

基于积分法的均质边坡稳定性区间分析

冯欣^{a,b}, 熊子正^{a,b}, 滕志强^{a,b}, 蔡征龙^{a,b}

(河海大学 a. 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室; b. 江苏省岩土工程技术工程研究中心, 江苏 南京 210098)

摘要: 为了考虑岩土体材料自身强度参数的随机性对边坡稳定性的影响, 采用边坡稳定积分法代替传统条分法, 避免了条分法中土条数目不同带来的计算误差, 并利用区间分析理论, 充分考虑岩土体抗剪强度参数的随机性, 得出了土体参数在一定范围内变化情况下的区间安全系数表达式及浸水条件下边坡的区间安全系数表达式, 并通过 Matlab 语言进行程序的编制。计算算例表明: 常规方法求得的安全系数包含在此方法所求的区间范围内, 体现了此方法对均质边坡的计算结果正确合理, 得出的区间结果具有一定的实际工程意义。

关键词: 岩土边坡; 均质边坡; 边坡稳定性; 积分法; 区间分析; 安全系数

中图分类号: TV314; TV223

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2017)01-0192-05

Interval analysis of homogeneous slope stability based on integral method

FENG Xin^{a,b}, XIONG Zizheng^{a,b}, TENG Zhiqiang^{a,b}, CAI Zhenglong^{a,b}

(a. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering;

b. Jiangsu Research Center for Geotechnical Engineering Technology, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: In order to consider the influences of strength parameter's randomness of rock-soil body materials on slope stability, the traditional slice method was replaced by the slope stability integral method, which could avoid calculation errors caused by the different soil slices in the slice method. The interval analysis theory was utilized with full consideration in the randomness of shear strength parameters of rock-soil body in order to obtain the equations of interval safety coefficient under a certain range of soil parameters and slope interval safety coefficient under the condition of submerging. The Matlab was used to compile the programs. The numerical example showed that, the safety factor obtained by the conventional method was included in the value range obtained by this method, which showed that the method was reasonable for the homogeneous slope, and the interval results were of practical engineering significance.

Key words: rock-soil slope; homogeneous slope; slope stability; integration method; interval analysis; safety factor

1 研究背景

近年来,我国地质灾害频频发生,滑坡作为最常见的地质灾害,往往造成重大经济损失和人员伤亡^[1],因此边坡稳定性问题受到国内外学者广泛的关注。

由于岩土介质具有高度复杂性和不确定性,针对这一问题,主要解决办法是将区间分析的方法引入到边坡稳定分析中。Moore^[2]在计算数学的误差理论研究中系统提出区间运算理论;曹文贵等^[3]将简化 Bishop 法与区间法结合,在非概率模糊可靠性

分析方法基础上,得到一种更加合乎工程实际的岩土边坡稳定性分析的不确定性分析方法。

同时,圆弧条分法作为边坡分析理论中最为常见的方法,将滑动土体简化成有限多个长条,这些简化会加大计算的误差,而积分法将土体分为无限多个长条,可以避免条分法的缺陷。冯又全等^[4]用简单条分法和简化 Bishop 法计算得到边坡安全系数积分式,并求解积分式;蔡征龙等^[5-6]利用 Matlab 语言编制了积分法的计算程序,使得积分法在边坡稳定分析中更加方便,大大提高了计算效率。但是很少有人将两种方法结合起来,得到一种更加可靠

收稿日期:2016-09-04; 修回日期:2016-11-15

基金项目:国家自然科学基金项目(51409082);“十二五”国家科技支撑计划项目(2013BAB06B01)

作者简介:冯欣(1992-),男,江苏南京人,硕士研究生,研究方向:岩石力学与工程。

的评价边坡稳定性的方法。

鉴于此,本文在前人研究的基础上推导了区间极限平衡法^[7-9]并采用端点组合法^[10]解决了区间扩张的问题,用积分法^[11-14]代替原来的条分法,使用经验方法确定滑弧圆心和半径范围,得到均质土坡和浸水土坡的安全系数计算公式,利用 Matlab 内置函数,编写基于积分法的边坡区间安全系数的求解程序。

