与水工程学报,2020,31(4):70-77.
- [19] 罗红春,冀鸿兰,郜国明,等. 黄河什四份子弯道冰期水流及冰塞特征研究[J]. 水利学报,2020,51(9):1089-1100.
- [20] 张宝森,张兴红. 冰凌监测新技术研究进展[J]. 中国防汛抗旱,2017,27(6):14-19+33.
- [21] SHEN H T, RUGGLES R W. Winter heat budget and frazil ice production in the upper St. Lawrence River[J]. Journal of the American Water Resources Association, 2010, 18(2): 251-256.
- [22] 中华人民共和国水利部. 凌汛计算规范:SL 428—2008[S]. 北京:中国水利水电出版社,2008.
- [23] ZULKIEWICZ E. Understanding the mechanics of heat transfer[J]. Process Heating, 2013, 20(8): 28-31.
- [24] 杨开林. 河渠冰水力学、冰情观测与预报研究进展[J]. 水利学报,2018,49(1):81-91.
- [25] 郭立兵,周跃华,田福昌,等. 黄河宁蒙段凌汛致灾影响因素及灾害演变特点[J]. 人民黄河,2020,42(2):22-26+33.
- [26] 达布希拉图,苏立娟,邓晓东. 内蒙古地区云量时空分布及变化趋势分析[J]. 气象科技,2009,37(3):306-310.
- [27] 孙夏利,费良军,李学军. 我国水面蒸发研究与进展[J]. 水资源与水工程学报,2009,20(4):17-22+25.
- [28] ADAMS C E. Estimating water temperatures and time of ice formation on the Saint Lawrence River[J]. Limnology and Oceanography, 1976, 21(1): 128-137.
- [29] 郑铁刚,刘之平,孙双科,等. 分层型水库取水水温量纲分析及其影响因素研究[J]. 水利学报,2017,48(9):1030-1038.

