

# 侧向荷载作用下砂土与粘土中桩的受力性状研究

陈迪, 任青, 刘阳, 颜超, 柯喆  
(上海理工大学 土木工程系, 上海 200093)

**摘要:** 采用  $p-y$  曲线法对砂土与粘土中侧向受荷桩进行非线性分析。对于砂土与粘土采用不同的  $p-y$  曲线模型,并用  $m$  值和统一极限抗力作为模型参数。通过有限差分法与迭代方式进行计算,迭代过程中将土体变形分为弹性区与塑性区,建立全新的计算模型。利用 Fortran 语言编程,分别对粘土与砂土中侧向受荷桩的受力性状进行分析计算。将计算结果与实例进行对比分析,证明该模型适用于砂土与粘土中桩基的计算。

**关键词:** 侧向受荷桩; 粘土; 砂土;  $p-y$  曲线; 极限抗力

中图分类号: TU473.11

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2016)01-0212-05

## Study on stress property of clay and sand middle pile under effect of lateral load

CHEN Di, REN Qing, LIU Yang, YAN Chao, KE Zhe

(Department of Civil Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China.)

**Abstract:** The nonlinear analysis of lateral load pile in clay and sand was carried out by  $p-y$  curve method. It used different  $p-y$  curve model to sand and clay, took  $m$  value and uniform ultimate resistance as model parameters. The soil body's deformation was distinguished as elastic zone and plastic zone during the iterative process through finite difference method and iterative method, and a new computing model was established. Then it used fortran language to study the behavior of laterally loaded piles, and compared computation result with examples so as to prove that the model is suitable for the calculation between clay pile and sand one.

**Key words:** lateral load pile; clay; sand;  $p-y$  curve; limit resistance

## 1 研究背景

随着对海上资源的不断开发与利用,例如石油资源与风能等,近年来海上风电站、石油平台、港口码头等近海工程项目不断兴建,桩基础在其中发挥重要的作用。在设计时桩基础所承受的海上风荷载、波浪荷载等成为不可忽略的因素,所以对侧向受荷桩在不同土体中的受力性状的研究显得十分必要。

目前,有许多方法分析侧向受荷桩的受力性状,例如地基反力法、数值分析法、 $p-y$ 曲线法等。 $p-y$ 曲线法认为沿桩身各深度处,可根据土的实际情况确定单位长度土体抗力  $p$  (单位为  $\text{kN/m}$ ) 与位移  $y$  (单位为  $\text{m}$ ) 之间的非线性关系。 $p-y$ 曲线法不仅可以考虑桩-土之间的非线性作用、土体分层、不同的荷载形式(例如静力荷载与循环荷载)等因素,还可

以引入土的弱化、土抗力的退化与折减对桩受力性状的影响。所以,  $p-y$  曲线对分析侧向受荷桩有重要意义。

计算侧向受荷桩时采用式(1)的微分方程:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + ky = 0 \quad (1)$$

式中:  $x$  为地面以下的深度,  $\text{m}$ ;  $y$  为桩身水平位移,  $\text{m}$ ;  $EI$  为桩截面抗弯刚度,  $\text{MN} \cdot \text{m}^2$ ;  $k = -p/y$ ,  $\text{kN/m}^2$ 。

本文在对现有的砂土与粘土的  $p-y$  曲线进行总结的基础上,建议粘土选用 Matlock<sup>[1]</sup> 的实测  $p-y$  曲线模型,砂土选用王国粹等<sup>[2]</sup> 提出的归一化双曲线模型。在计算过程中将桩的变形分为弹性区与塑性区,更加符合土体的非线性特征,建立新的计算模型,适用于粘土与砂土中侧向受荷桩的计算。

## 2 $p - y$ 曲线

不论是在砂土中还是粘土中,关于侧向受荷桩的  $p - y$  曲线得到了广泛而深入的研究。Matlock<sup>[1]</sup>、Reese<sup>[3-4]</sup>、Sullivan<sup>[5]</sup>、Dunnivant 和 O'Neil<sup>[6]</sup>、王惠初等<sup>[7]</sup>、章连洋等<sup>[8]</sup>、王国粹等<sup>[9]</sup>对粘土的  $p - y$  曲线进行了研究。

