

考虑土塞效应端承桩竖向振动特性的研究

颜超¹, 任青¹, 范仙明², 陈迪¹, 柯喆¹

(1. 上海理工大学 土木工程系, 上海 200093; 2. 上海建工五建集团有限公司, 上海 200063)

摘要: 目前越来越多的承台采用管桩支撑,然而管桩在打入土层中会形成土塞,土塞对管桩的竖向振动特性影响不可忽略。通过建立考虑土塞效应的管桩振动模型,推导出其竖向振动阻抗函数,并验证该解的合理性。然后讨论了管桩材料、长径比、泊松比、阻尼比以及桩土相对刚度5个因素对单桩阻抗的影响。结果表明:这5个因素对管桩的竖向动力特性均有很大的影响,为工程实践提供了一定的依据。

关键词: 端承桩; 竖向振动特性; 传递矩阵法; 土塞效应

中图分类号:TV223.22 文献标识码:A 文章编号:1672-643X(2015)06-0212-08

Study on vertical vibration feature of end-bearing pile considering soil plugging effect

YAN Chao¹, REN Qing¹, FAN Xianming², CHEN Di¹, KE Zhe¹

(1. Department of Civil Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;

2. Shanghai Construction No. 5 (Group) Co., Ltd., Shanghai 200063, China)

Abstract: At present, more and more pile caps use pipe pile to support, but the pipe pile will form a soil plug when driving into the soil layer. The effect of soil plug on vertical vibration feature of pipe pile can't be ignored. Through establishing pile vibration model considering soil plugging effect, the paper deduced the impedance function of vertical vibration and verified the rationality of solution. Then it discussed the effect of five factors such as pile material, slenderness, Poisson ratio, damping ratio and pile-soil relative stiffness on single pile impedance. The result shows that the five factors have a great influence on vertical dynamic characteristics of pipe pile, the result can provide some basis for engineering practice.

Key words: end-bearing pile; vertical vibration feature; transfer matrix method; soil plugging effect

1 研究背景

对于空心管桩,在管桩打入土层过程中,部分土涌入管桩内形成“土塞”,进入管桩内的那部分土受到管内壁摩阻力作用产生一定的压缩,被压缩的这段土塞高度与性状(即闭塞效果)与管桩的入土深度、土层性状、管桩的直径与壁厚等因素相关。而桩端土的闭塞程度又直接影响持力层桩端阻力的发挥与桩端持力层破坏模式及管桩的竖向承载力,上述作用为“土塞效应”。因此对于空心管桩,其承载机理和承载力计算要远远比闭口桩复杂。

近年来,管桩因其良好的承载性能,应用的较多。管桩打入土中,进入管桩内的土形成土塞,土塞对于管桩的性能产生影响,所以得到了国内外学者

越来越多的关注,很多学者根据不同的理论提出了自己的土塞效应判别方法,其中具有代表性的是山原法、田岛法和小泉法等土塞闭塞程度判断方法^[1]。Heerema等^[2]、Paikowsky等^[3]、Randolph等^[4]认为桩在静荷载作用下,空心管桩与实心桩具有近乎相同的荷载传递机理,基于此部分学者提出可以用实心桩的计算方法来计算空心管桩,同时认为闭塞效果不佳的土塞空心管桩其刚度明显小于相当的实心桩。

对于静荷载作用下,土塞对于管桩的影响主要集中在土塞对于管桩竖向承载力方面,如葛腾^[5]、刘国辉^[6]、Randolph等^[7]、戴洪军等^[8]诸多学者;国内学者李琪等^[9]、杜来斌等^[10]、丁蓬莱等^[11]、陈波等^[12]、周健等^[13]对土塞的研究现状进行分析;而对于考虑

收稿日期:2015-06-26; 修回日期:2015-08-19

基金项目:国家自然科学基金青年基金项目(51008194)

作者简介:颜超(1991-),男,江苏盐城人,在读硕士研究生,主要研究方向为土动力学和桩-土结构共同作用。

土塞效应管桩动力特性的研究很少见到,目前陈波等^[14]、陶桂兰等^[15]、吴文兵等^[16]学者做了部分相关工作。所以研究土塞效应对桩的振动特性的影响很有必要,本文通过研究土塞对桩的动阻抗的影响,从而便于在设计施工过程能够更好的减少在荷载作用下对桩的影响,达到有利于工程实践的目的。

2 管桩竖向振动阻抗计算

2.1 土塞高度

宝钢工程中,通过大量的对不同外径及壁厚的空心钢管桩土塞高度量测结果规律的分析,发现管桩内土塞高度 H (m) 与管桩入土深度 L (m) 之间呈线性关系^[1]:

$$H = \eta L \quad (1)$$

式中: η 为土塞高度与管桩入土深度的线性相关系数。

2.2 土塞率

根据对管桩内土塞高度的定义,定义管桩内土塞高度 H 与管桩长度 L 的比值定义为土塞率 $plug$, 如图 1 所示。

$$plug = \frac{H}{L} \quad (2)$$

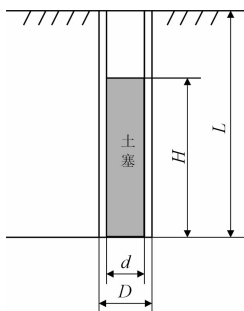


图1 管桩内土塞高度

2.3 土塞闭塞程度

土塞闭塞程度的定义:完全闭塞,即土塞所起到的作用等同于闭口桩,反之为不完全闭塞。其评定标准是管桩底标高土塞与管壁的总内摩阻所形成的竖向总内摩阻力 P_L 与桩底端下部地基极限强度 R_u 两者相比较,如 $P_L > R_u$ 则土塞已完全闭塞,如 $P_L < R_u$ 则土塞未完全闭塞,闭塞率小于 100%;对于以上两种情况,本文主要研究土塞完全闭塞的情况下,桩竖向荷载作用下的动力特性。

