

基于 Linear Cohesion 模型的含水堆积体 滑坡过程数值模拟

高道路¹, 王林峰²

(1. 重庆交通大学 土木工程学院, 重庆 400074; 2. 重庆交通大学 河海学院, 重庆 400074)

摘要: 水通常是堆积体滑坡发生的触发因素, 采用数值方法模拟堆积体滑坡时加入水的液桥力有助于提高计算结果的合理性。为了研究含水堆积体滑坡过程的各项运动特性, 提出采用 Linear Cohesion 接触模型模拟含水湿润状态下松散堆积体滑坡的运动过程, 利用离散元程序 EDEM 2017 建立了含水堆积体滑坡水槽数值模型, 计算堆积体从失稳-滑动-堆积整个运动过程。结果表明: 能量密度 k 是 Linear Cohesion 模型模拟含水堆积体滑坡的关键参数; 当 $k < 5000 \text{ J/m}^3$ 时, 随着能量密度值逐渐增大, 堆积体滑动过程的流动性越来越小, 最大平均速度值和最大动能越大, 当 $k \geq 5000 \text{ J/m}^3$ 时, 含水堆积体的各项滑动特征变化不明显; 较小能量密度的湿颗粒堆积体在滑动过程中结构体易发生破坏, 形成的颗粒群流动性更强, 滑动距离更远, 扩大了滑坡灾害的影响范围。相关研究成果对今后类似的含水堆积体滑坡灾害的预测和评估有一定参考价值。

关键词: 滑坡; 含水堆积体; Linear Cohesion 接触模型; 离散单元法 (EDEM); 能量密度; 液桥力

中图分类号: P642.22

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2020)01-0227-07

Numerical simulation of water-bearing deposition landslide process based on Linear Cohesion model

GAO Daolu¹, WANG Linfeng²

(1. School of Civil Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China;

2. School of Hehai, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: Water is the triggering factor of landslides usually, and using the numerical method to simulate landslides considering liquid bridge force will help to improve the rationality of the calculation results. In order to study the kinetic characteristics of water-bearing deposition landslide, the Linear Cohesion contact model was proposed to simulate the loose deposition landslides under wet condition. A numerical model of water-bearing deposition landslide flume was established by the discrete element program EDEM 2017 to simulate the whole sliding process from instability to sliding to deposit. The results showed that energy density k was the key parameter of Linear Cohesion model in the simulation of water-bearing deposition landslide. When $k < 5000 \text{ J/m}^3$, with the increase of energy density, the fluidity of deposition sliding process became smaller, and the maximum average velocity and maximum kinetic energy increased. When $k \geq 5000 \text{ J/m}^3$, the sliding characteristics of water-bearing deposition changed insignificantly. The structure of wet granular deposition with small energy density was easily to be destroyed during the sliding process, the fluidity of the granular groups formed in the process was stronger and the sliding distance was longer, which enlarged the impact scope of landslide disaster. These results are helpful for the prediction and evaluation of similar water-bearing deposition landslide disasters in the future.

Key words: landslide; water-bearing deposition; Linear Cohesion contact model; Extended Discrete Element Method (EDEM); energy density; liquid bridge force

收稿日期: 2019-05-07; 修回日期: 2019-06-25

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51678097); 国家重点研发计划项目 (2016YFC0802203)

作者简介: 高道路 (1995-), 男, 河南濮阳人, 学士, 主要从事防灾减灾工程的研究工作。

通讯作者: 王林峰 (1983-), 男, 重庆人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事地质灾害减灾理论与技术研究。

1 研究背景

近年来,世界各地发生滑坡等地质灾害的频率越来越高,造成了大量人员伤亡和财产损失^[1-3]。滑坡按岩体性质可划分为岩质滑坡、土层滑坡和松散堆积层滑坡 3 类,其中,松散堆积层滑坡由于岩体结构组成极为复杂,如何准确地计算其运动特征是当前的研究热点和难点^[4]。