对于砂土中的  $p - y$  曲线, Bogard 等<sup>[10]</sup>、Reese 等<sup>[11]</sup>、Murchison 等<sup>[12]</sup>、高明等<sup>[13]</sup>、Scott<sup>[14]</sup>、Wesselink 等<sup>[15]</sup>、王伟、杨敏等<sup>[2,16]</sup>也做了大量的研究工作,提出自己的模型。美国<sup>[17]</sup>和挪威<sup>[18]</sup>以及我国<sup>[19-20]</sup>的规范对于侧向受荷桩的计算都采用基本相同的规定,即计算在粘土中侧向受荷桩时可以采用 Matlock 提出的粘土  $p - y$  曲线进行计算;在砂土中的侧向受荷桩可以采用 1991 年 Murchison 和 O'Neil<sup>[12]</sup>提出的砂土  $p - y$  曲线。

对于粘土,依照各国规范选用 Matlock 的粘土  $p - y$  曲线分析粘土中侧向受荷桩的受力性状:

$$\begin{cases} y/y_{50} < 8, p/p_u = 0.5(y/y_{50})^{1/3} \\ y/y_{50} > 8, p/p_u = 1.0 \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $p_u$  为单位长度土体极限抗力, kN/m;  $y_{50}$  为当土体达到一半极限水平抗力时桩在相应深度处的侧向变形, m:

$$y_{50} = \eta \varepsilon_{50} d \quad (3)$$

式中:  $\eta$  为经验系数, 一般情况下取  $\eta = 2.5$ ;  $\varepsilon_{50}$  为三轴剪切试验中主应力差达到最大主应力差一半时所对应的轴向应变;  $d$  为桩径, m。

其  $p - y$  曲线关系如图 1。

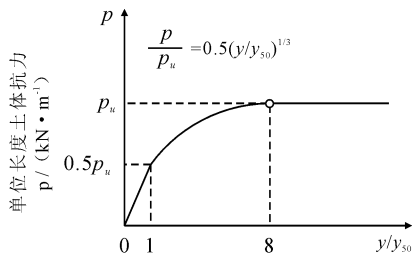


图 1 Matlock 的  $p - y$  曲线

对于砂土,由于砂土  $p - y$  曲线大都比较复杂,而且不同曲线之间差别较大,针对此问题王国粹等<sup>[2]</sup>将多种曲线归一化,并用双曲线模型拟合归一化的曲线,得到理想的结果。因此选用此双曲线模型,如式(4):

$$p = y / \left( \frac{1}{k} + \frac{y}{p_u} \right) \quad (4)$$

## 3 计算方法与迭代过程

### 3.1 计算方程的建立

计算模型的控制方程为:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + ky = 0 \quad (5)$$

将桩身分段,引入  $p - y$  曲线,利用中心差分法变换控制方程的形式,建立方程组,并用迭代的方式进行求解。具体方式如下:

在桩长方向将桩均分为  $n$  段,每段长为  $h$ ,各结点编号由下至上分别为  $0, 1, 2, 3, \dots, n + 1$ ,同时在桩顶以上和桩底以下各加两个虚拟的结点,这样一共有  $n + 5$  个节点。如图 2 所示。

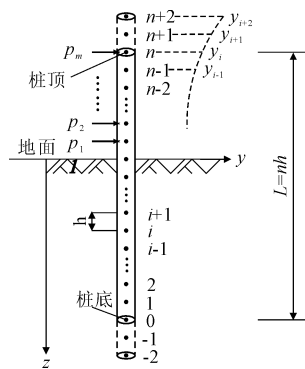


图 2 计算模型

当节点位于地面以下时,节点的控制方程用中心差分法表示成如式(6):

$$y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2} = \frac{-h^4}{EI} k_i y_i \quad (6)$$

这里  $k_i$  为第  $i$  节点土的地基反力系数, kN/m<sup>2</sup>;  $y_i$  为第  $i$  节点桩身水平位移;  $k_i y_i = p_i$  为第  $i$  结点土体抗力;  $h$  为每一段桩的长度, m。