2.4 管桩土塞模型

图 2 为考虑土塞效应管桩竖向振动计算模型,管桩头在桩顶受到简谐荷载 $F_z e^{i\omega t}$ (kN) 作用,管桩和土层计算参数如下:桩的弹性模量为 E_p (MPa), 截面面积为 A_p (m²), 单位长度的质量为 m_p (kg), 桩

长为 L (m), 桩内径为 d (m)、外径为 D (m); 土体的弹性模量为 E_{si} (MPa), 密度为 ρ_{si} (kg/m³), 单位土层的质量为 m_s (kg), 阻尼比为 β_{si} , 土层厚度为 l_{si} (m), 剪切波速为 V_{si} (m/s)。

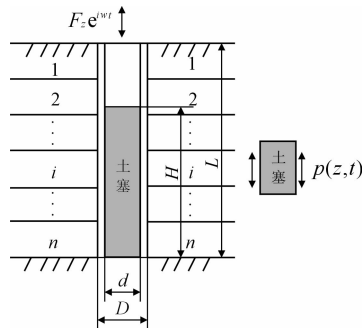


图2 管桩土塞模型

分析中对管桩、桩周土和管桩内土塞有如下假定:

(1) 圆环形管桩简化为线弹性梁;

(2) 管桩与桩周土完全接触、无相对滑移; 桩底以下的土视为半无限弹性空间且不考虑埋置效应;

(3) 不考虑管桩内土塞的压缩影响; 土塞与管桩内壁不发生相对滑移, 且土塞完全闭塞;

(4) 桩周土层模拟为连续分布的弹簧和阻尼器, 其中弹簧系数 k_z 和阻尼系数 c_z 采用 Makris N^[17] 中的表达式, 如下:

$$k_z \approx 0.6 E_s \left(1 + \frac{1}{2} \sqrt{a_0} \right) \quad (3)$$

$$c_z \approx 1.2 a_0^{-\frac{1}{4}} \pi d \rho_s V_s + 2 \beta_s \frac{k_z}{\omega} \quad (4)$$

式中: ω 为振动圆频率; $a_0 = \omega d / V_s$ 为无量纲频率, $V_s = \sqrt{G_s / \rho_s}$ (m/s)。

将管桩按地基土层分布情况划分为若干薄层单元, 管桩每个薄层单元的位移可用 $w_i = w_i(z, t) = w_i(z) e^{i\omega t}$ 表示, 相应地用 $w'_i = w'_i(z, t) = w'_i(z) e^{i\omega t}$ 表示管桩中土塞相应薄层单元的位移, 结合哈密尔顿原理, 对于稳态振动, w'_i 应满足下式:

$$E_s A_s = \frac{\partial^2 w'_i}{\partial z^2} - m_s \frac{\partial^2 w'_i}{\partial t^2} + p(z, t) = 0 \quad (5)$$

式中: $p(z, t)$ 是管桩内壁与土塞竖向相互作用力, 且与坐标及时间相关。对于稳态振动, w_i 应满足下式:

$$m_p \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} + c_{zi} \frac{\partial w_i}{\partial t} + k_{zi} w_i + p(z, t) - E_p A_p \frac{\partial^2 w_i}{\partial z^2} = 0 \quad (6)$$

在线弹性条件下, 不考虑桩体与土层间相对滑移情况, 可忽略 w'_i 和 w_i 的微小差异, 即有 $w_i = w'_i$ 。

同时,联立式(5)、(6)并将 $w_i = w_i(z, t) = w_i(z) e^{i\omega t}$ 代入化简可得:

$$(E_p A_p + E_s A_s) \frac{d^2 w_i(z)}{dz^2} + [(m_p + m_s)\omega^2 - k_{zi} - i\omega c_{zi}] w_i(z) = 0 \quad (7)$$

则式(7)的通解如下:

$$w_i(z) = P_i \cos\left(\frac{\lambda_i}{l_i} z\right) + Q_i \sin\left(\frac{\lambda_i}{l_i} z\right) \quad (8)$$

式中: $\left(\frac{\lambda_i}{l_i}\right)^2 = \sqrt{\frac{(m_p + m_s)\omega^2 - k_{zi} - i\omega c_{zi}}{E_p A_p + E_s A_s}}$, 系数 P_i , Q_i 通过管桩桩头和桩底边界实际情况进行确定。

对于第 i 段桩身薄层单元两端点间的位移、轴力的关系可用矩阵方法表示为^[18]:

$$\begin{Bmatrix} w(L_i) \\ N(L_i) \end{Bmatrix} = [t^1]_i \begin{Bmatrix} w(0) \\ N(0) \end{Bmatrix} \quad (9)$$

$$[t^1]_i = \begin{bmatrix} \cos\lambda_i & \frac{l_i \sin\lambda_i}{E_p A_p \lambda_i} \\ -\frac{E_p A_p \lambda_i \sin\lambda_i}{l_i} & \cos\lambda_i \end{bmatrix} \quad (10)$$

于是采用传递矩阵法可以推出桩头位移、轴力与桩尖位移、轴力之间的矩阵关系表达如下:

$$\begin{Bmatrix} w(L) \\ N(L) \end{Bmatrix} = [T^1] \begin{Bmatrix} w(0) \\ N(0) \end{Bmatrix} \quad (11)$$