目前,滑坡灾害的研究主要包括室内试验和数值分析,小规模滑坡可以通过室内试验进行模拟并得到较为可靠的结果,但数值分析法可以不受尺度的限制,能够模拟更加真实尺寸的滑坡运动过程^[5-6]。Zhou 等^[7]采用离散元法中的干颗粒流模型研究了固体颗粒沿斜坡通道的接触行为,确定了颗粒流滑动速度分布和相应的剪切速率。刘思杰等^[8]采用三维颗粒离散元对不同粒径的碎屑流运动进行分析,发现粒径组成越不均匀,滑坡运动速度和破坏力越大,滑动距离也越远。Lo 等^[9]利用离散元程序 PFC 对某滑坡的运动和土体破坏的运动过程进行了系统分析,发现不同摩擦系数和粘结强度对滑坡堆积范围的影响。Mead 等^[10]采用数值分析法模拟了在不规则地形上干燥细沙堆积体的运动过程,数值试验结果与室内物理试验结果基本一致,证明了采用数值方法模拟堆积体滑坡是合理可行的。

大量相关文献研究成果表明,采用数值试验分析计算滑坡的运动过程可以得到较为准确的结果,特别是基于非连续介质理论的离散元法应用尤为广泛。总体来说,已有大量学者采用数值分析法模拟各类滑坡体的运动,并取得了丰硕成果,但在滑坡运动模拟过程中直接考虑水的黏附作用的相关研究还很少。

因此,本文在传统离散单元法软球模型的基础上,直接引入颗粒单元间的液桥力,提出采用 Linear Cohesion 接触模型模拟含水湿润状态下颗粒堆积体的滑动过程,并进一步研究不同液桥力大小对堆积体滑坡各项运动特征的影响。

2 接触模型简介

离散单元法(Discrete element method,以下简称 DEM)是 Cundall 等^[11]在 20 世纪 70 年代首次提出的描述节理岩体和非连续介质力学行为的有效数值方法。DEM 认为节理岩体由离散的块体和块体之间的节理面组成,不仅可以考虑岩体内部结构的大位移、旋转和滑动,甚至还可以计算块体的分离过

程,能客观真实地反映裂隙岩体非线性大变形的特点,特别适用于裂隙岩体的应力变形分析^[12]。与传统的有限元方法相比,DEM 方法提供了丰富的颗粒单元接触模型,可以很好地解决裂隙岩体的大变形问题。

本文主要计算松散堆积体在干燥和含水湿润两种状态下的滑动过程。其中,针对松散堆积体在干燥状态下的失稳、滑动和堆积整个过程,接触模型采用了常用的 Hertz - Mindlin 滑动模型,如图 1 所示,为两颗粒单元 i 和 j 的接触示意,图 1 中所示的 k_n 、 k_t 、 k_r 分别为法向刚度、切向刚度和滚动刚度, d_n 、 d_t 、 d_r 分别为法向阻尼、切向阻尼和滚动阻尼。

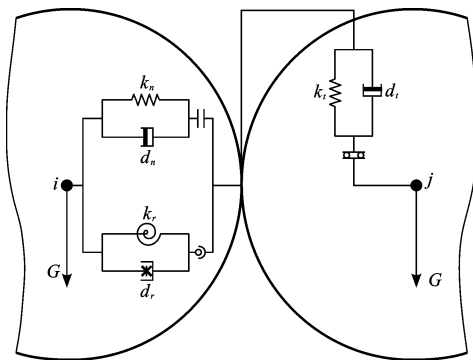


图 1 Hertz - Mindlin 颗粒接触模型

对于模拟含水湿润状态下松散堆积体滑动过程,由于两相互接触的颗粒间形成了液桥,因此,需引入液桥力来模拟。本文采用 Linear Cohesion 接触模型模拟含水湿润状态下松散堆积体滑动过程,该模型是在传统 Hertz - Mindlin 软球无滑动接触模型的基础上增加一个法向黏聚力。此时,堆积体颗粒在滑动过程中受 3 种力的作用,包括重力、颗粒间接触力和液桥力。除此之外,互相接触的颗粒单元还受到切向力矩和滚动摩擦力矩的作用,规定第 i 个颗粒的运动方程^[13-14]如下:

$$m_i \frac{dV_i}{dt} = m_i g + \sum_{j=1}^{n_i} (F_{n,ij} + F_{t,ij} + F_{coh,ij}) \quad (1)$$