结果显示,将区间极限平衡法和积分法结合所得的安全系数正确且合理,该方法不仅提高了条分法的计算精度和效率,而且得出的区间结果更具有工程实际意义,是一种简单实用的计算均质边坡稳定性的方法。

2 区间分析的极限平衡法^[7-9]

假定将土体计算参数黏聚力、内摩擦角和容重设置为区间值,则计算得到的安全系数也为区间值,本文采用简化 Bishop 法进行区间分析,得到区间安全系数:

$$\begin{cases} F_s^l = \frac{\sum (c_i^l + W_i^l \text{tg} \varphi_i^l) / m_i^l}{\sum W_i^l \sin \alpha_i} \\ m_i^l = \cos \alpha_i + \text{tg} \varphi_i^l \sin \alpha_i / F_s^l \end{cases} \quad (1)$$

其中:

$$\begin{cases} F_s^l = [F_s^-, F_s^+], c_i^l = [c_i^-, c_i^+], \\ \varphi_i^l = [\varphi_i^-, \varphi_i^+], W_i^l = [W_i^-, W_i^+], \\ m_i^l = [m_i^-, m_i^+] \end{cases} \quad (2)$$

式中: c_i^l 、 W_i^l 、 φ_i^l 分别为第 i 个土条的黏聚力区间、重力区间和内摩擦角区间; α_i 为第 i 个土条底边与水平面的夹角。

为了得到安全系数的下、上限值,引入区间运算法则,考虑了黏聚力、内摩擦角、容重的取值大小以及土条底边与水平面夹角的正负对安全系数取值所带来的影响,得到具体的安全系数表达式:

$$\begin{cases} F_s^- = \begin{cases} \frac{\sum (c_i^- b_i + \overline{W_i} \text{tg} \varphi_i^-) / \overline{m_i}}{\sum \overline{W_i} \sin \alpha_i}, \alpha_i \leq 0 \\ \frac{\sum (c_i^- b_i + \overline{W_i} \text{tg} \varphi_i^-) / \overline{m_i}}{\sum \overline{W_i} \sin \alpha_i}, \alpha_i > 0 \end{cases} \\ m_i^- = \begin{cases} \cos \alpha_i + \text{tg} \varphi_i^- \sin \alpha_i / F_s^-, \alpha_i \leq 0 \\ \cos \alpha_i + \text{tg} \varphi_i^- \sin \alpha_i / F_s^-, \alpha_i > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} F_s^- = \begin{cases} \frac{\sum (c_i^- b_i + \overline{W_i} \text{tg} \varphi_i^-) / \overline{m_i}}{\sum \overline{W_i} \sin \alpha_i}, \alpha_i \leq 0 \\ \frac{\sum (c_i^- b_i + \overline{W_i} \text{tg} \varphi_i^-) / \overline{m_i}}{\sum \overline{W_i} \sin \alpha_i}, \alpha_i > 0 \end{cases} \\ m_i^- = \begin{cases} \cos \alpha_i + \text{tg} \varphi_i^- \sin \alpha_i / F_s^-, \alpha_i \leq 0 \\ \cos \alpha_i + \text{tg} \varphi_i^- \sin \alpha_i / F_s^-, \alpha_i > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

