

# 确定含水层参数的单纯形-混沌优化算法

袁华<sup>a</sup>, 刘方<sup>b</sup>, 刘元会<sup>a</sup>, 郭建青<sup>c</sup>

(长安大学 a. 理学院; b. 建筑工程学院; c. 环境科学与工程学院, 陕西 西安 710064)

**摘要:** 以无限含水层和有直线隔水边界情况下的解析解为基础, 将单纯形-混沌优化算法应用于分析抽水试验数据, 求解含水层参数函数优化问题。针对混沌优化算法收敛速度较慢的缺点, 文中将单纯形算法和混沌优化算法结合, 构造了单纯形-混沌优化算法。数值实验结果表明: 单纯形-混沌优化算法可有效地应用于求解含水层参数函数优化问题; 待估参数初始取值范围对单纯形-混沌优化算法的收敛速度有一定的影响, 但不会影响该算法最终的收敛性; 与混沌优化算法相比较, 单纯形-混沌优化算法具有收敛速度快和结果精度高的优点。

**关键词:** 地下水; 参数估算; 混沌优化算法; 单纯形法; 混合算法

中图分类号: TV211.12

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2013)05-0077-04

## Simplex - chaos optimization algorithm of determining aquifer parameter

YUAN Hua<sup>a</sup>, LIU Fang<sup>b</sup>, LIU Yuanhui<sup>a</sup>, GUO Jianqing<sup>c</sup>

(a. College of Science; b. College of Construction Engineering; c. College of Environmental Science & Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

**Abstract:** Based on the analytical solution of infinitely aquifer and linear impervious boundary case, The Simplex - chaos optimization algorithm is applied in the analysis of pumping experiment data to estimate the aquifer parameters. Such measures as adding Simplex algorithm into Chaos optimization algorithm are taken to improve convergence of algorithm. The results show that the method can be successfully applied to solve the aquifer parameter function optimization problem; the range of initial guess value of aquifer parameters has influence on the convergence speed of the algorithm, but has no effect on the final result of computation; in comparison with the chaos optimization algorithm, the combined algorithm has the advantages of rapid convergence rate and high accuracy.

**Key words:** underground water; parameter estimation; chaos optimization algorithm; simplex algorithm; combined algorithm

在进行地下水资源评价和开发利用过程中, 导水系数和储水系数等含水层参数是非常重要的参数。分析非稳定流抽水试验数据是获得含水层参数的主要方法之一。泰斯公式<sup>[1]</sup>因其形式简单且能反映抽水过程中含水层的水位变化规律, 故是分析非稳定流抽水试验数据, 估算含水层参数的基本公式。目前, 基于泰斯公式确定含水层参数的方法主要有: 标准曲线配线法<sup>[1]</sup>、Jacob 直线图解法、单纯形法<sup>[2]</sup>和改进直线图解法<sup>[3]</sup>等。这些方法在实际应用中都存在着一定的局限性。近几年, 为了克服上述方法存在的局限性, 学者将粒子群优化算法<sup>[4]</sup>、混沌粒子群优化算法<sup>[5]</sup>和混沌序列优化算法<sup>[6]</sup>等智能优化算法应用于分析抽水试验资料, 求解含水

层参数函数优化问题, 且取得了较为满意的结果。

混沌优化算法具有伪随机性、遍历性、规律性的特点, 在水文水资源领域已经得到了一定的应用<sup>[7]</sup>。文献[6]将混沌优化算法成功地应用于求解含水层参数问题, 但其搜索速度较慢。鉴于此, 文中以无限含水层和具有直线隔水边界含水层情况下抽水过程中地下水的水头变化规律的解析模型为基础, 采用在局部区域搜索性能较好的单纯形算法和全局搜索性能良好的混沌优化算法结合的单纯形-混沌优化算法, 分析抽水试验数据并识别含水层参数。通过数值实验验证该算法计算结果的可靠性; 分析不同边界含水层条件对算法运算时间的影响; 初步分析待求含水层参数初始取值范围对算法收敛

收稿日期: 2013-05-03; 修回日期: 2013-06-18

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(CHD2012TD015)