式中: $w(0)$ 、 $N(0)$ 、 $w(L)$ 、 $N(L)$ 分别为管桩桩顶和桩底处的位移和轴力,而上式中

$$[T^1] = [t^1]_n [t^1]_{n-1} \cdots [t^1]_1 \quad (12)$$

2.5 单桩阻抗计算

管桩桩底处反力与位移的关系近似采用竖向振动的粘弹性半空间刚性圆盘的理论解即^[19]:

$$\begin{aligned} N(L) &= -K_b w(L) \\ &= -G_b r_0 (C_{w1} + iC_{w2}) w(L) \end{aligned} \quad (13)$$

式中: K_b 为支撑桩底部的土层的阻抗; G_b 为桩端持力层土的的剪切模量; r_0 为桩的半径; C_{w1} 、 C_{w2} 为基底以下地基土提供的复阻抗系数,它们与 a_0 有关的表达式可参考文献 [20]。

由式(11)、(12)、(13)可得管桩单桩作竖向振动的阻抗函数形式如下:

$$\tilde{S}_{plug} = \frac{N(0)}{w(0)} = -\frac{T^1(1,1)K_b + T^1(2,1)}{T^1(1,2)K_b + T^1(2,2)} \quad (14)$$

式中: $T^1(1,1)$ 、 $T^1(1,2)$ 、 $T^1(2,1)$ 、 $T^1(2,2)$ 为传递矩阵 $[T^1]$ 中的 4 个元素。

对于端承桩而言,有 $K_b \rightarrow \infty$, 所以端承桩的竖向振动阻抗函数如下:

$$\tilde{S}_{plug} = \frac{T^1(1,1)}{T^1(1,2)} \quad (15)$$

为了便于对比分析研究,将单桩的竖向阻抗函数以复数的形式表达如下:

$$\tilde{S}_{plug} = K_p + ia_0 C_p \quad (16)$$

式中: K_p 、 C_p 分别为考虑土塞管桩单桩竖向动刚度和动阻尼。

3 单桩阻抗验证

为了验证计算方法的准确性,通过本文计算方法的退化解(实心桩)与 Kaynia 等^[21]精确解的对比(以下各图单位均为无量纲, $K_p/E_{s1}L$ 为动刚度, $a_0 C_p/E_{s1}L$ 为动阻尼)。

图 3 为“两层土中管桩动刚度和动阻尼”图,从图 3 可以看出,本文解与 Kaynia (1982) 精确解在剪切波速比 V_{s1}/V_{s2} 分别为 1、1/2、1/4 时吻合都较好,从而说明本文解所采用的方法的准确性。

4 考虑土塞的单桩阻抗影响因素分析

本部分从管桩材料、长径比、泊松比、滞回阻尼比以及桩土相对刚度等因素分析土塞效应的管桩单桩阻抗的影响(以下各图单位均为无量纲, $K_p/E_{s1}L$ 为动刚度, $a_0 C_p/E_{s1}L$ 为动阻尼)。

4.1 管桩材料

工程中常用的管桩材料主要分为钢管桩(SP)和预应力混凝土管桩(PHC)两类,管桩材料参数及土层性质参数如下^[22-23]:土层为均质粉质粘土,密度为 1 800 kg/m³,压缩模量为 113.4 MPa,泊松比为 0.4,滞回阻尼比为 0.05;钢管桩(SP)密度为 7 850 kg/m³,压缩模量为 206 MPa,长径比(L/D)为 20,内外径比(d/D)为 0.96;管桩(PHC)密度为 2 500 kg/m³,压缩模量为 38 MPa,长径比(L/D)为 20,内外径比(d/D)为 0.633。

图 4 为“钢管桩(SP)单桩动刚度和动阻尼”图,从图 4 可以看出,钢管桩(SP)的动刚度随着土塞率的增加而减小,并且在 $(0.4 < a_0 < 1)$ 表现的较为明显,土塞率越大,动刚度减少的越明显;而动阻尼是随着土塞率的增加而增加,只在高频段 $(0.8 < a_0 < 1)$ 表现的较明显。

图 5 为“PHC 管桩单桩动刚度和动阻尼”图,从图 5 可以看出,预应力混凝土管桩(PHC)的动刚度随着土塞率的增加而减小,并且在 $(0.6 < a_0 < 1)$ 表现的较为明显,土塞率越大,动刚度减少的越明显;而动阻尼是随着土塞率的增加而增加,只在高频段

($0.9 < a_0 < 1$)表现的较明显。

4.2 长径比

管桩的长径比是实际工程应用中比较重要的参

数之一,桩参数可参考 4.1 的钢管桩,土层为粘性土:密度为 1800 kg/m^3 ,压缩模量为 55.5 MPa ,泊松比为 0.4 ,滞回阻尼比为 0.1 。