在边坡稳定性的区间计算过程中会出现一定的区间扩张,导致计算得出的区间值比实际值要大。本文通过文献[10]的方法,土体容重取区间的上限值,黏聚力及摩擦角取区间下限值,得到其最小安全系数;通过取土体容重取区间下限值及黏聚力、摩擦角取区间上限值时,得到最大的安全系数,经过此优化之后的安全系数表达式为:

$$\begin{cases} F_s^- = \frac{\sum (c_i^- b_i + \overline{W_i} \text{tg} \varphi_i^-) / \overline{m_i}}{\sum \overline{W_i} \sin \alpha_i} \\ m_i^- = \cos \alpha_i + \text{tg} \varphi_i^- \sin \alpha_i / F_s^- \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} F_s^+ = \frac{\sum (c_i^+ b_i + \underline{W_i} \text{tg} \varphi_i^+) / \underline{m_i}}{\sum \underline{W_i} \sin \alpha_i} \\ m_i^+ = \cos \alpha_i + \text{tg} \varphi_i^+ \sin \alpha_i / F_s^+ \end{cases} \quad (6)$$

3 基于积分法的边坡区间稳定分析

3.1 均质土坡安全系数

假定有一土坡如图 1 所示,土的黏聚力为 c ,土的内摩擦角为 φ ,土的容重为 γ ,坡度为 $1:m$ 。建立坐标系时,将坐标系原点取在坡脚处,设土坡滑动时,旋转中心为 $O(x_0, y_0)$,滑弧半径为 R ,滑弧与坡顶面相交于 $A(x_a, h)$ 。

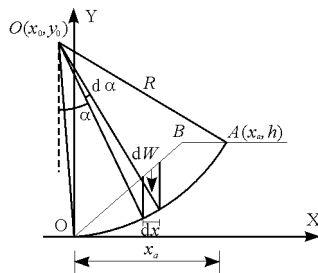


图 1 积分法坐标系

滑弧方程为:

$$y = y_0 - \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}, \quad (0 \leq x \leq x_a) \quad (7)$$

$$x_a = x_0 + \sqrt{R^2 - (h - y_0)^2} \quad (8)$$

从滑动土体内取出任一微分土条,土条宽度为 dx ,土条的重量为 dW ,径向线与过滑弧圆心 O 点的铅垂线之间的夹角为 α , $d\alpha$ 为 α 的增量。

其中:

$$\begin{cases} \sin\alpha = \frac{x - x_0}{R} \\ \cos\alpha = \frac{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}}{R} \\ d\alpha = \frac{dx}{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}} \end{cases} \quad (9)$$

蔡征龙等^[5] 推导了基于简化 Bishop 法的边坡安全系数的积分表达式:

$$F_s = \frac{\int_0^{x_a} (cdx + tg\phi dW) / m}{\int_0^{x_a} \sin\alpha dW} = \frac{\int_0^{x_a} (cdx + \gamma htg\phi dx) / m}{\int_0^{x_a} \gamma h \sin\alpha dx} \quad (10)$$

$$m = \cos\alpha + tg\phi \sin\alpha / F_s \quad (11)$$

用上述积分法代替传统的条分法,在公式(5), (6)得出的区间极限平衡法得出的区间安全系数的基础上,用公式(10), (11)的积分法代替传统的条分法,公式上表示为将公式(5)和(6)中的求和符号更换为积分符号,则二者结合之后的边坡区间安全系数可表示为:

$$\begin{aligned} \bar{F}_s &= \frac{\int_0^{x_a} (\bar{c}dx + tg\bar{\phi} d\bar{W}) / \bar{m}}{\int_0^{x_a} \sin\alpha d\bar{W}} \\ &= \frac{\int_0^{x_a} (\bar{c}dx + \bar{\gamma} htg\bar{\phi} dx) / \bar{m}}{\int_0^{x_a} \bar{\gamma} h \sin\alpha dx} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\bar{m} = \cos\alpha + tg\bar{\phi} \sin\alpha / \bar{F}_s \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_s &= \frac{\int_0^{x_a} (\bar{c}dx + tg\bar{\phi} d\bar{W}) / \bar{m}}{\int_0^{x_a} \sin\alpha d\bar{W}} \\ &= \frac{\int_0^{x_a} (\bar{c}dx + \bar{\gamma} htg\bar{\phi} dx) / \bar{m}}{\int_0^{x_a} \bar{\gamma} h \sin\alpha dx} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\bar{m} = \cos\alpha + tg\bar{\phi} \sin\alpha / \bar{F}_s \quad (15)$$

