

泄水建筑物反弧急流水深的显式解

宁利中¹, 张珂¹, 宁碧波², 田伟利³

(1. 西安理工大学 省部共建西北旱区生态水利国家重点实验室, 陕西 西安 710048; 2. 嘉兴学院 建筑工程学院, 浙江 嘉兴 314001; 3. 上海大学 美术学院, 上海 200444)

摘要: 泄水建筑物反弧急流水深是泄水工程下游水流衔接、反弧半径设计、反弧段动水压力计算的重要参数。本文的目标就是探讨具有足够精度又计算方便的泄水建筑物反弧急流水深计算方法。在利用恒定急变流的能量方程对于泄水建筑物的反弧水流进行分析基础上,对恒定急变流的能量方程建立的反弧段水深方程,通过级数展开近似处理,得到泄水建筑物反弧急流水深的显式解。精确解和显式解的误差分析表明,当急变流流速系数在 0.85 到 1.0 之间变化时,反弧急流水深的误差随着流速系数的增大而减小;当流能比在 0.01 到 0.3 之间变化时,反弧急流水深的误差随着流能比的减小而减小。建议的公式最大误差小于 1.85%。可见,在实际工程的参数变化范围内,本文建议的泄水建筑物反弧急流水深的显式解形式简单、计算方便、又具有足够的精度,因此可应用于实际工程泄水建筑物反弧急流水深的水力计算。

关键词: 泄水建筑物; 反弧段; 急流水深; 能量方程; 恒定急变流; 显式解

中图分类号: TV135.2

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2019)06-0130-05

Explicit solution of the supercritical flow depth at the bucket of the outlet structures

NING Lizhong¹, ZHANG Ke¹, NING Bibo², TIAN Weili³

(1. State Key Laboratory of Eco-hydraulics in Northwest Arid Region of China, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. College of Civil Engineering and Architecture, Jiaxing University, Jiaxing 314001, China; 3. College of Fine Arts, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract: The supercritical flow depth at the bucket of the outlet structures is an important parameter for flow connection in the downstream of outlet work, design of bucket radius and dynamic water pressure calculation. The aim of this paper is to seek a calculation method of supercritical flow depth at the bucket of the outlet structures with sufficient accuracy and convenient calculation. Based on the analysis of the supercritical flow at the bucket of the outlet structures using the energy equation of the rapidly varied steady flow, the water depth equation of the bucket derived by the energy equation of the rapidly varied steady flow was approximated by series expansion, and the explicit solution of the supercritical flow depth at the bucket of the outlet structures was obtained. Error analysis of exact solution and explicit solution showed that the error of the supercritical flow depth at the bucket decreases with the increase of the velocity coefficient when the velocity coefficient of the rapidly varied flow varied from 0.85 to 1.0. The error of the supercritical flow depth at the bucket decreased with the decrease of the flow-energy ratio when the flow-energy ratio varied from 0.01 to 0.3. The maximum error of the proposed formula was less than 1.85%. It can be seen that the explicit solution of the supercritical flow depth at the bucket of the outlet structures proposed in this paper is simple, convenient, and accurate in the range of the parameters of the actual project. Therefore, it can be applied to the hydraulic calculation of the supercritical flow depth at the bucket of the outlet structures in practical engineering.

收稿日期: 2019-07-02; 修回日期: 2019-08-06

基金项目: 国家自然科学基金项目(10872164); 省部共建西北旱区生态水利国家重点实验室基金项目(2017ZZKT-2)

作者简介: 宁利中(1961-), 男, 陕西西安人, 博士, 教授, 硕士生导师, 研究方向为对流动力学和高速水力学。

Key words: outlet structure; bucket; supercritical flow depth; energy equation; rapidly varied steady flow; explicit solution