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n_i} (T_{t,ij} + T_{r,ij}) \quad (2)$$

式中: m 为颗粒的质量, kg; I 为颗粒的转动惯量, kg/m^2 ; g 为重力加速度, m/s^2 ; n_i 为与小球 i 接触的颗粒总数量; V 为运动速度, m/s ; ω 为角速度, rad/s ; t 为时间, s; $F_{n,ij}$ 和 $F_{t,ij}$ 分别为法向和切向作用力, N; $F_{coh,ij}$ 为两颗粒间的液桥力, N; $T_{t,ij}$ 和 $T_{r,ij}$ 分别为切向力矩和滚动摩擦力矩, $\text{N} \cdot \text{m}$ 。Linear Cohesion 接触模型模中的液桥力 F_{coh} 定义如下:

$$F_{coh} = kA \tag{3}$$

式中: A 为两颗粒的接触面积 m^2 ; k 为颗粒间的粘结能量密度, J/m^3 。

3 模型建立与计算条件

利用 Auto – CAD 建立了三维松散堆积滑坡数值试验模型,并将其导入离散元程序 EDEM2017 中进行计算,建立的滑坡数值模型如图 2 所示,包括底板、侧板和堆积体物源。底板水平长度为 20 m,坡长 16.77 m,水槽宽度为 1.5 m,滑坡模型的坡角设置为 27° (1: 2),边坡垂直高度为 7.5 m,斜槽水平投影长度为 15 m,松散堆积物由 1 470 个颗粒组成,颗粒形状参照实际岩屑进行建模,如图 3 所示。堆积体物源总质量为 5 687 kg,堆积物总体积约为 3.2 m^3 。

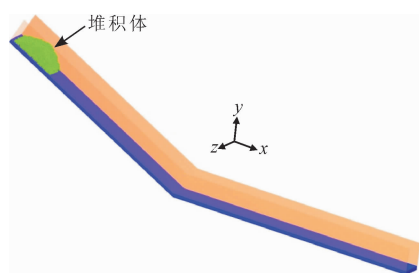


图 2 堆积体滑坡数值模型

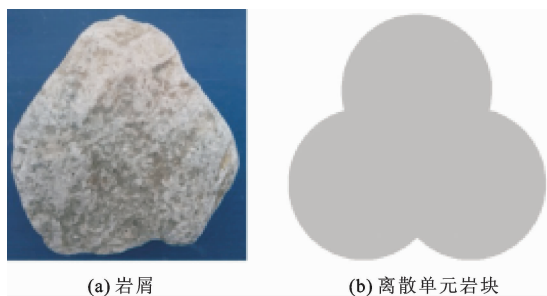


图 3 松散堆积体的颗粒单元

此外,采用 Linear cohesion 模型模拟含水松散堆积体滑坡运动时,需要输入相应的能量密度 k ,由于缺乏相关的资料作为参考,本文通过反复迭代试算,并讨论不同能量密度取值对含水松散堆积体滑坡运动特性的影响,最终采用的能量密度从 $1\,000 \text{ J}/\text{m}^3$ 开始递增至 $6\,000 \text{ J}/\text{m}^3$ 。其余计算参数还包含颗粒密度、泊松比和摩擦系数等,参考了类似的颗粒离散元数值试验并进行优化^[15],详细参数取值见表 1。

4 结果与分析

在本次松散堆积体滑坡数值试验中,计算研究了干燥颗粒和含水湿润颗粒的运动过程和堆积特

点,包含能量密度 k 取 0 (干燥状态)、1 000、2 000、3 000、4 000、5 000 和 $6\,000 \text{ J}/\text{m}^3$ 等 7 种计算条件,运动过程中不同时刻的滑动速度如图 4 ~ 8 所示,由于图幅较多,仅给出部分结果。