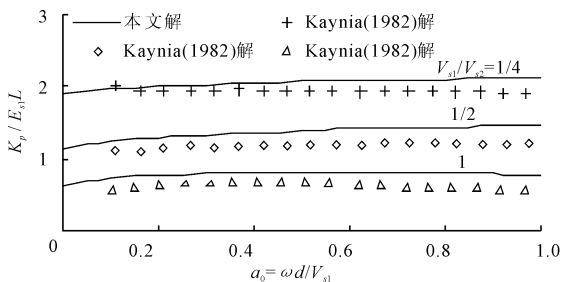


图 3 两层土中管桩动刚度和动阻尼

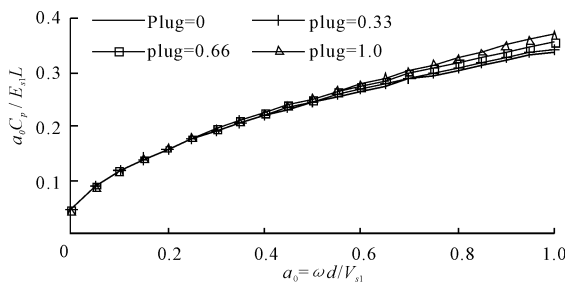
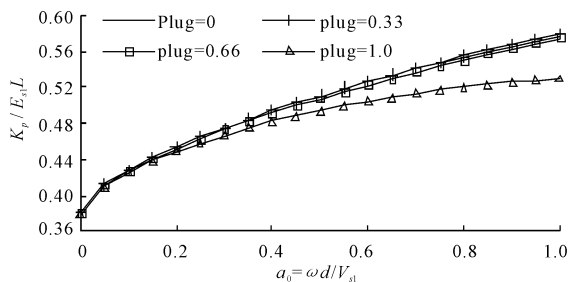
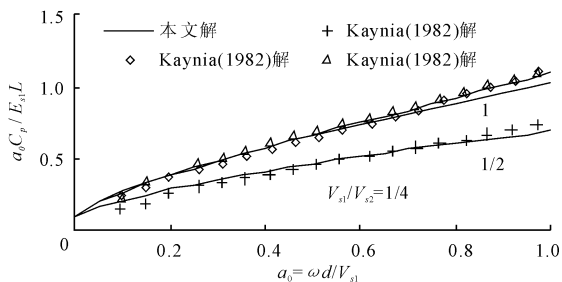


图 4 钢管桩(SP)单桩动刚度和动阻尼

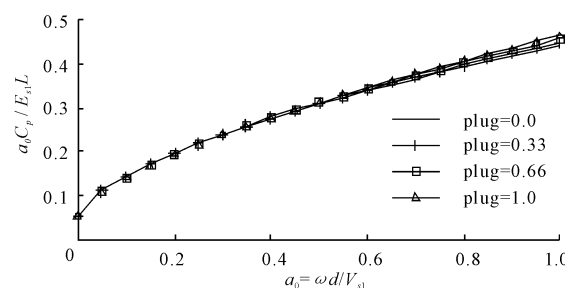
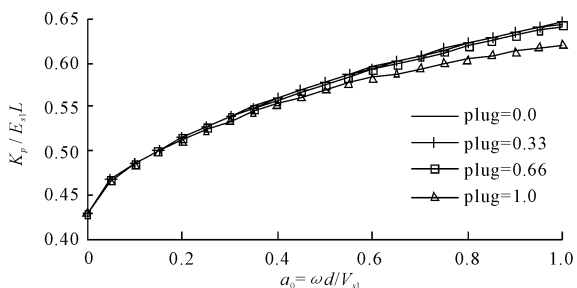


图 5 PHC 管桩单桩动刚度和动阻尼

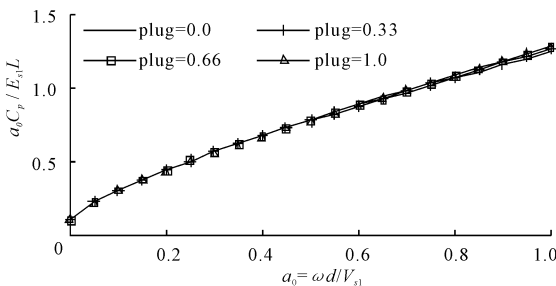
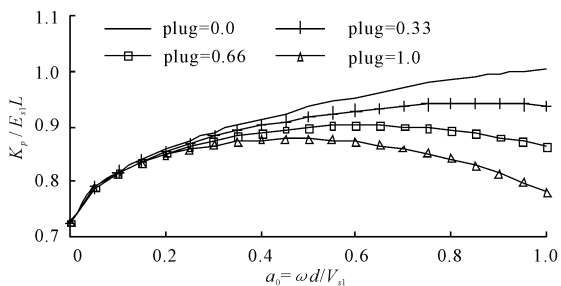


图 6 管桩单桩动刚度和动阻尼($L/D = 7$)

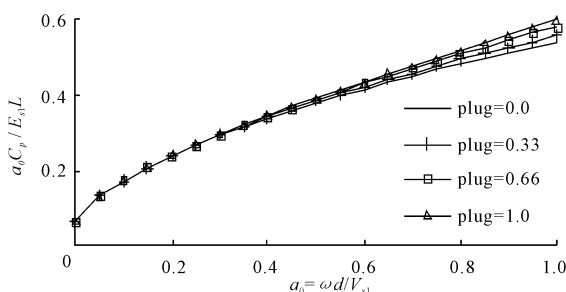
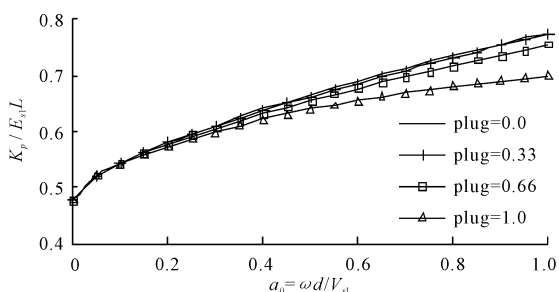


图 7 管桩单桩动刚度和动阻尼($L/D = 20$)

图6为“管桩单桩动刚度和动阻尼($L/D=7$)”图,从图6可以看出,钢管桩的动刚度随着土塞率的增加而明显减小,并且在($0.3 < a_0 < 1$)表现的较为明显,土塞率越大,动刚度减少的越明显;而对于动阻尼,土塞率的增加对动阻尼的影响不明显,只有在高频段($0.95 < a_0 < 1$)才显现出差异。