1 研究背景

泄水建筑物的水力特性是进行泄水工程设计的依据,关于泄水建筑物的水力特性的实验研究、计算分析与数值模拟研究等,已经有许多成果^[1-6]。这为泄水建筑物的设计提供了安全保证。在进行泄水建筑物下游水流消能防冲衔接方式分析时,必须依据泄出水流的水力参数。这些水力参数以水深最小,流速最大的收缩断面的水力要素为代表。收缩断面可看作泄出水流与下游消能防冲衔接的开始断面。因此,收缩断面的水力特性资料是计算水流消能方式的基本要素^[1]。在设计泄水建筑物反弧段体形时也要用到收缩断面的水力特性资料,许多研究已经发现泄水建筑物的反弧半径是反弧段水深和流速的函数^[7-13]。根据我国的重力坝、拱坝、溢洪道规范规定以及水工设计手册建议,泄水建筑物的反弧半径是随着反弧段水深而变化的^[14-17]。另一方面,在进行泄水建筑物反弧段动水压力计算时也必须知道反弧水深。因此,泄水建筑物的反弧段水深是进行反弧半径设计时的必要资料。

关于泄水建筑物的反弧段水深已经有了一些分析和实验研究成果,分别给出了分析方程^[8,18]和经验公式^[19-21]。由实验给出的经验公式由于实验的条件、实验参数变化范围的限制,都有一定的应用限制条件。文献[18]建议的恒定急变流的能量方程,理论上更加合理但应用该方法时计算较复杂。本文基于恒定急变流的能量方程对泄水建筑物的反弧水流进行分析,在此基础上,对恒定急变流的能量方程建立的反弧段水深方程,通过级数展开近似处理,得到泄水建筑物反弧水深的显式解。经过误差分析,在实际工程的参数变化范围内,本文建议的泄水建筑物反弧水深的显式解具有足够的精度。同时,计算工作量大幅减少。

2 反弧段流动的分析

对于图1所示的溢流坝的过流,水流从坝顶下泄时,势能逐渐转化为动能,水深沿程减小,流速沿程增大。到达坝址的c-c断面,流速达到最大,水深变得最小。这个断面称为收缩断面,该处水深称为收缩水深。收缩水深小于临界水深。水力要素如图1所示, h_c 代表收缩水深,m; P_2 代表从下游床面

算起的坝高,m; H 代表堰上水头,m; v_0 代表0-0断面流速,m/s; α_0 代表0-0断面动能修正系数; g 代表重力加速度,m/s²; E 代表从下游床面算起的0-0断面的水头,m; E_0 代表从下游床面算起的0-0断面的全水头,m。现在以收缩断面底部为基准面,对坝前0-0断面和c-c收缩断面应用恒定急变流能量方程^[18],有:

$$P_2 + H + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} = h_c + k \frac{v_c^2}{2g} + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + \zeta \frac{v_c^2}{2g} \quad (1)$$

式中: α_c 为c-c断面动能修正系数; v_c 为c-c断面的流速,m/s; ζ 为0-0断面到c-c断面之间的水头损失系数; $k \frac{v_c^2}{2g}$ 为流线弯曲对测压管水头的影响; k 为流线弯曲对测压管水头的影响系数。考虑:

$$E_0 = P_2 + H + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} \quad (2)$$

则公式(1)变为:

$$E_0 = h_c + (k + \alpha_0 + \zeta) \frac{v_c^2}{2g} \quad (3)$$

为了讨论方便,定义流速系数为:

$$\varphi_0 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \zeta}}, \text{考虑急变流的流速系数为:}$$

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{k + \alpha_c + \zeta}}, \text{因此有 } \varphi = \frac{1}{\sqrt{k + \frac{1}{\varphi_0^2}}}$$

对于矩形泄槽,考虑 $v_c = \frac{q}{h_c}$,则公式(3)变为:

$$E_0 = h_c + \frac{q^2}{2g\varphi^2 h_c^2} \quad (4)$$

式中: q 为单宽流量,m³/(s·m)。公式(4)为计算收缩水深的基本方程。它可以改写为:

$$h_c = \frac{q}{\varphi \sqrt{2g} \sqrt{E_0 - h_c}} \quad (5)$$

令流能比 $K = \frac{q}{\sqrt{gE_0^3}}$,整理公式(5),得:

$$\frac{h_c}{E_0} = \frac{K}{\sqrt{2}\varphi \sqrt{1 - \frac{h_c}{E_0}}} \quad (6)$$

为了获得精确的收缩水深,对于流速系数 φ_0 进行了大量的研究,它取决于泄水建筑物的形式,尺寸;与反弧半径,坝面粗糙度,单宽流量等影响因素有关。已经有许多研究成果。系数 k 可按文献