当节点位于地面上时:

$$-y_{i-2} + 2y_{i-1} - 2y_{i+1} + y_{i+2} = \sum p \quad (7)$$

式中:  $\sum p$  为  $i$  点以上(包括  $i$  点)所有荷载之和, kN。

将每一个点按照上面的形式列出节点方程,  $n + 1$  个节点可以列出  $n + 1$  个方程。然而整个桩有  $n + 5$  个节点,即有  $n + 5$  个位移未知量。利用边界条件可以列出 4 个方程,所以可以列出  $n + 5$  个计算方程来求解  $n + 5$  个未知量。桩顶边界条件:

(1) 桩顶剪力  $Q_n = 0$  和弯矩  $M_n = 0$  即:

$$\begin{cases} -y_{n-2} + 2y_{n-1} - 2y_{n+1} + y_{n+2} = 0 \\ y_{n-1} - 2y_n + y_{n+1} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

(2) 桩顶剪力  $Q_n = 0$  和转角  $\theta_n = 0$  时即:

$$\begin{cases} -y_{n-2} + 2y_{n-1} - 2y_{n+1} + y_{n+2} = 0 \\ y_{n-1} - y_{n+1} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

(3) 桩顶有弯矩  $M_n = 0$  和位移  $y_n = 0$  即

$$\begin{cases} y_{n-1} - 2y_n + y_{n+1} = 0 \\ y_n = 0 \end{cases} \quad (10)$$

(4) 桩顶位移  $y_n = 0$  和转角  $\theta_n = 0$  即

$$\begin{cases} y_{n-1} - y_{n+1} = 0 \\ y_n = 0 \end{cases} \quad (11)$$

(5) 若桩顶弯矩  $M_n$  和剪力  $Q_n$  不为 0 即:

$$\begin{cases} -y_{n-2} + 2y_{n-1} - 2y_{n+1} + y_{n+2} = -2h^3/(EI)Q_i \\ y_{n-1} - 2y_n + y_{n+1} = h^2/(EI)M_n \end{cases} \quad (12)$$

桩底边界条件:

桩底剪力  $Q_0 = 0$  和弯矩  $M_0 = 0$  即:

$$\begin{cases} -y_{-2} + 3y_{-1} - 2y_1 + y_2 = 0 \\ y_{-1} - 2y_0 + y_1 = 0 \end{cases} \quad (13)$$

或者桩底位移  $y_0$ , 转角  $\theta_0 = 0$ :

$$\begin{cases} y_{-1} - y_1 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad (14)$$

### 3.2 迭代与计算步骤

联立各个点的差分方程与边界条件, 进行计算, 求出各个节点的位移, 具体的计算和迭代过程如下:

(1) 假定各点  $k_i$  的值;

(2) 求方程组, 计算出各点的水平位移  $y_i$ ;

(3) 由  $p-y$  曲线求得(2) 步骤所得出的  $y_i$  所对应的土体抗力  $p$  值, 由公式  $k_i = p_i/y_i$  求得一组新的  $k_i$  值;

(4) 由土体极限抗力  $p_u$  和新的  $k_i$  求出该点的极限位移  $y'_i$ , 即  $y'_i = p_u/k_i$ ;

(5) 比较每一点的极限位移  $y_{qi}$  与(2) 中所求位移  $y'_i$  进行比较, 对于  $y_i > y'_i$  的点, 即视为塑性变形区域, 要将(3) 中新求得的  $k_i$  代替原来的  $k_i$ , 对于  $y_i < y'_i$  的点, 即视为弹性变形区域,  $k_i$  值保持不变;

(6) 重复(2) ~ (5) 的过程, 直到前后两次所得到的位移  $y_i$  的误差在允许的范围之内;

(7) 确定各个节点的位移之后, 按照公式(15) 可以得到各结点的弯矩, 剪力及截面转角。

$$\begin{cases} -(-y_{i-2} + 2y_{i-1} - 2y_{i+1} + y_{i+2})EI/2h^3 = Q_i \\ (y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1})EI/h^2 = M_i \\ (y_{i-1} - y_{i+1})/2h = \theta_i \end{cases} \quad (15)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, 3, \dots, n$$