图7为“管桩单桩动刚度和动阻尼($L/D=20$)”图,从图7可以看出,钢管桩的动刚度随着土塞率的增加而明显减小,并且在($0.5 < a_0 < 1$)表现的较为明显,土塞率越大,动刚度减少的越明显;而动阻尼是随着土塞率的增加而增加,只在高频段

($0.7 < a_0 < 1$)表现的较明显。

图8为“管桩单桩动刚度和动阻尼($L/D=40$)”图,从图8可以看出,钢管桩的动刚度随着土塞率(小于0.66)的增加并无明显变化,土塞率(大于0.66)在($0.4 < a_0 < 1$)动刚度随之减少,表现的较为明显;而动阻尼是随着土塞率的增加而增加,只在高频段($0.8 < a_0 < 1$)表现的较明显。

4.3 泊松比

泊松比是管桩桩周土层重要物理力学参数之一,桩参数可参考4.1的钢管桩,土层为粘性土:密度为 1800 kg/m^3 ,压缩模量为 55.5 MPa ,滞回阻尼比为0.1。

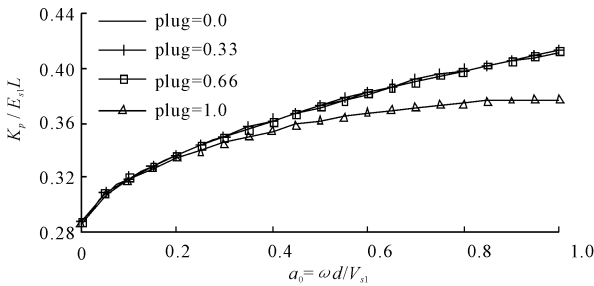


图8 管桩单桩动刚度和动阻尼($L/D=40$)

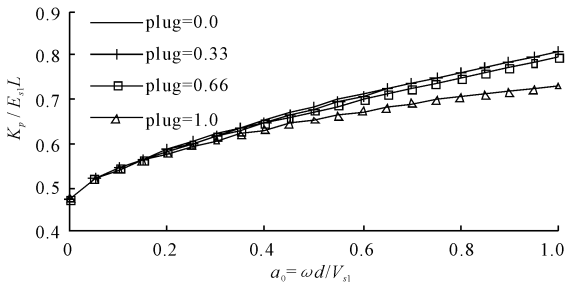
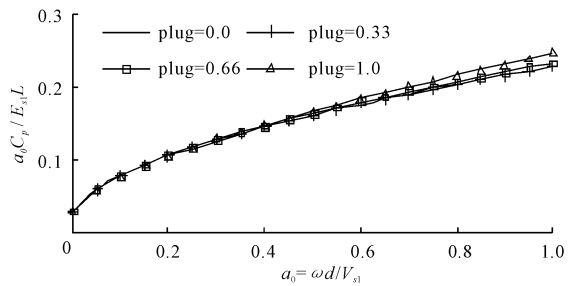


图9 管桩单桩动刚度和动阻尼($\nu_s=0.2$)

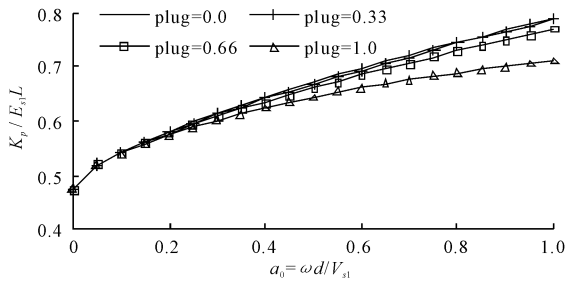
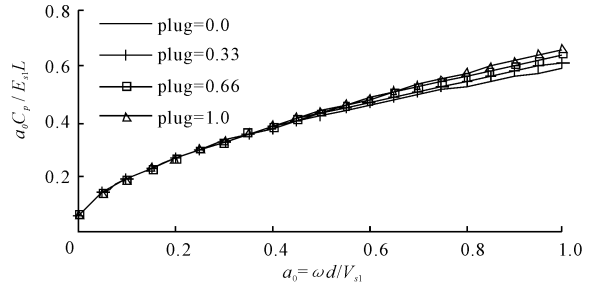


图10 管桩单桩动刚度和动阻尼($\nu_s=0.3$)

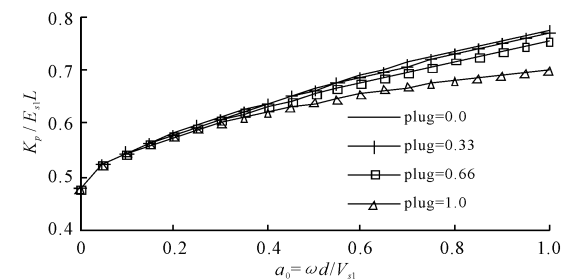
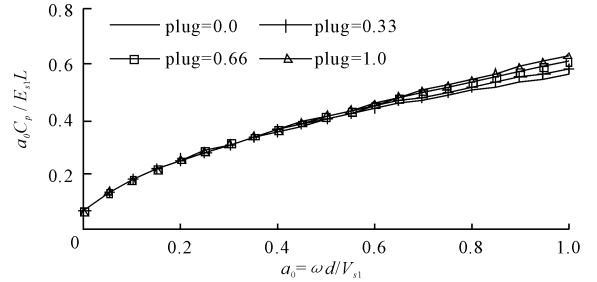


