第24卷第5期 水资源与水工程学报 Vol. 24 No. 5
2013年 10月 Journal of Water Resources & Water Engineering Oct., 2013

小流域设计洪水推理公式简化计算

张丽伟[1], 滕 凯[2]
(1. 齐齐哈尔市河道管理处, 黑龙江 齐齐哈尔 161006; 2. 齐齐哈尔市水务局, 黑龙江 齐齐哈尔 161006)

摘 要: 利用小流域设计洪水推理公式计算洪峰流量涉及超越方程求解,现有的迭代法及简化公式法均存在计算过程繁、求解精度差,而利用计算机求解又不便工作。综合牛顿迭代与简单迭代法的优点,整理推求出了理论解析计算公式,并采用优化拟合法对理论计算公式进行了拟合替代,获得了表达形式简单、计算便捷、便于实际应用的近似解析式。精度分析显示,该公式的最大计算相对误差小于0.42%。实例计算结果表明:利用该公式完成小流域设计洪峰流量计算,可使计算过程大大简化,工作效率显著提高,具有实用推广意义。

关键词: 推理公式; 洪峰流量; 优化拟合; 简化计算

中图分类号: P333.2; TV131 **文献标识码**: A **文章编号**: 1672-643X(2013)05-0219-04

Simplified calculation of reasoning formula for design flood of small watershed

ZHANG Liwei[1], **TENG Kai**[2]
(1. *Qiqihar City River Management Office*, *Qiqihar* 161006, *China*;
2. *Qiqihar Municipal Water Supplies Bureau*, *Qiqihar* 161006, *China*)

Abstract: The design of small watershed flood peak flow inference formula involves transcendental equation solving, and the present iterative method and the simplified formula exist complex calculation process and poor solution accuracy, and the use of computer to solve is inconvenient work. Combined the advantages of Newton iterative method and simple iterative method, the paper settled a theoretical analysis formula and fitted a theoretical formula by optimized fitting method and obtained were alternative forms of expression is simple, calculation convenient, to facilitate the practical application of the approximate analytical style. Accuracy analysis shows that to the maximum relative error calculated by the formula is less than 0.42%. An example shows that to use this formula to complete the design of small watershed peak flow calculation can greatly simplify the calculation process, improve significantly the working efficiency and has practical promotion significance.

Key words: reasoning formula; peak flow; optimization fitting; simplified calculation

1 问题的提出

在水利水电工程的规划设计中,小流域设计洪水分析计算具有重要意义,因此,有关学者也先后开展了大量的研究工作。由于陈家琦等人提出的水利科学院推理公式[1]具有表达形式简单、相关参数宜于获得,已在目前水利水电行业得到越来越广泛的应用[2-4]。由于推理公式涉及超越方程求解问题,为了改进图解法及试算法存在的过程繁、精度差、效率低等问题,徐得龙[5]、程小春等[6]通过数学方法提出了牛顿迭代法,一般经3~5次迭代即可获得满意结果;周学国等[7]经对基本推理公式变形整理,并引入初值计算公式后,通过简化整理给出了近似计算公式;姚学斌[8]通过对有关水文参数的简化,推求出了简析计算公式;季春根、沈必成、孙元元、谢银昌、邱林、田景环等[9-14]分别利用计算机通过Excel计算软件、VB图解法、牛顿和弦截逼近及Matlab软件法实现了微机处理。由于牛顿迭代及近似公式法计算过程尚不够简化,且存在较大误差;而利用计算机求解又不便基层实际工作。

为进一步简化解算过程,本文在综合利用牛顿迭代法与一般迭代法获得的基本解析计算公式的基础上,通过采用优化拟合方法,以标准剩余差最小为目标函数,经逐次逼近拟合,获得了当已知基本水文

收稿日期:2013-06-05; 修回日期:2013-06-19
作者简介:张丽伟(1969-),女,齐齐哈尔人,高级工程师,主要从事水利防灾减灾及工程优化设计研究。

参数直接完成洪峰流量 Q_m 计算的简化解析式，便于实际工作应用。

2 简化公式的建立

2.1 基本推理公式

陈家琦等人[1]提出的小流域设计洪水推理公式为（全流域产流，且 $\tau < \tau_c$ 情况）：

$$Q_m = 0.278(\alpha - \mu)F = 0.278\left(\frac{S_p}{\tau^n} - \mu\right)F \quad (1)$$

$$\tau = 0.278\,\frac{L}{mI^{1/3}Q_m m^{1/4}} \quad (2)$$

式中：Q_m 为设计洪峰流量，m^3/s；τ 为汇流时间，h；F 为流域面积，km^2；I 为河道平均比降；L 为河道长度，km；m 为汇流参数；n 为暴雨参数；α 为平均暴雨强度，mm/h；μ 为损失参数，mm/h；S_p 为设计频率的雨力，mm/h。