式中:  $Q_i$ 、 $M_i$ 、 $\theta_i$  分别为  $i$  节点处桩身剪力、弯矩计转角, 其单位分别为  $\text{kN}$ 、 $\text{kN} \cdot \text{m}$ 、 $\text{rad}$ 。

作者按照上述方法利用 Fortran 语言编制了相应的程序, 分析侧向受荷桩受力性状。

## 4 参数选取

### 4.1 统一极限抗力

目前通过理论分析或者现场试验, 有许多方法可以计算土体极限抗力  $p_u$ ,  $\text{kN}$ 。Guo Weidong 等<sup>[21]</sup> 提出统一极限抗力, 其表达式如下:

$$P_u = N_g \gamma_s d^{2-n} (\alpha_0 + x)^n \quad (16)$$

式中:  $d$  为桩径,  $\text{m}$ ;  $x$  为地面以下深度,  $\text{m}$ ;  $\gamma_s$  为土体重度,  $\text{kN}/\text{m}^3$ ;  $N_g$  为极限抗力系数;  $\alpha_0$  为地表处极限土体抗力大小的参数;  $n$  则为极限抗力分布形状的参数。

通过修改上述参数的值, 统一极限抗力法可以拟合几乎现有的所有极限抗力分布模式, 对于不同的土体、不同土层、不同的荷载形式, 该方法都适用。

朱碧堂<sup>[22]</sup> 通过试验和计算指出:

(1) 计算粘土中的侧向受荷桩时,  $\alpha_0 = 0 \sim 0.4$ ,  $n = 0.36 \sim 1.0$  和  $N_g = (0.4 \sim 1.6)K_p^2$ , 其中对于正常固结粘土, 可取  $n = 0.7$  和  $\alpha_0 = 0.2$ ;

(2) 计算砂土中的侧向受荷桩时,  $\alpha_0 = 0$ ,  $n = 1.7$  和  $N_g = (0.55 \sim 2.5)K_p^2$ 。其中  $K_p$  为被动土压力系数, 如式(17):

$$K_p^2 = \tan^2(45^\circ + \frac{\phi}{2}) \quad (17)$$

式中:  $\phi$  为土的内摩擦角, 单位为度。

### 4.2 初始地基反力系数

初始地基反力系数的计算一般采用  $m$  法, 该方法假定地基反力系数与深度成正比, 其表达式如下:

$$k = mx d_p \quad (18)$$

式中:  $m$  为比例系数,  $\text{MN}/\text{m}^4$ ;  $d_p$  为有效桩径,  $\text{m}$ 。

## 5 算例验证

### 5.1 粘土算例

以 Matlock<sup>[1]</sup> 试验为例, 钢管桩桩径为 324 mm, 壁厚 12.7 mm, 长 12.81 m, 截面抗弯刚度为 31.28  $\text{MN} \cdot \text{m}^2$ 。土体重度  $\gamma_s = 18 \text{ kN}/\text{m}^3$ , 土体平均不排水强度  $S_u = 39.1 \text{ kPa}$ ,  $\epsilon_{50} = 0.012$ 。根据桩土条件,  $m = 5 \text{ MN}/\text{m}^4$ ,  $N_g = 2.2$ ,  $n = 0.7$ ,  $\alpha = 0.15$ 。分别在桩顶施加 33 kN、69 kN 和 105 kN 的水平荷载, 采用 Matlock 的  $p-y$  曲线, 结合统一极限抗力方法, 采用差分法与迭代的方式, 通过 Fortran 语言编程, 进

