

基于 ABC - SVM 的土石坝变形监测模型

张柯¹, 杨杰^{1,2}, 程琳^{1,2}

(1. 西安理工大学 水利水电学院, 陕西 西安 710048; 2. 陕西省西北旱区生态水利工程重点实验室, 陕西 西安 710048)

摘要: 针对土石坝变形具有较强的非线性特征, 传统统计模型预测精度不高, 误差较大的问题。引入支持向量机模型(SVM), 并采用人工蜂群算法(ABC)对支持向量机的关键参数惩罚因子 C 和核函数参数 σ 进行寻优, 提高模型的拟合和预测精度, 建立 ABC - SVM 模型应用于土石坝变形监测。实例验证分析表明: 与传统多元回归模型和 SVM 模型相比, ABC - SVM 模型预测精度高、泛化能力强。利用 ABC - SVM 模型对土石坝变形进行预测效果良好, 可在大坝安全监测领域推广应用。

关键词: 土石坝变形; 监测模型; 人工蜂群算法; 支持向量机; 参数寻优

中图分类号: TV698.1

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2017)04-0199-06

Earth - rockfill dam deformation monitoring model based on ABC - SVM

ZHANG Ke¹, YANG Jie^{1,2}, CHENG Lin^{1,2}

(1. Faculty of Water Resources and Hydroelectric Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;

2. State Key Laboratory of Eco - Hydraulic Engineering in Shaanxi, Xi'an 710048, China)

Abstract: As the Earth - rockfill dam deformation has strong nonlinear characteristics, and the traditional statistical model is often not accurate and the error is big, the support vector machine (SVM) model is introduced. The key parameters penalty factor C and kernel function parameter σ of support vector machine are optimized by artificial bee colony algorithm (ABC) to improve the fitting and prediction accuracy, and the ABC - SVM model is established to monitor the deformation of earth - rockfill dam. The experiment shows that the ABC - SVM model has high prediction accuracy and strong generalization ability compared with the traditional multiple regression model and SVM model. It has a good effect to use ABC - SVM model to predict the deformation of earth - rock dam, and the model can be used in the field of dam safety monitoring.

Key words: deformation of earth - rockfill dam; monitoring model; artificial bee colony algorithm; support vector machines; parameter optimization

建立大坝安全监测模型, 能够预测大坝未来的变化趋势, 掌握大坝的运行状态, 从而保证工程效益的发挥。目前应用于大坝位移预测的模型有很多, 例如传统的回归模型^[1]、神经网络模型、支持向量机模型等。传统的回归模型需要大量的数据作支撑, BP神经网络模型容易出现过拟合、收敛速度慢、局部极小化等问题^[2]。支持向量机(Support Vector Machines, SVM)是建立在统计学习理论的 VC 维理论和结构风险最小原理基础上的模型, 能够在模型的复杂性和学习能力之间寻求最佳折衷, 以获得最好的推广能力^[3-4]。支持向量机能够较好的处理非

线性、高维数和小样本问题, 具有良好的泛化能力, 已应用于大坝安全监测领域。李智录等^[5]将支持向量机应用于大坝渗流监测。司春棣等^[6]建立了基于支持向量机的土石坝安全监测预报模型。

SVM 的参数对模型的拟合与预测精度影响很大, 主要的影响参数有惩罚因子 C 和核函数参数 σ 。近些年来, 许多学者先后提出了基于遗传算法、粒子群算法、蚁群算法的 SVM 参数寻优方法。例如, 刘天祥等^[7]建立基于遗传算法优化的支持向量机大坝扬压力预测模型, 姜谔男等^[8]建立基于粒子群算法优化的支持向量机大坝渗流预报模型。本文利用

收稿日期: 2017-03-21; 修回日期: 2017-05-10

基金项目: 国家自然科学基金项目(51409205); 西安理工大学水利水电学院青年科技创新团队项目(2016ZZKT-14)