2.2 推理公式的简化迭代式

将公式（2）代入公式（1），并设：$A = 0.278^{(1-n)}FS_p(mI^{1/3}/L)^n$，$B = 0.278\mu F$，经整理可得：

$$Q_m = AQ_m^{\ n/4} - B \quad (3)$$

式中：A，B 为中间参数。

因式（3）为超越方程，无法通过常规方法获解，可采用牛顿迭代法进行第一次迭代计算，即：

$$Q_{k+1} = Q_k - \frac{Q_k - AQ_k^{\ n/4} + B}{1 - 0.25AnQ_k^{\ (0.25n-1)}} \quad (4)$$

式中：Q_k 为初始迭代值。

令式（3）中的 $B = 0$ 可求得（因 $B > 0$）：$Q_k = A^{4(4-n)^{-1}}$，将其代入式（4）经整理可得：

$$Q_{k+1} = Q_k - \frac{4}{4-n}B \quad (5)$$

将式（5）作为初值函数代入式（3），并设：$M = \frac{B}{Q_k}$，经整理得：

$$Q_{k+1} = Q_k\left[\left(1 - \frac{4M}{4-n}\right)^{n/4} - M\right] \quad (6)$$

式中：M 为中间参数。

将式（6）作为初值函数代入式（3）可得：

$$Q_{k+1} = Q_k\left\{\left[\left(1 - \frac{4M}{4-n}\right)^{n/4} - M\right]^{n/4} - M\right\} \quad (7)$$

再将式（7）作为初值函数代入式（3）可得：

$$Q_{k+1} = Q_k\left\{\left[\left(\left(1 - \frac{4M}{4-n}\right)^{n/4} - M\right)^{n/4} - M\right]^{n/4} - M\right\} \quad (8)$$

采用同样方法迭代 J 次，并设 $x = Q_{k+1}/Q_k$，经整理可得：

$$x = \overbrace{\left\{\left[\left(\cdots\left(\left(\left(1 - \frac{4M}{4-n}\right)^{n/4} - M\right)^{n/4} - M\right)^{n/4}\cdots - M\right)^{n/4} - M\right]^{n/4} - M\right\}}^{J\text{个}M} \quad (9)$$

式中：x 为设计洪峰流量与最大初始迭代流量的比值。

2.3 简化迭代式的收敛性分析

为验证式（9）的收敛性，考虑在实际工程中，$0 < M < 1 - \frac{4M}{4-n} < 1.0$，$0.4 < n < 0.9$，$0.1 < \frac{n}{4} < 0.25$，分别选取 $n = 0.45$、0.65、0.85，$M = 0.1$、0.3、0.5，完成 $x \sim J$ 关系计算，成果见表1所示。

表1 $x - J$ 关系计算成果表

n	M	J									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.45	0.1	0.88732	0.88664	0.88656	0.88650	0.88650	0.88650	0.88650	0.88650	0.88650	0.88650
	0.3	0.66197	0.65465	0.65346	0.65326	0.65323	0.65322	0.65322	0.65322	0.65322	0.65322
	0.5	0.43662	0.41099	0.40481	0.40327	0.40288	0.40278	0.40276	0.40275	0.40275	0.40275
0.65	0.1	0.88060	0.87950	0.87936	0.87933	0.87932	0.87932	0.87932	0.87932	0.87932	0.87932
	0.3	0.64179	0.63037	0.62778	0.62714	0.62698	0.62694	0.62694	0.62693	0.62693	0.62693
	0.5	0.40299	0.36270	0.34806	0.34240	0.34016	0.33926	0.33890	0.33876	0.33870	0.33869
0.85	0.1	0.87302	0.87155	0.87121	0.87113	0.87111	0.87110	0.87110	0.87110	0.87110	0.87110
	0.3	0.61905	0.60311	0.59812	0.59654	0.59603	0.59587	0.59582	0.59580	0.59580	0.59580
	0.5	0.36508	0.30725	0.22782	0.26195	0.25227	0.24627	0.24246	0.24001	0.23811	0.23796

由表1的 $x - J$ 关系可见，当 n 及 M 为定值时，随迭代次数 J 的增加，x 逐步趋近于一个固定值。当 $M = 0.1$，$J > 4$ 时，x 即收敛于定值；当 $M = 0.5$，$J > 9$ 时，x 即可收敛于定值。且在 $J < 4$ 时，x 值的收敛

速度较快，说明式(9) 为收敛函数。

2.4　推理公式简化解析式的建立

根据上述分析，在式(9) 中，取 $J = 9$ 时的迭代式为式(9) 的最终理论计算公式，即：

$$x = \left\{\left[\left(\left(\left(\left(\left(\left(1 - \frac{4M}{4-n}\right)^{n/4} - M\right)^{n/4} - M\right)^{n/4} - M\right)^{n/4} - M\right)^{n/4} - M\right)^{n/4} - M\right)^{n/4} - M\right]^{n/4} - M\right\}^{n/4} - M \quad (10)$$