行计算,将计算出的弯矩与位移绘制成图,见图 3 与图 4,程序计算的结果与实测性状相符。

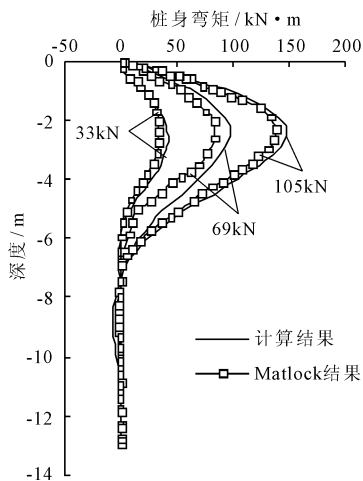


图 3 不同荷载下弯矩分布图

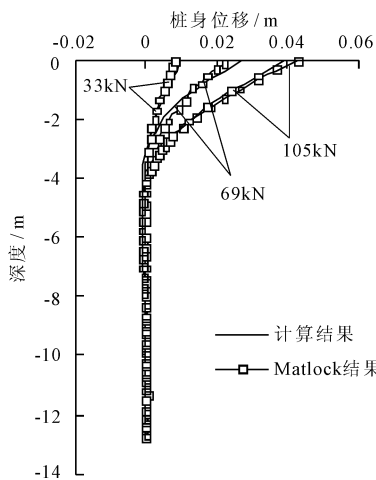


图 4 不同荷载下位移分布图

## 5.2 砂土算例验证

以 1974 年, Reese 等<sup>[11]</sup> 对美国德克萨斯州 Chorus Christi 地区砂土中侧向受荷单桩受力特性的试验研究为例。该地区砂土体浮重度  $\gamma_s = 10.4 \text{ kN/m}^3$ , 内摩擦角  $\phi = 39^\circ$ , 压缩模量  $E_s = 13 \text{ MPa}$ 。长  $L = 21 \text{ m}$ , 直径  $d = 0.61 \text{ m}$  的钢管桩, 抗弯刚度  $EI = 163 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$ 。

根据桩土条件,  $m = 3.5 \text{ MN/m}^4$ 、 $N_g = 0.55 K_p^2$ 、 $n = 1.7$ 、 $\alpha_0 = 0$ 。分别在桩顶施加 150、200 和 250 kN 的水平荷载, 采用归一化后的  $p - y$  曲线, 结合统一极限抗力方法, 采用差分法与迭代的方式, 通过 Fortran 语言程序, 进行计算, 将计算出的弯矩与位移绘制成图, 见图 5 与图 6, 程序计算的结果与实测结果相符。

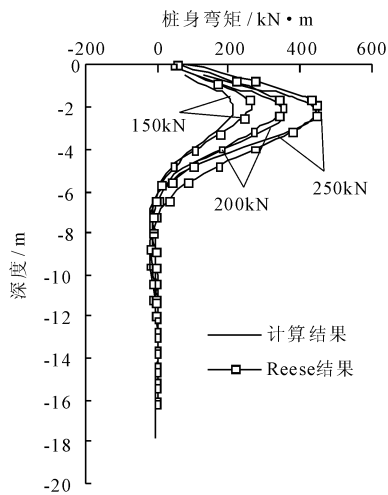


图 5 不同荷载下弯矩分布图

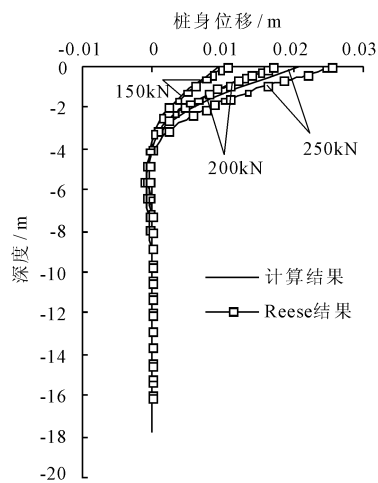


图 6 不同荷载下位移分布图

## 6 结 论

(1) 对于粘土采用 Matlock 的经典  $p - y$  曲线, 对于砂土选用归一化的双曲线模型, 并证明它们的适用性。

(2) 采用统一极限抗力法计算土体极限抗力, 采用  $m$  法计算初始地基反力系数, 证明这两种方法对粘土与砂土都适用。

(3) 采用差分法与迭代的方式进行计算, 每一次迭代计算后, 都重新将桩周土体变形划分为弹性变形区与塑性变形区。弹性区地基反力系数不变, 塑性区土体的地基反力系数随着土体变形而改变, 使计算过程更符合土体的非线性特征。