图11 管桩单桩动刚度和动阻尼($\nu_s=0.4$)

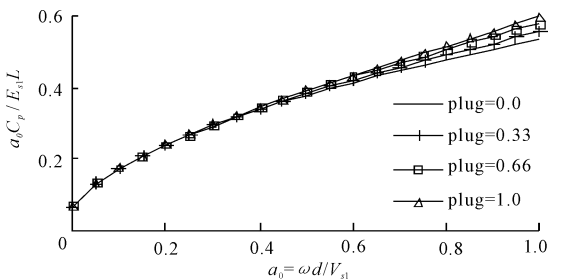


图 9 为“管桩单桩动刚度和动阻尼 ($\nu_s = 0.2$)”图,从图 9 可以看出,钢管桩的动刚度随着土塞率的增加而减小,并且在频率段($0.4 < a_0 < 1$)表现的较为明显,土塞率越大,动刚度减少的越明显;而对于动阻尼,随着土塞率的增加动阻尼增加,只有在高频段($0.8 < a_0 < 1$)表现的较为明显。

图 10 为“管桩单桩动刚度和动阻尼 ($\nu_s = 0.3$)”图,从图 10 可以看出,钢管桩的动刚度随着土塞率的增加而明显减小,并且在($0.5 < a_0 < 1$)表现的较为明显,土塞率越大,动刚度减少的越明显;而动阻尼是随着土塞率的增加而增加,只在高频段($0.7 < a_0 < 1$)表现的较明显。

图 11 为“管桩单桩动刚度和动阻尼 ($\nu_s = 0.4$)”图,从图 11 可以看出,钢管桩的动刚度随着土塞率的增加而减小,在($0.4 < a_0 < 1$)表现的较为明显;而动阻尼是随着土塞率的增加而增加,只在高频段($0.6 < a_0 < 1$)表现的较明显。

4.4 滞回阻尼比

滞回阻尼比是管桩桩周土层另一重要物理力学参

数,桩参数可参考 4.1 的钢管桩,土层为粘性土:密度为 1800 kg/m^3 ,压缩模量为 55.5 MPa ,泊松比为 0.4 。

图 12 为“管桩单桩动刚度和动阻尼 ($\beta_s = 0.0$)”图,从图 12 可以看出,钢管桩的动刚度随着土塞率的增加而减小,并且在频率段($0.4 < a_0 < 1$)表现的较为明显,土塞率越大,动刚度减少的越明显;而对于动阻尼,随着土塞率的增加动阻尼增加,只有在高频段($0.7 < a_0 < 1$)表现的较为明显。

图 13 为“管桩单桩动刚度和动阻尼 ($\beta_s = 0.05$)”图,从图 13 可以看出,钢管桩的动刚度随着土塞率的增加而明显减小,并且在($0.4 < a_0 < 1$)表现的较为明显,土塞率越大,动刚度减少的越明显;而动阻尼是随着土塞率的增加而增加,只在高频段($0.7 < a_0 < 1$)表现的较明显。

图 14 为“管桩单桩动刚度和动阻尼 ($\beta_s = 0.1$)”图,从图 14 可以看出,钢管桩的动刚度随着土塞率的增加而减小,在($0.4 < a_0 < 1$)表现的较为明显;而动阻尼是随着土塞率的增加而增加,只在高频段($0.8 < a_0 < 1$)表现的较明显。

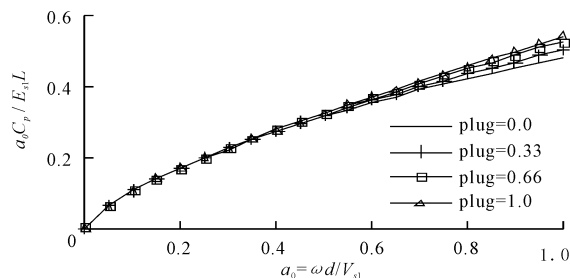
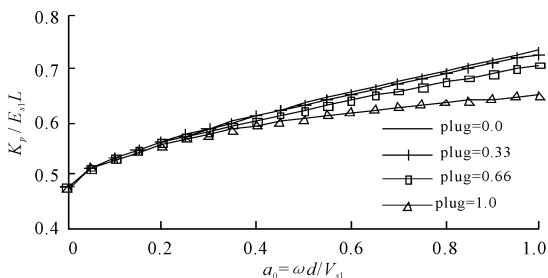


图 12 管桩单桩动刚度和动阻尼 ($\beta_s = 0$)

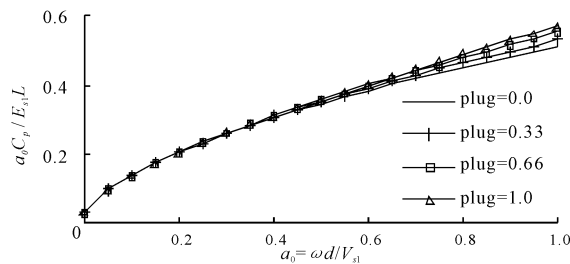
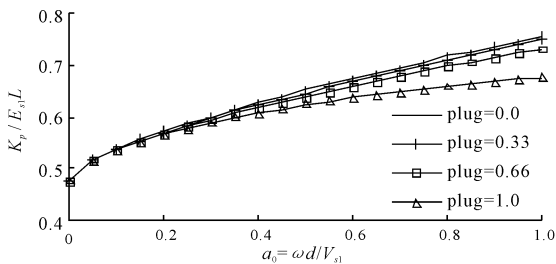


图 13 管桩单桩动刚度和动阻尼 ($\beta_s = 0.05$)