式(10) 为含有参数 M 及 n 的比较复杂的解析计算公式，不便实际应用，为进一步简化计算过程，在工程实用参数范围内（即 $0.35 < x \leqslant 0.98$，$0.4 \leqslant n \leqslant 0.9$，$0 < M < 0.55$），假定函数 $x' = f(M,n)$ 可以替代式(10)，依据式(10) 中变量与函数之间的对应关系，绘制 $x \sim n \sim M$ 关系曲线图（见图 1）。

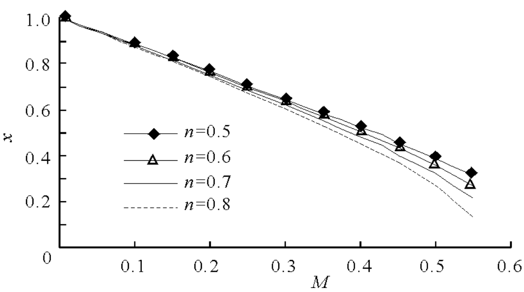

图 1　$x \sim n \sim M$ 关系曲线

由图 1 的曲线点迹关系可见，当 n 一定时，x 与 M 具有较好的指数关系，初拟多个备选指数函数，经分别对各备选函数的优化拟合，以标准剩余差最小为目标函数[15-16]，即为：

$$S = \min\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(x_i' - x_i)^2/(N-1)}$$

式中：N 为拟合计算的数组数。

经逐次逼近[17-22] 及优化比选即可获得如下替代函数：

$$x = (1 - 0.96D^{-1.965}M)^D \quad (11)$$

$$D = 0.974\ \mathrm{e}^{-0.295\,n} \quad (12)$$

式中：D 为中间变量。

由式(11) 求得 x 后，即可用下式完成洪峰流量计算：

$$Q_m = Q_k x \quad (13)$$

3　简化公式的精度分析

在工程实用参数范围内，选取 M、n 分别代入式(10) 及(11) 即可分别求得 x 及 x'（x' 为近似值），并由式(14) 完成拟合相对误差计算，进而绘制误差包络图，见图 2 所示。

$$z_i = \frac{x_i' - x_i}{x_i} \times 100\% \quad (14)$$

式中：z_i 为数值拟合计算的相对误差，%；i 为拟合计算的第 i 个数据比较（$i = 1、2、3,\cdots,N$）。

由图 2 可见，在工程实用参数范围内，用本文式(11)求解小流域洪峰流量的最大相对正、负误差分别为 0.387% 和 −0.413%。由相对误差的分布情况可见，当 $0 < M \leqslant 0.3$ 时，相对误差不超过 0.25%；当 $0.3 < M \leqslant 0.45$ 时，相对误差以负误差为主，最大误差值为 −0.413%；当 $0.45 < M \leqslant 0.55$ 时，相对误差以正误差为主，最大误差值为0.387%。

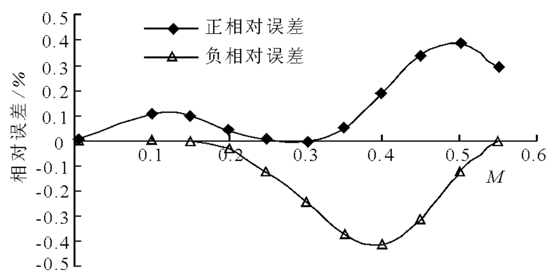

图 2　$z \sim M$ 包络曲线

4　实例计算

选取文献[5-6,13-14]中的计算实例，有关小流域的汇流面积、河流长度、河道平均坡降及相关水文参数见表 2 所示。求各小流域的设计洪峰流量。

根据表 1 文献[6]所给实例的已知水文参数，即可采用本文所建立的简化近似公式按以下步骤完成求解计算：

$$A = 0.278^{(1-n)} F S_p (mI^{1/3}/L)^n = 365.969$$

$$B = 0.278\mu F = 98.7595$$

$$Q_k = A^{4(4-n)^{-1}} = 1428.922\ \mathrm{m^3/s}$$

$$M = \frac{B}{Q_k} = 0.069\ 115$$

由式(12)得：$D = 0.974\mathrm{e}^{-0.295n} = 0.78068$，将 M 及 D 值代入式(11) 可得：

$$x = (1 - 0.96D^{-1.965}M)^D = 0.9147$$

设计洪峰为：$Q_m = Q_k x = 1307.0\ \mathrm{m^3/s}$，精确值为 $Q_m = 1306\ \mathrm{m^3/s}$，本文公式计算成果的相对误差为 0.046%。