[18]对圆柱反弧形时同心圆理论的分析结果取值。由于在某些情况下反弧水流并不符合同心圆假定^[8,19]。因此,也可以按照文献[8]的处理直接给出考虑急变流的流速系数 φ 的数值。由于公式(4)是关于 h_c 的三次方程,不容易直接求解,一般通过式(5)用试算法或者迭代法求解。为了计算的方便,本文将寻求收缩水深 h_c 的显式近似解。

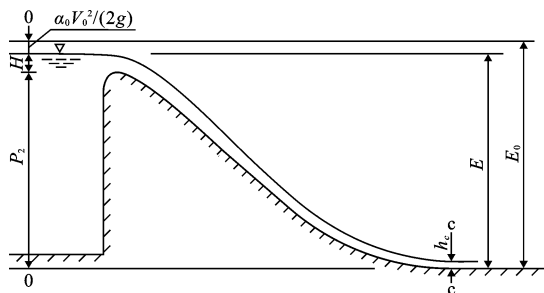


图1 溢流坝泄水示意图

3 反弧段急流水深的显式近似解

3.1 显式近似解1

将公式(6)变形,得:

$$\frac{K}{\sqrt{2}\varphi} = \frac{h_c}{E_0} \sqrt{1 - \frac{h_c}{E_0}} \quad (7)$$

将 $\sqrt{1 - \frac{h_c}{E_0}}$ 用泰勒级数展开,有:

$$\sqrt{1 - \frac{h_c}{E_0}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{h_c}{E_0} - \frac{1}{8} \left(\frac{h_c}{E_0}\right)^2 + \dots \quad (8)$$

考虑流能比,将公式(8)取前两项代入公式(7),得:

$$\frac{K}{\sqrt{2}\varphi} = \frac{h_c}{E_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{h_c}{E_0}\right)^2 \quad (9)$$

公式(9)变形,得:

$$\left(\frac{h_c}{E_0}\right)^2 - 2 \frac{h_c}{E_0} + \sqrt{2} \frac{K}{\varphi} = 0 \quad (10)$$

求解公式(10),得收缩水深的计算式为:

$$\frac{h_c}{E_0} = 1 - \sqrt{1 - \sqrt{2} \frac{K}{\varphi}} \quad (11)$$

3.2 显式近似解2

对公式(6)中的 $(1 - \frac{h_c}{E_0})^{-0.5}$ 用泰勒级数展开,有:

$$\left(1 - \frac{h_c}{E_0}\right)^{-0.5} = 1 + \frac{1}{2} \frac{h_c}{E_0} + \frac{1}{8} \left(\frac{h_c}{E_0}\right)^2 + \dots \quad (12)$$

将公式(12)取前两项代入式(6),得:

$$\frac{h_c}{E_0} = \frac{K}{\sqrt{2}\varphi} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{h_c}{E_0}\right] \quad (13)$$

公式(13)变形,得收缩水深的计算式为:

$$\frac{h_c}{E_0} = \frac{2K}{\varphi} \left/ \left(2\sqrt{2} - \frac{K}{\varphi}\right)\right. \quad (14)$$

4 显式解的误差分析与讨论

对于一般的溢流坝反弧段的流能比 K 在0.01到0.30之间变化,对于有闸门或者无闸门控制的溢流坝反弧段急变流流速系数 φ 在0.85到1.0之间变化。下面分析近似解(11)和近似解(14)与精确解(6)的误差。表1给出了不同流能比和不同流速系数情况下近似解(11)与精确解(6)的误差。它们的结果如图2所示。

表1 显式近似解公式(11)与精确解公式(6)的比较

流速系数	解的类型 与误差	流能比 K						
		0.01	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3
$\varphi = 0.85$	精确解	0.0084	0.0425	0.0872	0.1341	0.1845	0.2383	0.2978
	显式解	0.0084	0.0425	0.0870	0.1337	0.1832	0.2358	0.2923
	误差/%	0	0	0.23	0.30	0.70	1.05	1.85
$\varphi = 0.90$	精确解	0.0079	0.0401	0.0820	0.1261	0.1728	0.2227	0.2773
	显式解	0.0079	0.0401	0.0819	0.1258	0.1719	0.2208	0.273
	误差/%	0	0	0.12	0.24	0.52	0.85	1.55
$\varphi = 0.95$	精确解	0.0075	0.0379	0.0775	0.1189	0.1627	0.2093	0.2594
	显式解	0.0075	0.0379	0.0774	0.1187	0.1620	0.2076	0.2561
	误差/%	0	0	0.13	0.17	0.43	0.79	1.27
$\varphi = 1.00$	精确解	0.0071	0.0360	0.0735	0.1126	0.1538	0.1973	0.2440
	显式解	0.0071	0.0360	0.0734	0.1124	0.1531	0.196	0.2412
	误差/%	0	0	0.14	0.18	0.46	0.66	1.15