表 1 离散元模型相关参数

模型 部件	密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	泊松比	剪切模 量/MPa	静摩擦 系数	滚动摩 擦系数	碰撞恢 复系数
颗粒	2600	0.28	1000	0.30	0.05	0.45
底板		0.28	1000	0.30	0.05	0.45
侧板		0.28	1000	0.45	0.05	0.45

分析可知,当能量密度 k 取 0 时,即原堆积体是干燥的,此时松散颗粒堆积体滑动时具有良好的流动性,滑槽上颗粒的速度在滑动过程中不断变化。在 $t = 3.1 \text{ s}$ 时,前颗粒到达水平面,最大速度超过 $7 \text{ m}/\text{s}$,最终当 $t = 8 \text{ s}$ 时运动基本停止,颗粒流堆积在斜槽和平面上,运动的距离较长(图 4)。此外,为了分析能量密度 k 对松散堆积体滑坡运动的影响,计算了松散湿颗粒在考虑能量密度的情况下的滑动过程(图 5 ~ 8)。分析可知,随着能量密度 k 的逐渐增大,颗粒堆积体滑动时的流动性越来越小,如图 6 ($k = 2\,000 \text{ J}/\text{m}^3$) 所示,堆积体在斜坡上运动时前段解体为小颗粒群运动,而后段滑动时基本保持结构完整,最终当 $t = 8 \text{ s}$ 时运动基本停止,但此时堆积体主要堆积在平面上,极少数颗粒堆积在斜坡上。能量密度越大,堆积体滑动到坡脚位置所消耗的时间也越长,如 k 取 0,为 3.1 s ,而取 1 000 和 $2\,000 \text{ J}/\text{m}^3$ 时延迟到 3.4 和 3.7 s 。

当能量密度 k 超过 $4\,000 \text{ J}/\text{m}^3$ 时,松散湿颗粒堆积体在斜槽上滑动时($t = 0 \sim 4 \text{ s}$) 均能保持初始状态的结构完整,这是由于足够的能量密度 k 赋予了颗粒间较大的液桥力,可以抵消外界一定强度的作用力,当所受力不超过液桥力时,颗粒粘结结构依旧能保持完整。如图 7 中当 $k = 4\,000 \text{ J}/\text{m}^3$ 时,仅当松散堆积体冲撞到底部平面时,由于惯性作用,前端颗粒速度远大于后端颗粒,堆积体前端开始出现拉裂隙,最前端的颗粒逐渐脱离母体运动。而图 8 中当 $k = 6\,000 \text{ J}/\text{m}^3$ 时,整个堆积体滑动过程中结构一直保持初始的状态,即便在水平面上运动时颗粒粘结依旧未被破坏。

以上分析表明,较小的能量密度可以使松散湿颗粒堆积物在滑动过程中发生崩解,形成数个破碎的岩屑颗粒群单独运动,并形成较远的滑动距离。

图 9 给出了不同能量密度参数时松散堆积体整体平均运动速度和动能随时间的变化情况。

图 9 表明,随着堆积体颗粒间的能量密度逐渐

增大,滑动达到最大平均速度和动能峰值的时刻越来越早,数值越来越大,但是当 $k \geq 5\,000\text{ J/m}^3$ 时,堆积体滑动的各项运动特征差别非常小。



图 4 不同时刻干燥堆积体滑动速度分布 ($k = 0$)



图 5 不同时刻含水堆积体滑动速度分布 ($k = 1\,000\text{ J/m}^3$)