(4) 通过 Fortran 编制程序, 同一个程序既可以计算砂土又可以计算粘土的受力性状, 并证明其结果与实测相符。

## 参考文献:

- [1] Matlock H. Correlations for design of laterally loaded piles in soft clay[C]// Proceedings of 11th Offshore Technology Conference. Houston, 1970:577-594.
- [2] 王国粹, 杨敏. 砂土中水平受荷桩非线性分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(Z2):261-267.
- [3] Reese L C, Cox W R, Koop F D. Field testing and analysis of laterally loaded piles in stiff clay[C]// Proceedings of 7th Offshore Technology Conference, Houston, 1975.
- [4] Reese L C, Welch R C. Laterally loading of deep foundations in stiff clay[J]. Journal of the Geotechnical and Engineering Division, 1975, 101(7):633-649.
- [5] Sullivan W R, Reese L C, Fenske C W. Unified method for analysis of laterally loaded piles in clay[C]// Institution of Civil Engineers, Numerical in Offshore Piling, London: IEC, 1980.
- [6] Dunnavant T W, O'Neil M W. Experimental  $p-y$  model for submerged, stiff clay[J]. Journal of the Geotechnical and Engineering, 1989, 115(1):95-114.
- [7] 王惠初, 鲁子爱.  $p-y$  曲线法在镇江大港横向受载桩基中的应用[J]. 华东水利学院学报, 1986, 14(1):124-131.
- [8] 章连洋, 陈竹昌. 计算黏性土  $p-y$  曲线的方法[J]. 港洋工程, 1992, 10(4):50-58.
- [9] 王国粹, 杨敏. 黏土中水平受荷桩基计算方法[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2012, 40(3):373-378.
- [10] Bogard D, Matlock H. Simplified calculation of  $p-y$  curves for laterally loaded piles in sand[R]. Houston, Texas: The Earth Technology Corporation, Inc., 1980.
- [11] Reese L, Cox W R, Koop F D. Analysis of laterally loaded piles in sand[C]// Proceedings of 6th Offshore Technology Conference, Houston, 1974.
- [12] Murchison J M, O'Neil M W. Evaluation of  $p-y$  relationships in cohesionless soils[C]// Proceedings of the Conference on Analysis and Design of Pile Foundations. San Francisco, California: ASCE, 1984.
- [13] 高明, 陈锦珍, 郑国芳, 等. 桩在侧向静、动、循环荷载下的性能研究及  $p-y$  曲线建议公式[J]. 海洋工程, 1988, 6(3):34-44.
- [14] Scott R F. Analysis of centrifuge pile tests: Simulation of pile driving[R]. Pasadena, California: California Institute of Technology, 1980.
- [15] Wesseling B D, Murff J D, Randolph M F, et al. Analysis of centrifuge model test data from laterally loaded piles in calcareous sand[C]// Engineering for Calcareous Sediments, Proceedings of the International Conference on Calcareous Sediments, Rotterdam, 1988.
- [16] 王伟, 杨敏. 海上风电机组地基基础: 设计理论与工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2014.
- [17] American Petroleum Institute. Recommended practice for planning, designing, and constructing fixed offshore platforms - Working stress design[S]. Washington D. C.: API, 1993.
- [18] Det Norske Veritas. Offshore standard Dnvsj101 Design of offshore wind turbine structures[S]. Norway: Det Norske Veritas, 2007.
- [19] 中国海洋石油工程专业标准化技术委员会. SY/T10030-2004 海上固定平台规划设计和建造的推荐作法——工作应力设计法[S]. 北京: 石油工业出版社, 2004.
- [20] 交通部第三航务工程勘察设计院. JTJ254-98 港口工程桩基规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 1998.
- [21] Guo Weidong, Lee F H. Load transfer approach for laterally loaded piles[J]. International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2001, 25(11):1101-1129.
- [22] 朱碧堂. 土体的极限抗力与侧向受荷桩性状[D]. 上海: 同济大学, 2005.