表 2 给出了不同流能比和不同流速系数情况下近似解(14)与精确解(6)的误差。它们的结果如图 3 所示。

由表 1、2 可以看出,(1)随着流能比的减小,由显式近似式计算的反弧急流水深与精确解的误差变小;随着流速系数的增大,由显式近似式计算的反弧急流水深与精确解的误差减小;(2)显式近似解(11)与精确解的最大误差为 1.85%,显式近似解(14)与精确解的最大误差为 4.24%,最大误差都发生在流速系数 $\varphi = 0.85$ 、流能比 $K = 0.3$ 的情况下。在小流能比情况下,显式近似解与精确解的误

差更小。流能比 $K \leq 0.05$ 的情况下,显式近似解(11)与显式近似解(14)的误差均为零。在大流能比情况下,显式近似解(11)的误差小于显式近似解(14)的误差。显式近似解(11)在流能比 $K \leq 0.2$ 的情况下,误差小于 0.7%。显式近似解(14)在流能比 $K \leq 0.15$ 的情况下,误差小于 0.75%;(3)在实际工程的水力参数变化范围内,本文给出的显式近似解公式(11)和显式近似解公式(14)都有足够的精度,并且两公式均为简单显式函数,它们都可以应用到实际工程的水力计算中。从精度方面考虑,优先推荐显式近似解(11)。

表 2 显式近似解公式(14)与精确解公式(6)的比较

流速系数	解的类型 与误差	流能比 K						
		0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
$\varphi = 0.85$	精确解	0.0084	0.0425	0.0872	0.1341	0.1845	0.2383	0.2978
	显式解	0.0084	0.0425	0.0868	0.1331	0.1815	0.2321	0.2851
	误差/%	0	0	0.46	0.75	1.63	2.60	4.24
$\varphi = 0.90$	精确解	0.0079	0.0401	0.0820	0.1261	0.1728	0.2227	0.2773
	显式解	0.0079	0.0401	0.0818	0.1252	0.1705	0.2178	0.2672
	误差/%	0	0	0.24	0.71	1.33	2.20	3.64
$\varphi = 0.95$	精确解	0.0075	0.0379	0.0775	0.1189	0.1627	0.2093	0.2594
	显式解	0.0075	0.0379	0.0773	0.1182	0.1608	0.2052	0.2514
	误差/%	0	0	0.26	0.59	1.17	1.96	3.08
$\varphi = 1.00$	精确解	0.0071	0.0360	0.0735	0.1126	0.1538	0.1973	0.2440
	显式解	0.0071	0.0360	0.0733	0.1120	0.1522	0.1939	0.2373
	误差/%	0	0	0.27	0.53	1.04	1.72	2.75