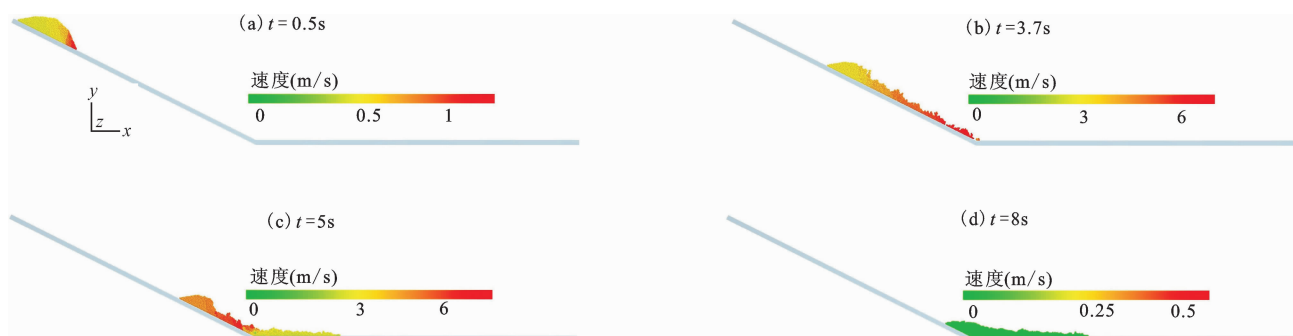


图 6 不同时刻含水堆积体滑动速度分布 ($k = 2\,000\text{ J/m}^3$)



图 7 不同时刻含水堆积体滑动速度分布 ($k = 4\,000\text{ J/m}^3$)

图8 不同时刻含水堆积体滑动速度分布($k = 6\,000\text{ J/m}^3$)

例如,当 k 取 $5\,000$ 和 $6\,000\text{ J/m}^3$ 时,堆积体运动的最大速度分别为 6.69 和 6.71 m/s ,最大动能分别为 127 和 128 kJ ,差别很小,对应的时刻均在 $t = 3.8\text{ s}$ 。而当 k 取 $2\,000\text{ J/m}^3$ 时,堆积体运动的最大速度和最大动能分别为 4.65 m/s 和 63.5 kJ ,对应的时刻为 $t = 4.4\text{ s}$ 。

进一步分析发现,当 $k \geq 4\,000\text{ J/m}^3$ 时,堆积体滑动速度曲线峰值前段几乎呈线性增加,这是由于此时的堆积体结构在坡面保持整体运动。动能曲线图9(b)与9(a)中的速度曲线趋势基本一致,因为速度与动能之间的关系为 $E_k = 1/2(mv^2)$ 。此外,当 k 不超过 $3\,000\text{ J/m}^3$ 时,松散堆积体取不同能量密度时滑动最大速度和最大动能差异不大。

图10为不同能量密度松散堆积体 x 、 y 、 z 方向的滑动速度。在 x 方向(图10(a)),沿滑动运动方向,变化趋势与图9(a)中体积速度的变化趋势非常相似,同样,能量密度越大,堆积体达到 x 方向的最大平均速度越早,最大平均速度越大。在 y 方向(图10(b)),速度负值表示垂直向下的滑动运动,当能量密度 $k < 3\,000\text{ J/m}^3$ 时,堆积体 y 方向的最大平均速度差别不大,约在 1.8 m/s 左右,而当 $k \geq 5\,000\text{ J/m}^3$ 时, y 方向的最大平均速度几乎可以达到 3 m/s 。此外,在 z 方向,该速度代表湿颗粒沉积物的横向运动,所有情况下 z 方向的最大平均速度约为 $2 \sim 3\text{ cm/s}$,集中在 $4 \sim 6\text{ s}$,由于侧板的阻挡作用,其大小比 x 和 y 方向小两个数量级,如图10(c)所示。