采用与上述相同的求解过程及方法即可完成表中文献[5,13-14]的实例计算，相关计算成果及精度比较见表 2。

表 2　小流域设计洪水计算成果　　km^2, km, %, mm/h, m^3/s, %

实例选取	F	L	I	m	μ	S	n	Q		相对误差
								精确值	本文公式值	
文献[5]例	500.00	100.00	0.600	0.700	3.00	84.8	0.60	866.3	865.6	0.008
文献[6]例	142.10	40.45	0.400	1.200	2.50	197.3	0.75	1306.4	1307.0	0.046
文献[13]例	232.00	45.18	0.360	0.700	2.30	65.0	0.70	242.3	241.6	0.289
文献[14]例	150.00	50.00	0.500	1.000	2.00	175.4	0.70	1055.3	1055.1	0.019

5 结　语

由于利用小流域设计洪水推理公式计算洪峰流量涉及超越方程求解,目前延用的常规计算方法不便实际工作。本文依据优化拟合理论,经逐次逼近计算,获得了可直接完成洪峰流量求解的近似计算公式,其主要优点是:

(1)公式仅用一个简单的指数复合函数即完成了拟合替代,表达形式简单明了,便于工程技术人员记忆,实现了计算简单、快捷,有效提高了工作效率,具有实际应用推广价值;

(2)该近似计算公式是通过多组函数优化比选所得,因此具有较好的拟合精度,经分析及算例计算结果比较表明,在实用参数范围内,本文公式具有较高的计算精度,其最大计算相对误差不超过0.42%,完全可以满足实际工程的设计精度要求。

参考文献:

[1] 陈家琦,张恭肃. 小流域暴雨洪水计算问题[M]. 北京:水利电力出版社,1983.
[2] 詹道江,叶守泽. 工程水文学[M]. 北京:中国水利水电出版社,2000.
[3] 谢 平,陈广才,李 德,等. 乌鲁木齐地区小流域设计山洪推理公式的参数规律[J]. 山地学报,2006,24(4):410-415.
[4] 廖华云,廖元秀,黎志键. 应用推理公式计算广西特小流域暴雨洪水可突破 θ 值限制的探讨[J]. 广西水利水电,2013(1):27-29,36.
[5] 徐德龙,肖 华. 小流域设计洪水推理公式计算方法探讨[J]人民长江,2000,31(7):13-14.
[6] 程小春,张善余. 推理公式的一种简化算法——牛顿迭代法[J]. 水利水电科技进展,2002,22(3):13-15.
[7] 周学国,滕 凯,邹 伟. 小流域设计洪水计算方法的简化[J]. 东北水利水电,2001,19(7):17-18.
[8] 姚学斌. 推理公式简析法在小流域暴雨洪水计算中的应用[J]. 水利水电科技进展,2008,28(z1):44-45.
[9] 季春根. 用 Excel 实现推理公式法[J]. 浙江水利科技,2001(1):57-58.
[10] 沈必成. Excel 软件在小流域设计洪水计算中的应用[J]. 东北水利水电,2009,27(6):14-15.
[11] 孙元元,黄春霞. 牛顿法和弦截法在小流域设计洪水中的应用比较[J]. 华北水利水电学院学报,2011,32(4):38-40.
[12] 谢银昌. Excel 函数在小流域洪水计算中的应用[J]. 电力勘测设计,2012,61(3):30-33.
[13] 邱 林,孙元元,周生通. 一种基于 VB 求解小流域设计洪峰流量的图解方法[J]. 水文,2012,32(1):18-21.
[14] 田景环,梁文涛. 应用 Matlab 求解小流域推理公式的方法[J]. 水文,2013,33(1):79-81.
[15] 王慧文. 偏最小二乘回归方法及其应用[M]. 北京:国防工业出版社,1999.
[16] 阎凤文. 测量数据处理方法[M]. 北京:原子能出版社,1988.
[17] 谢成玉,滕凯. 抛物线形断面渠道均匀流水深的近似计算公式[J]. 水电能源科学,2012,30(7):94-95+172.
[18] 刘 刚,滕 凯. 梯形断面均匀流水深的近似计算公式[J]. 水利与建筑工程学报,2012,10(1):39-42.
[19] 谢成玉,滕 凯. 三次抛物线形渠道断面收缩水深的简化计算公式[J]. 南水北调与水利科技,2012,10(1):136-138.
[20] 滕 凯. 消力池深的简化计算法[J]. 人民长江,2012,43(15):77-79,91
[21] 滕 凯,周 辉. 弧底梯形明渠正常水深的简化计算法[J]. 黑龙江八一农垦大学学报,2012,24(5):85-88.
[22] 滕 凯. 标准门洞形过水断面临界水深的简化计算[J]. 华北水利水电学院学报,2012,33(5):1-3.