作者简介: 袁华(1986-), 女, 河南鹤壁人, 在读硕士, 主要从事最优化理论与方法研究。

通讯作者: 刘元会(1964-), 男, 陕西咸阳人, 教授, 硕导, 主要研究方向为地下水动力学与环境水力学。

性的影响;并将文中算法与混沌优化算法的运算速度进行对比。

## 1 单纯形-混沌优化算法(CSM)

混沌序列搜索<sup>[6]</sup>(CM)因其遍历性从而能够避免陷入局部最优而达到全局最优,但在最优解附近搜索较慢;而单纯形算法在局部搜索速度较快,但易陷入局部最优解,且对参数初值依赖性较强。鉴于此,文中将这两种算法进行结合,构造了单纯形-混沌优化算法。该算法的具体步骤如下:

Step1 令  $k_1 = 1, k = 1$ , 将  $n$  个具有较小差异的初值赋给 Logistic 映射,即可得到  $n$  个相应的混沌变量  $X_{n,m+1}$ , 其中  $m+1$  表示混沌序列长度,  $n$  表示参数个数;

Step2 利用式  $X'_{n,m+1} = B_{n,1} + B_{n,2}X_{n,m+1}$ , 将混沌变量  $X_{n,m+1}$  转化为用于优化的混沌变量  $X'_{n,m+1}$ , 其中,  $B_{n,1}$  表示待估参数取值的最小值,  $B_{n,2}$  表示待估参数取值的最大值与最小值之差;

Step3 进行混沌粗搜索,当  $f^* < \varepsilon_1$  或  $k$  大于粗搜索次数, 停止粗搜索;

Step4 缩小解空间。设  $X^{(0)}$  为当前最优解, 利用式(1) 缩小解空间, 其中  $\lambda = 0.618$  为缩小因子;

$$\begin{cases} B'_{i,1} = X^{(0)} + \lambda(B_{i,1} - X^{(0)}) & (i = 1, 2, \dots, n) \\ B'_{i,2} = X^{(0)} + \lambda(X^{(0)} - B_{i,2}) & (i = 1, 2, \dots, n) \end{cases} \quad (1)$$

Step5 利用单纯形法进行搜索<sup>[8]</sup>;

Step6 如果  $\text{abs}(\gamma) < \varepsilon_3$  或  $k_1$  大于外循环次数, 计算停止, 否则转到 Step1。

以上运算步骤的运算流程如图 1 所示。

## 2 含水层参数识别问题

### 2.1 井函数值计算

2.1.1 泰斯公式 在含水层为各向同性、均质和无限延伸的条件下,若以定流量进行抽水,抽水开始后  $t$  时刻,在含水层中距抽水主井为  $r$  点处的水位降深可表示为<sup>[1]</sup>:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad (2)$$

式中:  $s$  为水位降深, m;  $T$  为含水层导水系数,  $\text{m}^2/\text{s}$ ;  $Q$  为抽水流量,  $\text{m}^3/\text{s}$ ;  $W(u)$  为泰斯井函数, 其表达式为:

$$W(u) = \int_u^\infty \frac{\exp(-x)}{x} dx \quad (3)$$

式中:  $u$  为无量纲时间, 其表达式为:

$$u = \frac{r^2 \mu}{4Tt} \quad (4)$$

式中:  $\mu$  表示含水层的储水系数, 无量纲。

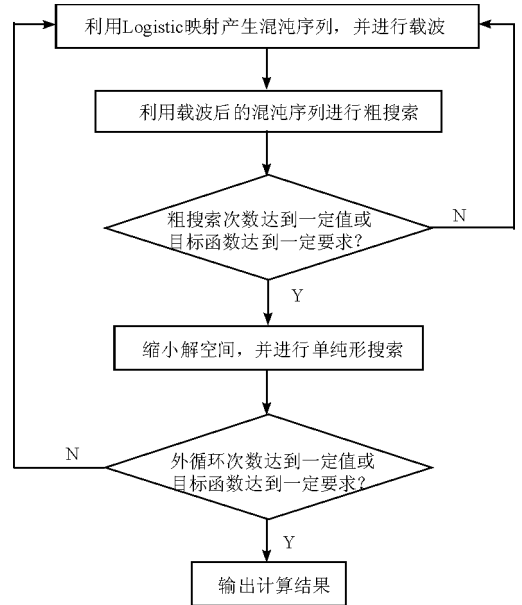


图1 算法流程图

由公式(3)可以看出,计算水位降深时,需要求解广义积分。文中采用 R. Srivastava 在文献[9]中给出的近似表达式进行估算:

$$W(u) = -\ln u + a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3 + a_4 u^4 + a_5 u^5, \quad u \leq 1$$

$$W(u) = \frac{1}{u e^u} \frac{b_0 + b_1 u + b_2 u^2 + b_3 u^3 + u^4}{c_0 + c_1 u + c_2 u^2 + c_3 u^3 + u^4}, \quad u \geq 1$$

式中: 常数值分别为:  $a_0 = -0.57772$ 、 $a_1 = 0.99999$ 、 $a_2 = -0.24991$ 、 $a_3 = 0.05519$ 、 $a_4 = -0.00976$ 、 $a_5 = 0.00108$ 、 $b_0 = 0.26777$ 、 $b_1 = 8.63476$ 、 $b_2 = 18.05902$ 、 $b_3 = 8.57330$ 、 $c_0 = 3.95850$ 、 $c_1 = 21.09965$ 、 $c_2 = 25.63296$  和  $c_3 = 9.57332$ 。Rajesh 指出, 以上的近似表达式与泰斯公式精确解相比较, 具有的相对误差小于 0.001%<sup>[9]</sup>。

2.1.2 直线隔水边界条件下的降深计算公式 在抽水阶段, 观测孔中的水位降深可以表示为<sup>[1]</sup>:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left[ W\left(\frac{\mu r^2}{4Tt}\right) + W\left(\frac{\mu \rho^2}{4Tt}\right) \right] \quad (5)$$

式中:  $\rho$  为观测井到映射井之间的距离, m; 其它符号意义同前。

### 2.2 目标函数的构成

应用文中算法时, 要求待估参数值使水位降深

计算值与观测值间的离差平方和的均值达到极小,即:

$$\varphi(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (s_j^0 - s_j)^2 \Rightarrow \min \quad (6)$$

式中:  $s_j$  表示利用式(2) 计算的第  $j$  时刻的水位降深,  $L$ ;  $s_j^0$  表示抽水开始后第  $j$  时刻观测到的实际水位降深值,  $L$ ;  $\theta$  表示待估参数向量;  $j = 1, 2, \dots, N$  为抽水试验过程中观测时间的序列号。对于公式(6), 设含水层的导水系数  $T$  为  $\theta_1$ , 储水系数  $\mu$  为  $\theta_2$ , 直线隔水边界条件下, 设观测井到映射井间的距离  $\rho$  为  $\theta_3$ 。

### 3 数值实验

#### 3.1 实验数据与条件

引用文献[9]中给出的两种含水层边界条件下的实际抽水试验数据进行数值实验。在无限边界含水层条件下, 抽水开始后距抽水主井为 30.48 m 处观测孔中水头降深的观测数据见表 1, 试验中抽水流量为  $0.0769 \text{ m}^3/\text{s}$ , 抽水持续时间为 800 min; 在具有直线隔水边界含水层条件下, 抽水开始后距抽水主井为 30.48 m 处观测孔中水头降深的观测数据见表 2, 试验中抽水流量为  $0.0764 \text{ m}^3/\text{s}$ , 抽水持续时间为 840 min。

表 1 原始抽水试验数据(无限含水层) min

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $t$ | 5   | 10  | 15  | 20  | 25  | 30  | 40  | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  | 100 |
| $s$ | 24  | 67  | 101 | 125 | 152 | 168 | 201 | 223 | 244 | 262 | 280 | 293 | 305 |
| $t$ | 110 | 120 | 180 | 240 | 300 | 360 | 420 | 480 | 540 | 600 | 660 | 720 | 800 |
| $s$ | 317 | 326 | 378 | 411 | 442 | 463 | 485 | 503 | 521 | 527 | 539 | 552 | 567 |