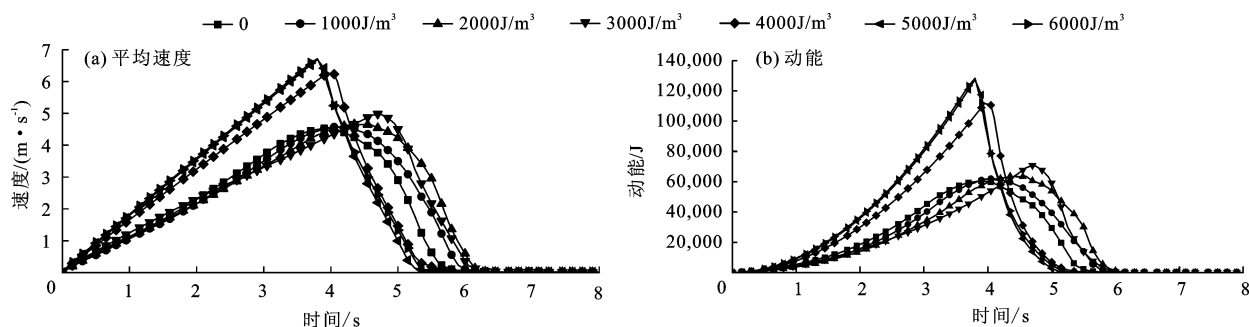
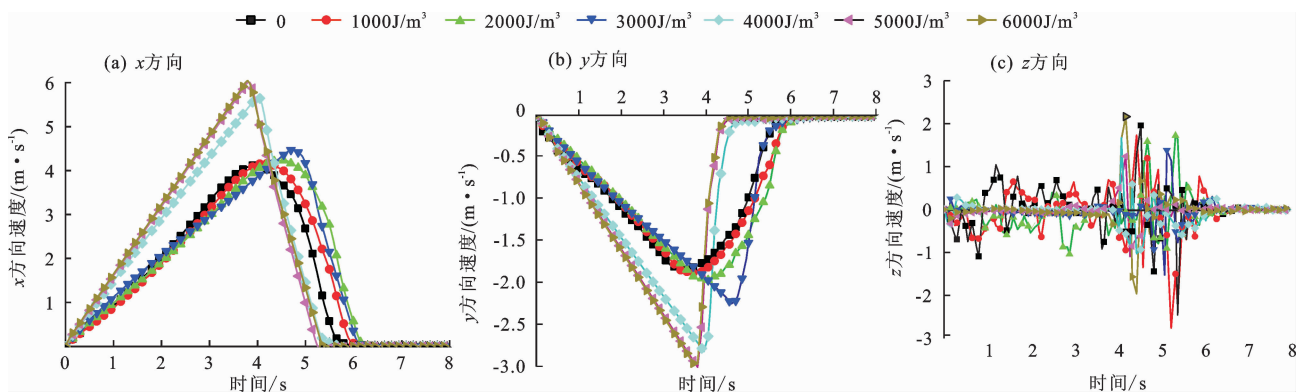
图9 不同 k 值松散堆积体滑动平均速度和动能变化图10 不同 k 值松散堆积体滑坡 x 、 y 、 z 方向平均速度变化

表 2 给出了松散堆积体滑动后的堆积长度统计结果,结合图 4~8 可知,随着堆积体能量密度的逐渐增加,斜坡上和平面上的堆积长度均有逐渐减小的趋势,如 $k = 1\,000\text{ J/m}^3$ 时,斜坡上的堆积长度和平面上的堆积长度分别为 4.72 和 7.59 m,当能量密度增加到 $3\,000\text{ J/m}^3$,堆积长度分别减小到 0.96 和 4.73 m,当能量密度增加到 $5\,000\text{ J/m}^3$,堆积长度进一步减小到 0 和 5.30 m。以上分析说明,能量密度较小的情况下,湿颗粒堆积体流动性更强,在实际滑坡运动过程中,滑坡灾害的影响范围更广。

表 2 含水堆积体滑坡滑动方向堆积长度

编号	能量密度 $k/(\text{J} \cdot \text{m}^{-3})$	坡面堆积 长度 l_1/m	平面堆积 长度 l_2/m	总堆积长度 L/m
1	0	6.29	7.01	13.30
2	1000	4.72	7.59	12.31
3	2000	1.79	7.41	9.20
4	3000	0.96	4.73	5.69
5	4000	0.05	6.07	6.12
6	5000	0	5.30	5.30
7	6000	0	5.22	5.22