作者简介: 张柯(1987-), 男, 河南巩义人, 硕士研究生, 研究方向为大坝安全监测。

全局搜索能力更强的人工蜂群算法 (Artificial Bee Colony Algorithm, ABC) 对 SVM 参数进行寻优, 建立基于 ABC-SVM 的监测模型, 并应用于土石坝的变形预测。

1 支持向量机

支持向量机可以有效解决复杂的非线性回归问题, 且在小样本时泛化能力良好。其基本思想是利用内积函数将输入空间的非线性变量映射到高维特征空间, 使其能在高维特征空间进行线性回归^[9-10]。

设给定的训练集样本 $T = \{x_i, y_i \mid i = 1, 2, \dots, m\}$, 其中 $x_i \in R_m \times 1, y_i \in R, x_i$ 是 m 维输入向量, y_i 为输出值。利用非线性映射函数 $\varphi(x)$ 将样本非线性地向高维特征空间映射:

$$f(x) = \omega^T \varphi(x) + b \quad (1)$$

式中: $\varphi(x)$ 为核空间映射函数; ω 为权向量; b 为偏置量; ω, b 分别为待定系数。

按照结构风险最小化原则寻找 ω, b , 即:

$$\begin{cases} \min: J(\omega, e, b) = \frac{1}{2} \omega^T \omega + \frac{1}{2} C \sum_{i=1}^l e_i^2 \\ \text{s. t. } y_i = \omega^T \varphi(x_i) + b + e_i, \\ i = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (2)$$

式中: ω 为权向量; b 为偏置量; C 为惩罚因子; e_i 为松弛变量; i 为第 i 个训练样本。

利用拉格朗日函数对以上优化问题进行求解:

$$L(\omega, b, e_i, \alpha_i) = \frac{1}{2} \omega^T \omega + \frac{1}{2} C \sum_{i=1}^m e_i^2 - \sum_{i=1}^m \alpha_i \{ \omega^T \varphi(x_i) + b + e_i - y_i \} \quad (3)$$

式中: α_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 为拉格朗日乘子, $\alpha_i \geq 0$ 。

根据 KKT (Karush - Kuhn - Tucker) 条件:

$$\frac{\partial L}{\partial \omega} = 0; \frac{\partial L}{\partial b} = 0; \frac{\partial L}{\partial e} = 0; \frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0 \quad (4)$$

得到:

$$\omega = \sum_{i=1}^l \alpha_i \varphi(x_i); \sum_{i=1}^l \alpha_i = 0; \alpha_i = Ce \quad (5)$$

$$y_i - \omega^T \varphi(x_i) - b - e = 0 \quad (6)$$

根据 Mercer 条件, 映射函数与核函数 $K(x_i, y_i)$

有以下关系:

$$K(x_i, x_j) = \varphi(x_i)^T \varphi(x_j) \quad (7)$$

整理得到线性方程组:

$$\begin{bmatrix} 0 & L_m^T \\ L_m & \Phi + E/C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: $L_m = [1, 1, \dots, 1]^T, y = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T, \alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m]^T, \Phi = [K]_{m \times m}, E$ 为 m 阶的单位矩阵。

那么支持向量机的拟合函数可表示为:

$$f(x) = \sum_{i=1}^m \alpha_i K(x_i, x_j) + b \quad (9)$$

Sigmoid 函数、多项式函数和径向基函数都是常用的支持向量机核函数。大量研究表明, 径向基函数相较于其他核函数具有更强的泛化能力。所以在建立模型时采用径向基核函数, 其具体公式为:

$$K(x_i, x_j) = \exp(-\|x_i - x_j\|^2 / (2\sigma^2)) \quad (10)$$

惩罚因子 C 和核函数参数 σ 的选取对于支持向量机模型至关重要, 本文利用人工蜂群算法对参数 C 和 σ 进行全局寻优, 以获得最好的模型效果。

2 人工蜂群算法

人工蜂群优化算法 (Artificial Bee Colony algorithm, 简称为 ABC) 是由 Karaboga 提出的一种模拟蜜蜂采蜜过程的元启发式智能算法, 用来求解数值优化问题^[11]。该算法将人工蜂群分为 3 类: 雇佣蜂、观察蜂和侦察蜂。整个蜂群的 3 种蜜蜂通过相互协作共同寻找花蜜量最大的蜜源。蜜源代表所有的可行解, 蜜蜂负责寻找蜜源, 找到蜜源的位置即对应问题的最优解, 蜜源的花蜜数量为解的适应度函数值^[12]。其数学步骤如下:

初始化时, 随机生成 n 个可行解, 计算适应度函数。随机生成可行解的公式如下:

$$x_{ij} = x_{\min, j} + \text{rand}(0, 1) \times (x_{\max, j} - x_{\min, j}) \quad (11)$$

式中: x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 为 D 维向量; D 为优化参数的个数, $j \in \{1, 2, \dots, D\}$ 。

通过公式 (11) 的计算, 记录目前为止的最优解, 并在当前蜜源的邻近区域内进行搜索, 寻找到新的蜜源, 搜索新蜜源的公式为:

$$v_{ij} = x_{ij} + \varphi_{ij} \times (x_{ij} - x_{kj}) \quad (12)$$

式中: $j \in \{1, 2, \dots, D\}, k \in \{1, 2, \dots, n\}, k$ 随机生成且 $k \neq i, \varphi_{ij}$ 为 $[-1, 1]$ 中的一个随机数。

将新生成的解与原来的解作比较, 采用贪心选择策略保留较好的解。观察蜂按照蜜源中花蜜数量的多少来选择蜜源, 如果蜜源的花蜜数量越多, 那么该蜜源被观察蜂选择的概率越大。蜜源被观察蜂选择的概率可表示为:

$$P_i = \frac{\text{fit}(x_i)}{\sum_{n=1}^n \text{fit}(x_n)} \quad (13)$$

式中: $\text{fit}(x_i)$ 为第 i 个解的适应度值。

为了防止算法出现局部最优问题,若某个蜜源的迭代次数达到最大限制搜索次数,花蜜数量并没有得到改善,那么就舍弃该蜜源并将该蜜源记录在禁忌列表中,而寻找到该蜜源的雇佣蜂会变为侦察蜂。然后按照公式(11)随机生成新的蜜源位置来取代旧的蜜源,按照上述过程继续迭代寻优,直到达到终止迭代次数为止。

3 土石坝位移 ABC-SVM 监测模型的建立

(1)数据输入。土石坝位移影响因素包含时效、水压和温度3个因子^[11],共13个输入向量。数据输入时,需将影响因素数据和实测的位移数据一同输入。

(2)数据处理。对原始数据进行归一化。

(3)采用ABC算法优化SVM模型的惩罚因子 C 和核函数参数 σ ^[13]。初始化设置人工蜂群算法中的参数,包括蜂群的数量、最大迭代次数、最大限制搜索次数等。根据公式(11)寻找新的最优解,以SVM模型的均方差作为该解的适应度函数值。雇佣蜂在邻域内搜索产生新解,计算其花蜜数量,若优于原来的解,用新解代替,否则保留原来的解。计算侦察蜂选择蜜源的概率,以贪心算法选择蜜源,若在最大限制搜索次数内,蜜源的花蜜数量没有变化,就放弃该解,用侦察蜂搜索到的蜜源代替^[14]。保存搜索过程中的最优解,判断其是否满足终止迭代的条件,若不满足,则迭代次数加一,重复上述过程;若满足,则输出SVM模型最优的参数^[15]。

(4)建立基于ABC-SVM的土石坝位移监测模型。将寻优得到的参数代入支持向量机,用来拟合、预测土石坝的位移,评价模型的性能。

4 实例分析

4.1 ABC-SVM 模型建立

某水利水电枢纽工程位于甘肃省境内的白龙江干流上,主要建筑物包括壤土心墙土石坝、右岸开敞式溢洪道、左右岸泄洪洞、排沙洞、引水隧洞、电站厂房等。水库为季调节水库,总库容为 $5.21 \times 10^8 \text{ m}^3$,调节库容为 $2.21 \times 10^8 \text{ m}^3$,属大(2)型工程。该工程是以发电为主,兼有防洪、灌溉等效益的综合利用水电工程。其中壤土心墙土石坝最大坝高为101.8 m,坝顶长度为297.4 m。高程691 m马道为下游坝坡最高的变形监测点布设处,具有控制意义,共设有7个变形监测点,选取编号D11-3和D13-3测点。