式中: h 为土条高度,为分段函数:

$$h = \begin{cases} \frac{x}{m} - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}, & (0 \leq x < mh) \\ h - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}, & (mh \leq x \leq x_a) \end{cases} \quad (16)$$

公式(12) ~ (15)为基于简化 Bishop 法得到的均质边坡安全系数新解法,该方法将区间法和积分法的优点结合起来,得到的安全系数解对均质边坡和均质浸水边坡都适用。但是对于多层边坡,其滑弧与土层界线的交点会因为土层位置的不同而改变,其安全系数表达式也会随之改变,不易得到统一的区间安全系数表达式^[5],只能针对具体的分层边坡推导出特定的表达式,从而进行计算。

3.2 滑弧圆心及半径范围确定

确定滑弧圆心和半径范围,潘家铮等通过研究表明,在边坡中点作法线和垂线,分别以 0.25 和 1.25 倍坡长为半径,以中点为圆心画同心圆,滑弧圆心落在所包围的闭合范围内。对于每个滑弧圆心,使得安全系数最小的滑弧半径即为所求半径^[15]。

3.3 边坡浸水时安全系数

如果土坡部分浸水,水位高为 h_1 ,如图 2 所示。水下土体参数为 c', ϕ', γ' ,水上土体参数为 c, ϕ, γ 。

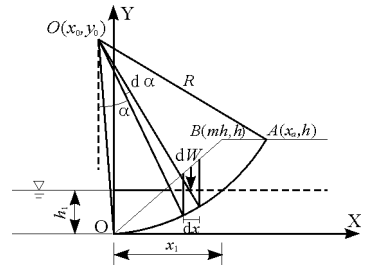


图 2 部分浸水土坡

$$\begin{cases} \bar{F}_s = \frac{\int_0^{x_a} (\bar{c}dx + tg\bar{\phi} d\bar{W}) / \bar{m}}{\int_0^{x_a} \sin\alpha d\bar{W}} \\ \bar{m} = \cos\alpha + tg\bar{\phi} \sin\alpha / \bar{F}_s \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \bar{F}_s = \frac{\int_0^{x_a} (\bar{c}dx + tg\bar{\phi} d\bar{W}) / \bar{m}}{\int_0^{x_a} \sin\alpha d\bar{W}} \\ \bar{m} = \cos\alpha + tg\bar{\phi} \sin\alpha / \bar{F}_s \end{cases} \quad (18)$$

由于水位高低导致 x_1 和 mh 位置不确定,因此要分两种情况来讨论:

当 $x_1 < mh$ 时,如图 3 所示。

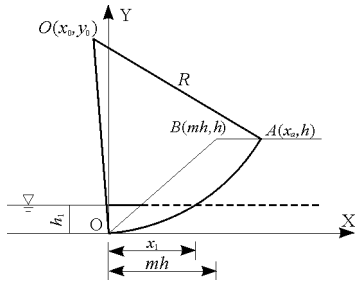


图 3 浸水土坡 ($x_1 < mh$)

$$dW = \begin{cases} \gamma' \left(\frac{x}{m} - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2} \right) dx, & (0 \leq x < mh_1) \\ \gamma' (h_1 - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}) dx + \gamma \left(\frac{x}{m} - h_1 \right) dx, & (mh_1 \leq x < x_1) \\ \gamma \left(\frac{x}{m} - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2} \right) dx, & (x_1 \leq x < mh) \\ \gamma (h - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}) dx, & (mh_1 \leq x \leq x_a) \end{cases} \quad (19)$$