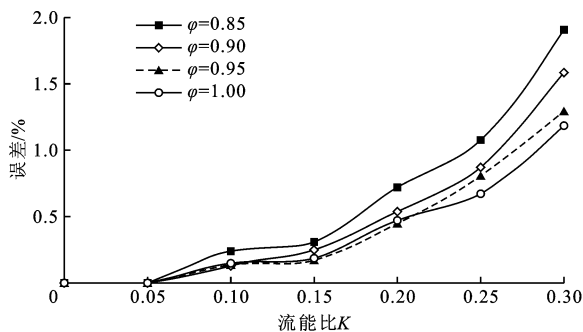


图 2 不同流速系数情况下显式近似解公式(11)的误差随着流能比的变化

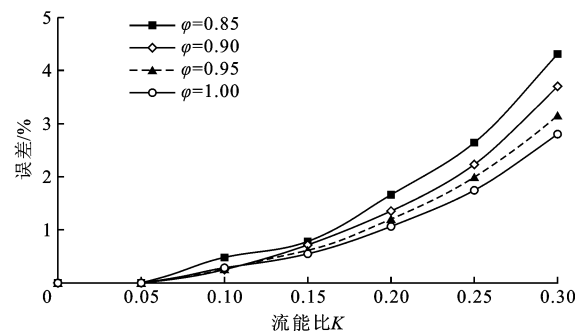


图 3 不同流速系数情况下显式近似解公式(14)的误差随着流能比的变化

5 结 论

(1) 基于恒定急变流的能量方程对于泄水建筑物的反弧水流进行分析,对恒定急变流的能量方程

建立的反弧段水深方程应用级数展开近似处理,得到泄水建筑物反弧急流水深的显式解。

(2) 反弧急流水深的精确解和显式解的误差分析表明,当急变流流速系数 φ 在 0.85 到 1.0 之间变化,流能比 K 在 0.01 到 0.3 之间变化时,误差随着

流速系数 φ 的增大而减小;误差随着流能比 K 的减小而减小。显式近似解(11)与精确解的最大误差为 1.85%,显式近似解(14)与精确解的最大误差为 4.24%,最大误差都发生在流速系数 $\varphi = 0.85$ 、流能比 $K = 0.3$ 的情况下。

(3)在上述流速系数和流能比的变化范围内,本文建议的反弧急流水深显式解具有形式简单、计算方便、又具有足够精度的特点。因此,可应用于实际工程的水力计算与设计。

参考文献:

- [1] 李建中,宁利中.高速水力学[M].西安:西北工业大学出版社,1994.
- [2] 蒋俏芬,尹进步,何军龄,等.拱坝表孔单孔双窄缝水舌冲击压强数值分析[J].水力发电学报,2017,36(6):23-29.
- [3] 王芳芳,吴时强,王威.小底坡泄洪洞突扩跌掺气坎水力特性[J].水力发电学报,2017,36(7):65-73.
- [4] 王海军,张凡,李会平.溢洪道泄流临底流速仿真模拟研究[J].水资源与水工程学报,2018,29(5):128-132.
- [5] 孙德旭,牧振伟,李凡琦,等.弯段溢洪道导流墩联合糙条消能工水力特性试验研究[J].水资源与水工程学报,2019,30(2):166-171.
- [6] 宁利中,王永起,宁碧波,等.急流冲击波波角的显式解[J].西安理工大学学报,2016,32(4):388-391.
- [7] 宁利中.挑流鼻坎反弧半径及临界条件探讨[J].陕西水力发电,1989,5(2):9-15.
- [8] 宁利中.溢流坝反弧水深的计算及反弧半径的选择[J].陕西机械学院学报,1986,2(1):93-105.
- [9] 张宗惠.挑流鼻坎反弧半径的拟定[J].水利学报,1982,13(11):51-55.
- [10] 郭子中.反弧半径的优化研究[C]//高速水流情报网第二届全网大会论文集(下册),1986:208-217.
- [11] 崔起麟.挑流鼻坎反弧半径的选择[J].水利水电技术,1984,15(12):16-19.
- [12] 宁利中.挑流水舌挑距及其影响因素概述[J].水资源与水工程学报,2004,15(3):35-39.
- [13] 宁利中,徐泊冰,宁碧波,等.泄水工程反弧半径的研究[J].西安理工大学学报,2019,35(1):23-27.
- [14] 中华人民共和国国家发展和改革委员会.混凝土拱坝设计规范:DL/T5346-2006[S].北京:中国水利水电出版社,2006.
- [15] 中华人民共和国国家经济贸易委员会.溢洪道设计规范:DL/T5166-2002[S].北京:中国水利水电出版社,2002.
- [16] 国家能源局.混凝土重力坝设计规范:NB/T35026-2014[S].北京:中国电力出版社,2015.
- [17] 索利生,刘宁.水工设计手册(第六卷):第二版[M].北京:中国水利水电出版社,2014.
- [18] 梁曾相.恒定急变流的能量方程及其应用[J].水利学报,1982,13(2):32-38.
- [19] 杭传儒,郭子中.反弧鼻坎上流线坦化的试验研究[J].华东水利学院学报,1983(3):17-25.
- [20] 王文焰.实体消力戽的水力特性[C]//论文集编辑组.泄水建筑物消能防冲论文集,北京:中国水利水电出版社,1980:160-182.
- [21] 张志恒.消力戽底收缩水深的计算[J].水利学报,1983,14(5):47-51.