D11-3测点位于坝左0+264.00 m,坝下0+041.80 m,D13-3测点位于坝左0+304.00 m,坝下0+041.80 m。取2010年7月1日至2012年10月11日的上下游水平位移监测资料。以7 d为一期,将前110期观测数据用于拟合,后10期观测数据用于预测。同时对D11-3测点的竖向位移进行建模,竖向位移监测数据每月记录一次,取1995年1月至2006年3月共135组数据,前120组观测数据用于拟合,后15组观测数据用于预测。

ABC-SVM模型的输入向量为:水压因子取 $H - H_0, (H - H_0)^2, (H - H_0)^3, \bar{H}_{60-31}, \bar{H}_{30-11}, \bar{H}_{10-4}$ 和 \bar{H}_{3-1} 7项;其中, H, H_0 分别为监测日、始测日对应的上游水位, $\bar{H}_{60-31}, \bar{H}_{30-11}, \bar{H}_{10-4}$ 和 \bar{H}_{3-1} 分别为相应监测日前60~31、30~11、10~4、3~1 d上游水位的平均值;时效因子取 $\theta - \theta_0$ 两项; θ 为监测日至始测日的累计天数除以100, θ_0 为建模资料系列的第一个监测日至始测日的累计天数除以100;温度因子取 $\sin \frac{2\pi t}{365} - \sin \frac{\pi t_0}{365}, \cos \frac{2\pi t}{365} - \cos \frac{2\pi t_0}{365}, \sin \frac{4\pi t}{365} - \sin \frac{4\pi t_0}{365}, \cos \frac{4\pi t}{365} - \cos \frac{4\pi t_0}{365}$ 4项;其中 t 为监测日至始测日的累计天数, t_0 为建模资料系列的第一个监测日至始测日的累计天数。

为加快学习速度,对以上影响因子的训练样本数据归一化,每组样本数据的最小值和最大值分别设为 X_{\min} 和 X_{\max} ,则归一化后变量为:

$$X' = 0.1 + 0.8(X - X_{\min}) / (X_{\max} - X_{\min}) \quad (14)$$

初始化ABC算法参数:蜂群种群个数为20,蜜源数量为10,最大限制搜索次数为50,最大迭代次数为100,惩罚因子 C 的范围为 $[0.1, 100]$,核函数参数 σ 的范围为 $[0.01, 10]$ 。经过ABC算法参数寻优后得到D11-3测点水平位移模型的惩罚因子 C 为2.6535,核函数参数 σ 为0.97578。D13-3测点水平位移模型的惩罚因子 C 为1.7315,核函数参数 σ 为0.96884。D11-3测点竖向位移模型的惩罚因子 C 为88.2294,核函数参数 σ 为0.01。

4.2 模型的比较分析

图1和图2分别为D11-3和D13-3测点基于多元回归和ABC-SVM模型水平位移的拟合结果对比图,图3为D11-3测点基于多元回归和ABC-SVM模型竖向位移的拟合结果对比图。从图1~3中可以看出ABC-SVM模型的拟合精度稍高于多元回归模型。

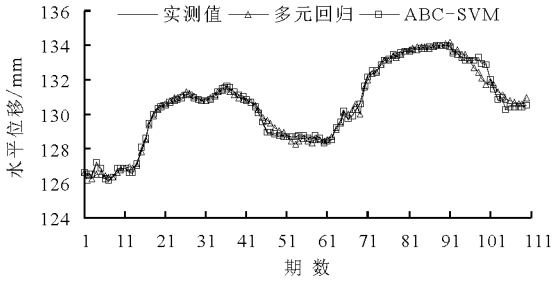


图1 D11-3 测点两种模型的水平位移拟合结果对比图

于多元回归和 ABC-SVM 模型水平位移的预测结果对比图,图 6 为 D11-3 测点基于多元回归和 ABC-SVM 模型竖向位移的预测结果对比图。从图 3~5 中可以明显看出 ABC-SVM 模型的预测结果更接近实测值,说明其预测精度更高。