当 $x_1 \geq mh$ 时,如图 4 所示。

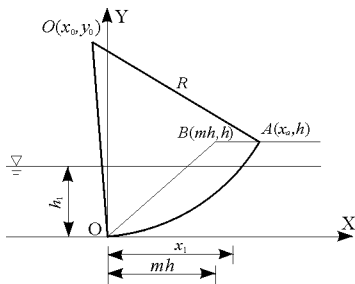


图 4

图 4 浸水土坡 ($x_1 \geq mh$)

$$dW = \begin{cases} \gamma' \left(\frac{x}{m} - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2} \right) dx, & (0 \leq x < mh_1) \\ \gamma' (h_1 - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}) dx + \gamma \left(\frac{x}{m} - h_1 \right) dx, & (mh_1 \leq x < mh) \\ \gamma (h_1 - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}) dx + \gamma (h - h_1) dx, & (mh \leq x < x_1) \\ \gamma (h - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}) dx, & (x_1 \leq x \leq x_a) \end{cases} \quad (20)$$

利用 Matlab 强大的数值计算功能,分别采用梯

形数值积分法 (trapz) 和自适应 Simpleson 积分法 (quad)。梯形数值积分法 (trapz) 积分时采用固定步长,而自适应 Simpleson 积分法 (quad) 是自动选择步长,选用两种积分方法是为了使计算结果更准确,使用两种方法分别得出上述积分表达式的结果,并进行比较。

4 算例

4.1 均质土坡

采用文献[16]中的均质土坡,坡率为 1:1,黏聚力 $c = 15 \text{ kPa}$,内摩擦角 $\varphi = 20^\circ$,土体的容重 $\gamma = 18.5 \text{ kN/m}^3$,在进行区间分析时,将 c, φ, γ 设置为区间数,区间范围为参数的 1%,采用两种积分法得到区间安全系数值见表 1。

表 1 均质土坡安全系数

不同计算方法	区间安全系数
梯形数值积分法	[1.274, 1.291]
自适应 Simpleson 法	[1.286, 1.302]

文献[16]中简化 Bishop 法计算得出的安全系数为 1.29,包含在本文所求的区间内,可以看出该计算结果可信。

4.2 浸水土坡

如图 5 所示,某浸水土坡高 4 m,坡率为 1:1.25,黏聚力 $c = 13 \text{ kPa}$,内摩擦角 $\varphi = 23^\circ$,土体的容重 $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$,浸水高度为 1 m,浸水土体的黏聚力 $c' = 7 \text{ kPa}$,内摩擦角 $\varphi' = 19^\circ$,土体的容重 $\gamma' = 12 \text{ kN/m}^3$,分别用简化 Bishop 法和区间积分法计算浸水土坡的稳定性。参数区间范围与均质土坡算例相同,得到区间安全系数。

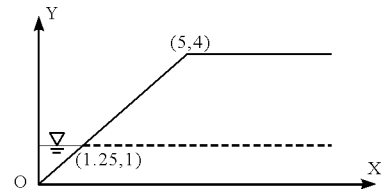


图 5 浸水土坡算例

利用本方法确定滑弧圆心坐标为 (3.734, 4.758),滑弧半径为 6.048 m。然后通过本程序得出的计算结果见表 2。

表 2 浸水土坡安全系数

不同计算方法	区间安全系数
梯形数值积分法	[1.530, 1.546]
自适应 Simpleson 法	[1.551, 1.567]

为了验证结果的合理性,采用 Rocscience 中的 Slide 模块,使用上述滑弧圆心和半径,使用简化 Bishop 法计算的安全系数为 1.553,可以看出该分析方法得到的计算结果可信。

5 结 论

(1)采用基于积分法的稳定性区间分析,以简化 Bishop 法为基础,不仅避免了由于条分数目引起的误差,提高了计算精度,同时也给出了安全系数的区间值,使结果更具有工程实际意义。

(2)本文采用梯形数值积分法和自适应 Simpleson 积分法得出的计算结果略有差异,是因为其积分步长的选择方式不同,但两者差别很小,不影响结果的准确性。

(3)考虑了土坡浸水的情况,可以在土坡不同浸水高度情况下,利用 Matlab 内置函数能简单、高效地实现上述计算过程,简化了程序的编制,并通过实际的算例结果表明,此程序能应用于一般的均质边坡的稳定性分析,具备一定的适用性。