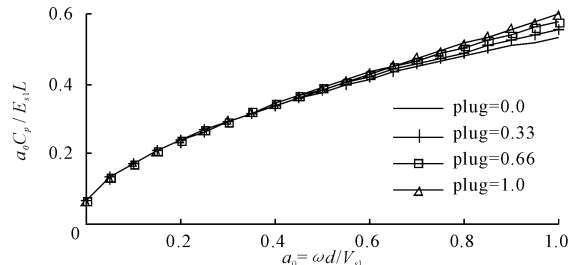
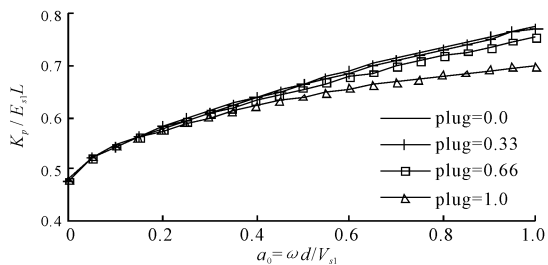


图 14 管桩单桩动刚度和动阻尼 ($\beta_s = 0.1$)

4.5 桩土相对刚度

桩土相对刚度是反映管桩桩身与管桩桩周土层相对关系的重要参数,桩参数可参考4.1的钢管桩,

土层为粘性土:密度为 1800 kg/m^3 ,泊松比为 0.4,滞回阻尼比为 0.1。

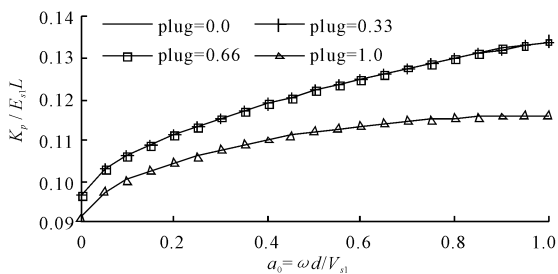


图 15 管桩单桩动刚度和动阻尼 ($E_p/E_{s1} = 100$)

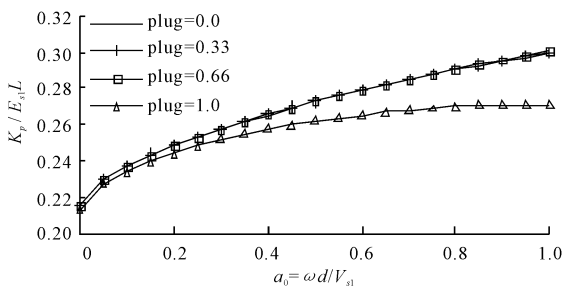
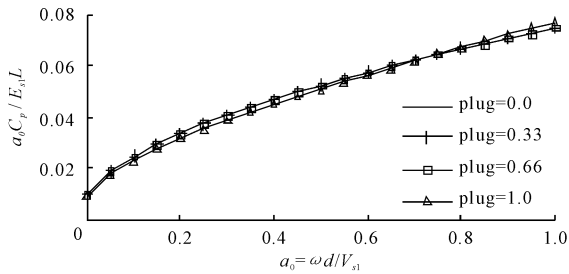


图 16 管桩单桩动刚度和动阻尼 ($E_p/E_{s1} = 500$)

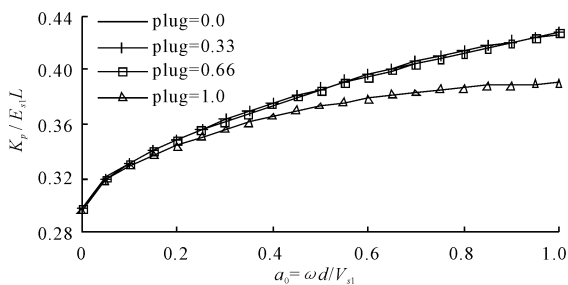
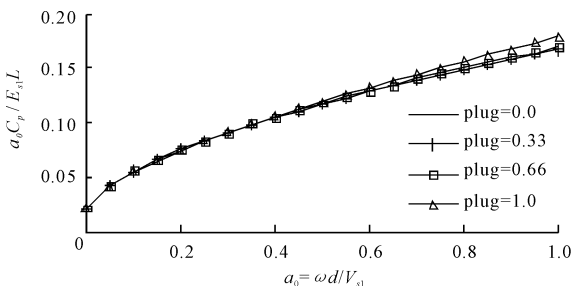


图 17 管桩单桩动刚度和动阻尼 ($E_p/E_{s1} = 1000$)

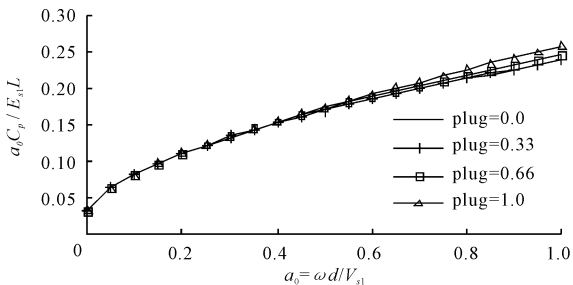


图 15 为“管桩单桩动刚度和动阻尼 ($E_p/E_{s1} = 100$)”图,从图 15 可以看出,钢管桩的动刚度在土塞率小于 0.66 时,变化不明显;大于 0.66 时,动刚度减小的较为显著;而对于动阻尼,随着土塞率的增加,动阻尼变化的并不明显。