表 1 和表 2 分别为 D11-3 测点和 D13-3 监测点基于 ABC-SVM、SVM、多元回归 3 种模型水平位移的预测结果。限于篇幅,未列出 D11-3 测点竖向位移各模型的预测结果。

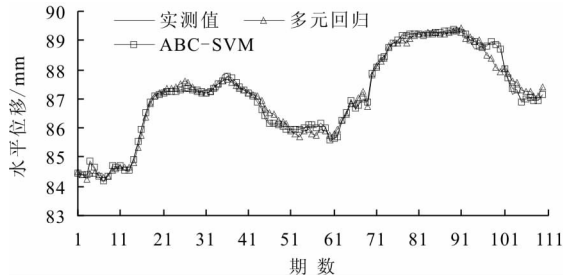


图2 D13-3 测点两种模型的水平位移拟合结果对比图

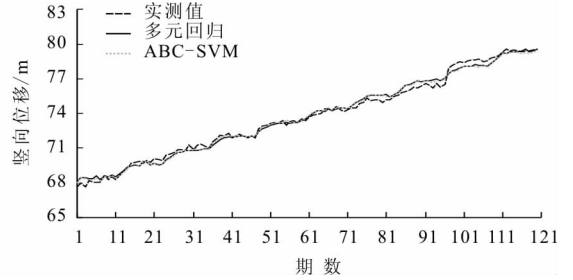


图3 D11-3 测点两种模型的竖向位移拟合结果对比图

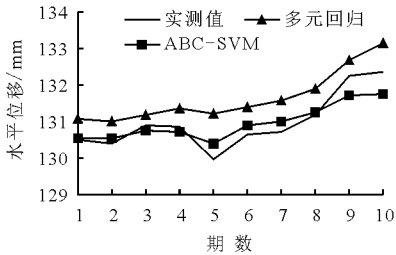


图4 D11-3 测点两种模型的水平位移预测结果对比图

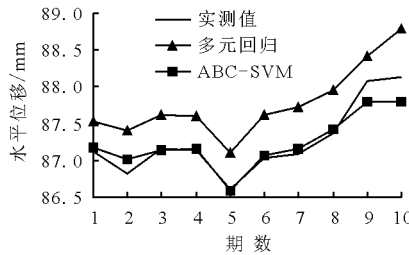


图5 D13-3 测点两种模型的水平位移预测结果对比图

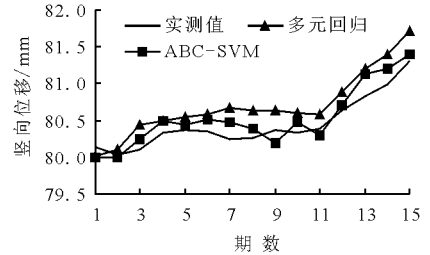


图6 D11-3 测点两种模型的竖向位移预测结果对比图

表1 3种模型的预测值与相对误差(D11-3 测点水平位移)

日期	实测值/ mm	多元回归		SVM		ABC-SVM	
		预测值/mm	相对误差/%	预测值/mm	相对误差/%	预测值/mm	相对误差/%
2012-08-09	130.50	131.06	0.429	130.40	-0.077	130.54	0.031
2012-08-16	130.40	131.01	0.468	130.31	-0.069	130.53	0.100
2012-08-23	130.90	131.17	0.206	130.37	-0.405	130.74	-0.122
2012-08-30	130.86	131.37	0.390	130.40	-0.352	130.72	-0.107
2012-09-06	129.98	131.21	0.946	130.21	0.177	130.38	-0.308
2012-09-13	130.65	131.40	0.574	130.34	-0.237	130.88	0.176
2012-09-20	130.71	131.58	0.666	130.40	-0.237	130.99	0.214
2012-09-27	131.17	131.91	0.564	130.57	-0.457	131.24	0.053
2012-10-04	132.24	132.67	0.325	131.03	-0.915	131.73	-0.389
2012-10-11	132.37	133.16	0.597	131.07	-0.982	131.76	-0.461