参考文献:

- [1] 周创兵,李典庆.暴雨诱发滑坡致灾机理与减灾方法研究进展[J].地球科学进展,2009,24(5):477-487.
- [2] Moore R E. Interval analysis[M]. New York: Prentice-Hall. Englewood Cliffs,1966.
- [3] 曹文贵,张永杰.基于区间组合法的边坡稳定非概率模糊可靠性分析方法[J].土木工程学报,2007,40(11):64-69.
- [4] 冯又全,杨敏.边坡稳定计算的积分法[J].上海地质,1999(1):12-15.

- [5] 蔡征龙,孟永东,苏情明,等.基于 Matlab 的土坡稳定分析的解析计算[J].三峡大学学报(自然科学版),2014,36(5):60-63.
- [6] 蔡征龙,徐卫亚,石崇,等.基于简化 Bishop 积分法降雨滑坡失效概率模型研究[J].四川大学学报(工程科学版),2016,48(3):64-70.
- [7] 于生飞,陈征宙,张明瑞,等.基于区间不确定分析方法的边坡稳定性分析[J].工程地质学报,2012,20(2):228-233.
- [8] 喻和平,张聪,袁明明,等.边坡稳定性分析的区间极限平衡法[J].科学技术与工程,2015,15(5):301-304.
- [9] 刘世君,高德军,蒋中明,等.区间有限元控制方程的求解方法[J].三峡大学学报(自然科学版),2004,26(3):237-240+260.
- [10] 王银春.基于区间方法的边坡稳定性分析[D].银川:宁夏大学,2014.
- [11] 张向东,张哲诚,张玉,等.瑞典圆弧法的积分形式及其广义数学模型[J].应用力学学报,2014,31(1):162-168.
- [12] 许年春,伍培,赵宝云,等.一个能够优化边坡安全稳定系数计算的解析式[J].工业安全与环保,2015,41(6):59-61.
- [13] 李素娟,任宇涛.基于遗传算法的均质土坡稳定性分析数值解研究[J].地质灾害与环境保护,2010,21(3):63-66.
- [14] 周勇,朱彦鹏.框架预应力锚杆边坡支护结构的稳定性分析方法及其应用[J].工程地质学报,2008,16(3):376-382.
- [15] 卢廷浩.土力学(第二版)[M].南京:河海大学出版社,2004.
- [16] 杨明成,郑颖人.基于极限平衡理论的局部最小安全系数法[J].岩土工程学报,2002,24(5):600-604.

(上接第 191 页)

- [7] Utili S, Nova R. DEM analysis of bonded granular geomaterials[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics,2008,32(17):1997-2031.
- [8] 蒋明镜,张望成,孙渝刚,等.理想胶结砂土力学特性及剪切带形成的离散元分析[J].岩土工程学报,2012,34(12):2162-2169.
- [9] 蒋明镜,孙渝刚.人工胶结砂土力学特性的离散元模拟[J].岩土力学,2011,32(6):1849-1856.
- [10] 蒋明镜,孙渝刚.结构性砂土粒间胶结效应的二维数值分析[J].岩土工程学报,2011,33(8):1246-1253.
- [11] 蒋明镜,李秀梅,孙渝刚,等.考虑颗粒抗转动的砂土双轴试验离散元模拟[J].岩土力学,2009,30(S2):514

- 517.
- [12] Potyondy D O, Cundall P A. A bonded-particle model for rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004,41(8):1329-1364.
- [13] Shen Zhifu, Jiang Mingjing, Wan R. Numerical study of inter-particle bond failure by 3D discrete element method [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics,2015,40(4):523-545.
- [14] Jiang M J, Konrad J M, Leroueil S. An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM studies[J]. Computers and Geotechnics, 2003,30(7):579-597.