图 16 为“管桩单桩动刚度和动阻尼 ($E_p/E_{s1} = 500$)”图,从图 16 可以看出,钢管桩的动刚度在土塞率小于 0.66 时,变化不明显;大于 0.66 时,动刚度减小的较为显著;而动阻尼是随着土塞率的增加而增加,只在高频段 ($0.7 < a_0 < 1$) 表现的较明显。

图 17 为“管桩单桩动刚度和动阻尼 ($E_p/E_{s1} = 1000$)”图,从图 17 可以看出,钢管桩的动刚度在土塞率小于 0.66 时,变化不明显,但大于 0.66 时,动刚度减小的较为显著;而动阻尼是随着土塞率的增加而增加,只在高频段 ($0.7 < a_0 < 1$) 表现的较明

显。

5 结语

本文首先建立管桩土塞模型,通过基本假定、理论推导以及结合桩底边界条件得出单桩竖向振动阻抗函数表达式,并从管桩材料、长径比、泊松比、滞回阻尼比和桩土相对刚度等因素进行分析,并得出以下结论:

(1) 钢管桩的动刚度和动阻尼部分在相应的土塞率条件下均小于预应力混凝土管桩 (PHC),由此可以得出,采用不同的管桩材料对不同土塞率情况下的管桩动刚度和动阻尼是有比较明显的影响,采用合适的管桩材料对于工程应用是比较重要的。

(2) 钢管桩的动刚度和动阻尼部分在相应的土塞率条件下均随着长径比的增加而减少,不论从动

刚度还是动阻尼方面,长径比对于管桩动力特性均有显著影响。

(3)钢管桩的动刚度和动阻尼部分在相应的土塞率条件下均随着泊松比的增加而减少,不论从动刚度还是动阻尼方面,泊松比对于管桩动力特性均有显著影响,但对于动阻尼的影响要比动刚度显著。

(4)钢管桩的动刚度和动阻尼部分在相应的土塞率条件下均随着阻尼比的增加而减少,不论从动刚度还是动阻尼方面,阻尼比对于管桩动力特性均有显著影响。

(5)钢管桩的动刚度和动阻尼部分在相应的土塞率条件下均随着桩土相对刚度的增加而增加,并且较为明显。同时,土塞率较大时,不论从动刚度还是动阻尼方面,桩土相对刚度对于管桩动力特性均有显著影响。

参考文献:

- [1] 俞振全. 钢管桩的设计与施工[M]. 北京:地震出版社, 1993.
- [2] Heerema E P, Jong A De. An advanced wave equation computer program which simulates dynamic pile plugging through a coupled mass - spring system[C]//. International Conference on Numerical Methods in Offshore Piling, London, 1980:37 - 42.
- [3] Paikowsky S G, Whitman R V. The effects of plugging on pile performance and design[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1990, 27(4): 429 - 440.
- [4] Randolph M F, May M, Leong E C, et al. Soil plug response in open - ended pipe piles[J]. Journal of geotechnical engineering, 1992, 118(5): 743 - 759.
- [5] 葛腾. PHC 静压管桩土塞效应的研究[D]. 沈阳:沈阳建筑大学, 2013.
- [6] 刘国辉. 土塞对管桩单桩竖向承载力计算的影响[D]. 天津:天津大学, 2007.
- [7] Randolph M F, Leong E C, Houlsby G T. One - dimensional analysis of soil plugs in pipe piles[J]. Geotechnique, 1991, 41(4): 587 - 598.
- [8] 戴洪军,刘欣良,郭纪中,等. 土塞效应对 PHC 桩承载力的影响分析[J]. 工程勘察, 2008, (4): 17 - 21 + 26.
- [9] 李琪,李嵩,费康. PHC 管桩土塞效应分析[J]. 水利与建筑工程学报, 2009, 7(2): 45 - 47.
- [10] 杜来斌. PHC 管桩土塞效应浅析[J]. 工业建筑, 2005, 35(Z1): 590 - 594 + 612.
- [11] 丁蓬莱,张巍,孙可. PHC 管桩土塞胀管作用定量分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2012, 32(6): 725 - 730.
- [12] 陈波,闫澍旺,李向秋. 动力打入钢管桩中的土塞研究现状[J]. 中国海上油气(工程), 2003, 15(1): 24 - 28.
- [13] 周健,王冠英. 开口管桩土塞效应研究进展及展望[J]. 建筑结构, 2008, 38(4): 25 - 29 + 7.
- [14] 陈波,李家钢,闫澍旺. 动力沉桩中土塞作用数值分析[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2001, 34(5): 636 - 640.
- [15] 陶桂兰,崔江浩. 考虑土塞效应的改进波动方程法及其应用[J]. 水电能源科学, 2013, 31(7): 96 - 99 + 138.
- [16] 吴文兵,蒋国盛,王奎华,等. 土塞效应对管桩纵向动力特性的影响研究[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(6): 1129 - 1141.
- [17] Makris N, Gazetas G. Displacement phase differences in a harmonically oscillating pile[J]. Geotechnique, 1993, 43(1): 135 - 150.
- [18] 吴志明,黄茂松,任青. 层状地基中群桩竖向振动及动内力[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2007, 35(1): 21 - 26.
- [19] Beredugo Y O, Novak M. Coupled horizontal and rocking vibration of embedded footings[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1972(9): 477 - 497.
- [20] 吴世明. 土动力学[M]. 北京:中国建筑工业出版社, 2000.
- [21] Kaynia A M, Kausel E. Dynamic stiffness and seismic response of pile groups[R]. Dept. of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1982.
- [22] 陈鑫. 带承台单桩纵向振动特性研究[D]. 浙江:浙江大学, 2014.
- [23] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 混凝土结构设计规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2010.