为了体现出 ABC-SVM 模型的优越性,分别选取平均相对误差(MAPE)、平均绝对误差(MAE)和均方

根误差(RMSE)对预测结果进行评价:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100\% \quad (15)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (16)$$

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / n} \quad (17)$$

式中: n 为样本数; y_i 为监测实测值; \hat{y}_i 为模型预测值。

表 2 3 种模型的预测值与相对误差 (D13 - 3 测点水平位移)

日期	实测值/ mm	多元回归		SVM		ABC - SVM	
		预测值/mm	相对误差/%	预测值/mm	相对误差/%	预测值/mm	相对误差/%
2012-08-09	87.12	87.49	0.425	87.08	-0.046	87.18	0.069
2012-08-16	86.82	87.41	0.680	86.90	0.092	87.01	0.219
2012-08-23	87.15	87.56	0.470	87.00	-0.172	87.14	-0.011
2012-08-30	87.13	87.63	0.574	87.01	-0.138	87.15	0.023
2012-09-06	86.61	87.34	0.843	86.67	0.069	86.58	-0.035
2012-09-13	87.04	87.61	0.655	86.90	-0.161	87.06	0.023
2012-09-20	87.09	87.72	0.723	86.96	-0.149	87.15	0.069
2012-09-27	87.36	87.96	0.687	87.16	-0.229	87.42	0.069
2012-10-04	88.08	88.42	0.386	87.49	-0.670	87.79	-0.329
2012-10-11	88.14	88.79	0.737	87.48	-0.749	87.80	-0.386

表 3 各方法预测误差比较 (D11 - 3 测点水平位移)

预测方法	预测误差		
	MAPE/%	MAE/mm	RMSE/mm
多元回归	0.517	0.676	0.7215
SVM	0.391	0.514	0.6528
ABC - SVM	0.196	0.257	0.3146

表 4 各方法预测误差比较 (D13 - 3 测点水平位移)

预测方法	预测误差		
	MAPE/%	MAE/mm	RMSE/mm
多元回归	0.618	0.539	0.5526
SVM	0.248	0.217	0.3009
ABC - SVM	0.123	0.108	0.1572

表 5 各方法预测误差比较 (D11 - 3 测点竖向位移)

预测方法	预测误差		
	MAPE/%	MAE/mm	RMSE/mm
多元回归	0.338	0.272	0.2927
SVM	0.213	0.172	0.2218
ABC - SVM	0.177	0.142	0.1569

表 3、表 4 和表 5 为 3 种模型预测误差的比较结果,从中可以看出,无论是水平位移还是竖向位移,ABC - SVM 模型预测结果的平均相对误差、平均绝

对误差和均方根误差这 3 个指标均小于 SVM 模型和多元回归模型,SVM 模型次之,多元回归模型最差。说明利用人工蜂群算法优化的支持向量机模型能够较好的解决非线性问题,模型预测精度更高,具有更好的泛化能力,可用于土石坝变形预测。

5 结 论

本文将人工蜂群算法和支持向量机相结合,建立 ABC - SVM 模型,并对某土石坝位移监测数据进行拟合与预测,得到了比较满意的预测结果。通过研究总结出以下几点结论。

(1) 支持向量机模型中惩罚因子 C 和核函数参数 σ 的选择是影响预测效果的关键因素,本文利用人工蜂群算法优化支持向量机得到最优参数,克服了传统 SVM 模型参数选取的随意性和盲目性。

(2) 成功地对土石坝位移进行了预测,从中可以看出相对于传统的 SVM 模型和多元回归模型,ABC - SVM 模型预测结果的平均相对误差、平均绝对误差和均方差均为最小,说明 ABC - SVM 模型的预测精度高、非线性拟合能力和泛化能力好,可用于大坝安全监测建模与预报。对于保证大坝安全平稳运行具有很好的实用意义。