表 2 原始抽水试验数据(有直线隔水边界) min

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $t$ | 5   | 10  | 15  | 20  | 25  | 30  | 40  | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  | 100 |
| $s$ | 24  | 67  | 98  | 125 | 149 | 171 | 204 | 235 | 259 | 290 | 308 | 329 | 347 |
| $t$ | 110 | 120 | 180 | 240 | 300 | 360 | 420 | 480 | 540 | 600 | 660 | 720 | 840 |
| $s$ | 366 | 381 | 460 | 518 | 570 | 607 | 640 | 671 | 695 | 719 | 750 | 762 | 802 |

#### 3.2 实验结果初步分析

3.2.1 不同算法计算结果的比较 在无限边界含水层条件下, 根据图 1 所示的算法流程图, 采用 MATLAB 进行数值实验, 结果见表 3。从表 3 可以看出, 文中算法和文献中其他算法得到的计算结果非常接近, 所以文中算法的计算结果是可靠的; 同时文中算法得到的参数精度较高, 所以文中算法的计算结果是相对精确的。又因为构成目标函数时只需

计算优化函数值, 不需要计算优化函数的导数, 也无其他附加要求, 所以理论上文中算法在分析抽水试验资料方面具有较宽的应用范围。

表 3 不同方法的计算结果  $\text{m}^2/\text{min}, 10^{-6}$

| 方法                      | 计算结果   |        |           |
|-------------------------|--------|--------|-----------|
|                         | $T$    | $\mu$  | $\varphi$ |
| 本文算法                    | 2.8769 | 0.0666 | 3.4620    |
| 改进直线图解法 <sup>[3]</sup>  | 2.8820 | 0.0647 | 11.7710   |
| 混沌序列优化算法 <sup>[6]</sup> | 2.9330 | 0.0629 | 13.1910   |
| 粒子群优化算法 <sup>[4]</sup>  | 2.8800 | 0.0621 | 64.1150   |
| 泰斯配线法 <sup>[10]</sup>   | 2.7870 | 0.0670 | 60.9520   |

3.2.2 在有线隔水边界条件下的参数计算 学者对于在具有直线隔水边界的含水层条件下的研究较少, 数值实验表明 CSM 算法可以成功地应用于有直线隔水边界条件下含水层的参数估计中。由 CSM 算法得到的 3 个参数分别为  $\theta_1 = 3.0137$ ,  $\theta_2 = 0.0663$ ,  $\theta_3 = 107.4220$ , 目标函数值为  $\varphi = 3.8919 \times 10^{-6}$ 。为了验证文中算法在计算含水层参数时的可靠性, 将计算得出的参数代入公式(5), 得到水位降深计算值与原始数据的对比情况见图 2。从目标函数和图 2 都可以看出这 3 个参数的选取是比较精确的。

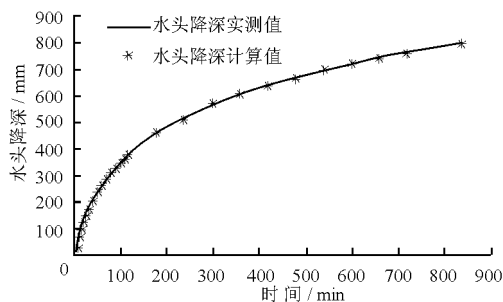


图 2 水头降深实测值与计算值

3.2.3 不同含水层边界对算法运算时间的影响 为了研究不同含水层边界对算法运算时间的影响, 在混沌序列长度为 200 次、粗搜索次数为 10 次的情况下, 进行数值实验 100 次并求运算时间的平均值, 结果见表 4。从表 4 可以看出, 在其他条件相同时, 文中算法在有直线隔水边界情况下的运算时间比无限边界情况下的长, 原因是在无限边界情况下需要搜索的状态空间维数比有直线隔水边界情况下的低。

算法运算时间随着导水系数初值范围的增加呈增加趋势。这个现象说明, 待估参数的初始取值范围对算法的收敛速度有一定的影响, 但在整个实验

过程中没有出现算法不收敛和解不唯一的情况,所以它们不影响算法最终的收敛性。可见,文中算法弥补了非线性最小二乘法在计算含水层参数时,算法的收敛性依赖于参数初始输入值的不足之处。