图 11 为不同能量密度堆积体滑动过程中颗粒接触数量的变化情况。结果表明,当能量密度不超过 $3\,000\text{ J/m}^3$ 时,颗粒的接触数量在第 1 阶段($t = 0 \sim 4\text{ s}$)逐渐减少,然后逐渐增加,最后趋于稳定并保持不变。而当能量密度 $k \geq 4\,000\text{ J/m}^3$ 时,颗粒的接触数量在第 1 阶段($t = 0 \sim 4\text{ s}$)保持不变,在 $t = 4\text{ s}$ 时出现陡然增加,这是由于堆积体刚好撞击到底部平板上,然后接触数量逐渐减小,最后趋于稳定并保持不变。

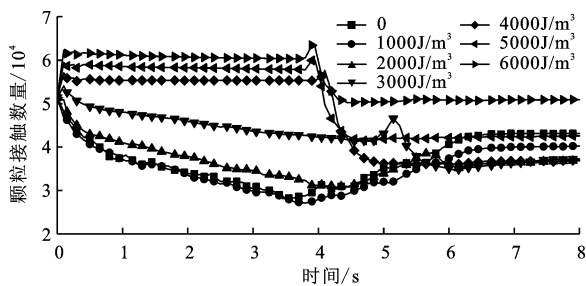


图 11 松散堆积体滑动过程颗粒接触数量变化

5 结 论

本文在传统离散单元法软球模型的基础上,提出了一种采用 Linear Cohesion 接触模型模拟含水湿

润状态下的松散堆积体滑坡运动过程的分析方法,该模拟可以有效地考虑相互接触颗粒单元之间的液桥力,并引入了能量密度参数 k 进行表征。通过建立含水堆积体滑坡离散元数值试验模型,研究了不同能量密度值对堆积体滑坡各项运动特征的影响,得到以下结论:

(1)随着堆积体颗粒间能量密度逐渐增大,堆积体滑动时的流动性越来越小,堆积体滑动到坡脚位置所消耗的时间也越长,达到最大平均速度和动能峰值的时刻越来越早,数值越来越大。当 $k \geq 5\,000\text{ J/m}^3$ 时,堆积体滑动的各项运动特征差别非常小。

(2)较小能量密度的松散湿颗粒堆积物在滑动过程中极易发生崩解,形成的岩屑颗粒群单独运动,流动性更强,在斜坡和平面上的堆积长度更长,此类滑坡灾害的影响范围更广。

(3)能量密度对含水堆积体滑坡过程中颗粒的碰撞接触影响较大,当能量密度 $k \leq 3\,000\text{ J/m}^3$ 时,颗粒的接触数量先减少然后增加,最后趋于稳定;当能量密度 $k \geq 4\,000\text{ J/m}^3$ 时,接触数量先保持不变,之后陡然增加,最终趋于稳定。

以上结论表明 Linear Cohesion 接触模型可以较好地反映含水湿颗粒间的相互作用,可用于模拟含水松散堆积体滑坡的整个运动过程,为今后此类滑坡灾害的数值分析预测和灾害评估提供一种新的研究途径。能量密度 k 是 Linear Cohesion 接触模型模拟含水堆积体颗粒运动的关键参数,在今后的研究中有必要对堆积体的含水量与胶结能量密度的关系进行更深入的探讨,进而可以根据不同含水条件选取相应的能量密度值进行含水松散堆积体滑坡的数值模拟计算。

参考文献:

- [1] SHEN Tong, WANG Yunsheng, HUANG Zhiqian, et al. Formation mechanism and movement processes of the Aizigoupaleo landslide, Jinsha River, China [J]. Landslides, 2019, 16(2):409-424.
- [2] 邓建辉,高云建,余志球,等. 堰塞金沙江上游的白格滑坡形成机制与过程分析[J]. 工程科学与技术,2019,51(1):9-16.
- [3] 温铭生,陈红旗,张鸣之,等. 四川茂县“6·24”特大滑坡特征与成因机制分析[J]. 中国地质灾害与防治学报,2017,28(3):1-7.
- [4] RUNQIU H. Some catastrophic landslides since the twentieth century in the southwest of China [J]. Landslides,