(3) 人工蜂群算法作为一种元启发式智能算法,具有控制参数少、易实现、收敛速度快等优点。但也存在易陷入局部最优解,易早熟收敛等问题,如

何克服这些缺点,优化人工蜂群算法,可以做进一步研究。

参考文献:

- [1] 吴中如. 水工建筑物安全监控理论及其应用[M]. 北京:高等教育出版社,2003.
- [2] 张代远. 神经网络新理论与方法[M]. 北京:清华大学出版社,2006.
- [3] 丁世飞,齐丙娟,谭红艳. 支持向量机理论与算法研究综述[J]. 电子科技大学学报,2011,40(1):2-10.
- [4] 姜翠萍. 支持向量机模型和算法研究[D]. 大连:大连理工大学,2006.
- [5] 李智录,张真真. 支持向量机在大坝渗流监测中的应用[J]. 大坝与安全,2008,20(1):21-24.
- [6] 司春棣,练继建,郑杨. 基于支持向量机的土石坝安全监测预报模型研究[J]. 水利水电技术,2007,38(9):75-77.
- [7] 刘天祥,包腾飞,宋锦焘,等. 基于遗传算法的 LIBSVM 模型大坝扬压力预测研究[J]. 三峡大学学报(自然科学版),2013,35(6):24-28.
- [8] 姜谱男,梁冰. 基于 PSO-SVM 的大坝渗流监测时间序列非线性预报模型[J]. 水利学报,2006,37(3):331-335.
- [9] 苏怀智,温志萍,吴中如. 基于 SVM 理论的大坝安全预警模型研究[J]. 应用基础与工程科学学报,2009,17(1):40-48.
- [10] 高永刚,岳建平,石杏喜. 支持向量机在变形监测数据处理中的应用[J]. 水电自动化与大坝监测,2005,29(5):36-39.
- [11] Karaboga D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization[R]. Computers Engineering Department, Engineering Faculty, Erciyes University, 2005.
- [12] 秦全德,程适,李丽,等. 人工蜂群算法研究综述[J]. 智能系统学报,2014,9(2):127-135.
- [13] 刘路,王太勇. 基于人工蜂群算法的支持向量机优化[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版),2011,44(9):803-809.
- [14] 丁宏飞,秦政,李演洪,等. 融合多源数据的 ABC-SVM 快速路交通事件检测[J]. 中国安全科学学报,2015,25(6):162-166.
- [15] 高相铭,杨世凤,潘三博. 基于 EMD 和 ABC-SVM 的光伏并网系统输出功率预测研究[J]. 电力系统保护与控制,2015,43(21):86-92.
- [12] 安鹏,邢义川,张爱军,等. 渠道抗冻胀垫层设计方法研究与数值模拟[J]. 岩土力学,2013,34(S2):257-264+271.
- [13] 安鹏,邢义川,张爱军. 基于部分保温法的渠道保温板厚度计算与数值模拟[J]. 农业工程学报,2013,29(17):54-62.
- [14] 中华人民共和国水利部. 渠系工程抗冻胀设计规范(SL23-2006)[S]. 北京:中国水利水电出版社,2006.
- [15] 中华人民共和国水利部. 水工建筑物抗冰冻设计规范(GB/T50662-2011)[S]. 北京:中国计划出版社,2011.
- [16] 山西省渠道防渗工程技术手册编委会. 山西省渠道防渗工程技术手册[M]. 太原:山西省科学技术出版社,2003.
- [17] 马巍,王大雁,等. 冻土力学[M]. 北京:科学出版社,2014,146-148.
- [18] Potyondy J G. Skin friction between various soils and construction materials[J]. Geotechnique, 1961, 11(4):339-353.
- [19] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB/T50600-2010 渠道防渗工程技术规范[S]. 北京:中国计划出版社,2010:81-83.
- [20] 钱胜国. 田间持水量与土壤容重机械组成的相关特性[J]. 土壤通报,1981(5):12-14.
- [21] 师访. ANSYS 二次开发及应用实例详解[M]. 北京:中国水利水电出版社,2012.

(上接第 198 页)