3.2.4 与混沌优化算法比较 限于篇幅下面只研究在无限含水层情况下算法的优点。文中以算法运行时间的长短来判断收敛速度的快慢。在混沌序列长度为 200 次、粗搜索次数为 10 次的情况下,取储水系数的可能最大值 0.5 为其上限,取 0 为下限,导

水系数的下限取为  $0^{[6]}$ , 上限见表 5, 进行 100 次数值实验并求其运算时间的平均值, 结果见表 5。从表 5 可以看出, 在相同条件下, CM 完成一次计算所需的平均运算时间, 最短是 CSM 平均运算时间的 3.9829 倍、最长是 CSM 平均运算时间的 5.7214 倍、平均是 CSM 平均运算时间的 4.6831 倍。由此可见, CSM 较 CM 的运算时间有所减少, 即文中算法有效地提高了混沌优化算法在估算含水层参数时的收敛速度。

表 4 不同含水层情况下算法的运行时间

s

| 参数倍数     | 2      | 4      | 6      | 8      | 10     | 12     | 15     | 20     |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 无限含水层    | 0.4749 | 0.4810 | 0.4771 | 0.4788 | 0.4868 | 0.4896 | 0.4837 | 0.4911 |
| 有隔水边界含水层 | 1.8198 | 2.0562 | 2.6487 | 2.8850 | 3.3417 | 3.9652 | 3.1081 | 3.3657 |

表 5 CSM 与 CM 在导水系数初值取不同范围条件下的运算时间

s

| 导水系数的倍数<br>算法 | 5      |        | 10     |        | 20     |        | 50     |        |
|---------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|               | CSM    | CM     | CSM    | CM     | CSM    | CM     | CSM    | CM     |
| 运算时间 $t$      | 0.4865 | 1.9377 | 0.4875 | 2.0670 | 0.5012 | 2.3568 | 0.5269 | 3.0146 |

## 4 结 语

通过对算法的步骤和数值实验结果分析讨论可知, 单纯形-混沌优化算法能够有效地运用于分析抽水试验数据, 求解含水层参数的函数优化问题, 且具有较宽的运用范围。结果表明: 文中算法可以有效地应用于识别含水层参数, 且计算结果是可靠的; 预估含水层参数时, 算法在无限边界情况下比有直线隔水边界情况下的搜索时间短; 待估参数初始取值范围对算法的收敛速度有一定的影响, 但不影响算法的收敛性; 与混沌序列优化算法相比, 具有计算结果精度高和运算速度快的优点。简而言之, 在分析抽水试验资料和估算含水层参数时单纯形-混沌优化算法是一种有效的方法。

### 参考文献:

- [1] 陈崇希, 林敏. 地下水动力学[M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 1999: 70-122.
- [2] 付晓刚, 代锋刚, 邹晔. 单纯形探索法在确定含水层参数中的应用[J]. 水资源与水工程学报, 2011, 22(6): 46-49.
- [3] 郭建青, 周宏飞, 李彦, 等. 分析非稳定流抽水试验数据

的改进直线解析法[J]. 中国农村水利水电, 2009(4): 18-21.

- [4] 郭建青, 李彦, 王洪胜, 等. 粒子群优化算法在确定含水层参数中的应用[J]. 中国农村水利水电, 2008(4): 4-7.
- [5] 周秀秀, 常安定, 郭建青, 等. 混沌粒子群优化算法在确定含水层参数中的应用[J]. 水资源与水工程学报, 2013, 24(1): 96-99.
- [6] 郭建青, 李彦, 王洪胜, 等. 确定含水层参数的混沌序列优化算法[J]. 中国农村水利水电, 2006(12): 26-29.
- [7] 盖兆梅, 付强, 刘仁强. 混沌优化方法及其在水文水资源中的应用研究进展[J]. 水资源与水工程学报, 2007, 18(5): 13-16.
- [8] 张智星, 孙春在, 水谷英二[日]著, 张平安, 等译. 神经-模糊和软计算[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2000: 130-135.
- [9] Srivastava R. Implications of using approximation expressions for well function[J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 1995, 121(6): 459-462.
- [10] Department of the Interior (USDI) U. S. Groundwater Manual[M]. Bureau of Reclamation. Supt. of Documents, U. S. Govt. Printing Office, Washington D C, 1977.