- 2009, 6(1):69-81.
- [5] OUYANG Chaojun, HE Siming, TANG Chuan. Numerical analysis of dynamics of debris flow over erodible beds in Wenchuan earthquake-induced area[J]. Engineering Geology, 2015, 194:62-72.
- [6] YANG H Q, LAN Y F, LU L, et al. A quasi-three-dimensional spring-deformable-block model for runout analysis of rapid landslide motion [J]. Engineering Geology, 2015, 185:20-32.
- [7] ZHOU G D, SUN Q C. Three-dimensional numerical study on flow regimes of dry granular flows by DEM[J]. Powder Technology, 2013, 239:115-127.
- [8] 刘思杰, 李昊承. 岩屑组成对高位滑坡-碎屑流运动特性影响离散元模拟研究[J]. 水资源与水工程学报, 2017, 28(6):209-214
- [9] LO C M, LIN M L, TANG C L, et al. A kinematic model of the Hsiaolin landslide calibrated to the morphology of the landslide deposit [J]. Engineering Geology, 2011, 123(1):22-39.
- [10] MEAD S R, CLEARY P W. Validation of DEM prediction for granular avalanches on irregular terrain[J]. Journal of Geophysical Research Earth Surface, 2015, 120(9):1724-1742.
- [11] CUNDALL P A, STRACK O D L. Discussion: A discrete numerical model for granular assemblies [J]. Géotechnique, 1980, 30(3):331-336.
- [12] 王国强, 郝万军, 王继新. 离散单元法及其在 EDEM 上的实践[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2010.
- [13] TOMAS J. Adhesion of ultrafine particles-energy absorption at contact[J]. Chemical Engineering Science, 2007, 62(21):5925-5939.
- [14] 赵啦啦, 赵跃民, 刘初升, 等. 湿颗粒堆力学特性的离散元法模拟研究[J]. 物理学报, 2014, 63(3):265-273.
- [15] 赵川, 付成华. 基于 DEM 的碎屑流运动特性数值模拟[J]. 水利水电科技进展, 2017, 37(2):43-47.

(上接第 226 页)

- [9] BONACINA C, COMINI G, FASANO A, et al. Numerical solution of phase-change problems [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer. 1973, 16(10):1825-1832.
- [10] COMINI G, GUIDICE S D, LEWIS R W, et al. Finite element solution of non-linear heat conduction problems with special reference to phase change [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1974, 8(3):613-624.
- [11] 何春雄, 吴紫汪, 朱林楠. 祁连山区大坂山隧道围岩的冻融状况分析[J]. 冰川冻土, 2000, 22(2):113-120.
- [12] 刘胜, 李权谋, 张国柱, 等. 隧道通风对围岩地温能的影响研究[J]. 公路, 2016, 61(7):330-335.
- [13] 马凤伟. 季节性冻土区运营隧道围岩温度场数值模拟分析[J]. 国防交通工程与技术, 2016, 14(1):22-25.
- [14] 高焱, 王敏, 陈辉, 等. 祁连山隧道洞内空气及围岩温度场分析[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(19):120-126.
- [15] 郝飞, 孙全胜. 寒区公路隧道温度场及保温层的研究[J]. 现代隧道技术, 2012, 49(1):39-43.
- [16] 徐鑫. 考虑通风条件下寒区隧道围岩及衬砌温度场变化规律研究[D]. 西安:西安科技大学, 2015.
- [17] 陈建勋, 罗彦斌. 寒冷地区隧道温度场的变化规律[J]. 交通运输工程学报, 2008, 8(2):44-48.
- [18] 孙克国, 徐雨平, 仇文革, 等. 寒区隧道温度场分布规律及围岩特性影响[J]. 现代隧道技术, 2016, 53(6):67-72.
- [19] 肖兴民. 寒区公路隧道温度场状态有限元模拟研究[J]. 华东公路, 2018, 232(4):49-51.
- [20] 韩跃杰, 富志鹏, 李博融. 多年冻土区隧道传热模型及温度场分布规律[J]. 中国公路学报, 2019, 32(7):136-145.
- [21] 杨旭, 严松宏, 马丽娜. 季节性冻土区隧道温度场分析与预测[J]. 隧道建设, 2012, 32(1):57-60+71.