

基于熵权的五元联系数在地下水水质评价中的应用

李文宾, 姚阿漫

(长安大学 环境科学与工程学院, 陕西 西安 710064)

摘要: 针对地下水水质评价中存在的模糊、不确定性问题, 结合熵权法和集对分析理论, 建立了基于熵权的五元联系数集对模型。根据水质样本各指标与各等级标准的联系程度, 构造联系度公式, 结合信息熵计算各评价指标的权重, 对地下水水质进行综合评价。通过对咸阳市泾阳县4个观测井水质的综合评价, 说明了五元联系数集对模型在地下水水质评价中的可行性和有效性。

关键词: 地下水; 熵权; 五元联系数; 水质评价

中图分类号: X824

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2013)02-0118-03

Application of five-element connection number in evaluation of groundwater quality based on entropy

LI Wenbin, YAO Aman

(College of Environmental Science and Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: Aimed at the fuzzy and uncertainty problems in groundwater quality assessment, five-element connection number model was developed on the basis of entropy method and the SPA. According to the relationship between water samples measured values of each index and the level of the threshold, connection degree formula was structured. Combined with the entropy analysis the coefficient of weight was calculated, and groundwater quality was evaluated. The application of the model to access the groundwater quality of 4 wells illustrates the feasibility and effectiveness of the method.

Key words: groundwater; entropy; five-element connection number; water quality evaluation

0 引言

在我国西北干旱半干旱地区, 地下水因供水条件稳定、水质良好, 是农业灌溉、工矿企业和城市生活用水的重要水源。然而随着社会经济的发展、人口的增长和人类大量开采地下水资源, 地下水水位持续下降水质恶化的现象层出不穷, 甚至威胁到城市供水和地区经济的发展。因此, 地下水的合理开发和保护对地区发展和水资源的可持续利用有重要意义。地下水水质评价是区域水环境评价的重要内容之一, 是地下水保护的重要环节。目前主要的水质评价方法有: 神经网络法、物元分析法、灰色关联分析法、模糊综合评价法等。由于水质监测数据涉及众多评价指标, 且等级标准分界存在模糊性, 使得上述方法在数据处理时都存在一些不确定性问题。如人工神经网络模型中隐含层数及神经元个数问题; 物元分析法中权重问题; 模糊综合评价法不能解决指标相关造成信息重复的问题^[1]。集对分析在

处理多目标不确定问题时具有较强的适用性。基于熵权的五元联系数集对模型是在集对分析理论和熵权法的基础上提出的一种综合评价方法, 它从多目标之间的联系度与转化的同一度、差异度和对立度描述个目标间的相关性, 并通过信息熵确定各指标的权重, 进而客观的评价地下水水质。本文以咸阳市泾阳县为例, 采用基于熵权的五元联系数集对模型对泾阳县4处地下水水质进行评价, 结果表明该方法是一种有效的水质评价方法。

1 熵权系数法

在信息论中, 熵是系统无序程度的度量, 熵值可以用来度量信息量的大小, 某项指标携带的信息越多, 表示该指标对决策的作用越大。利用熵和熵权确定评价指标的权重, 避免各评价指标权重的人为因素干扰, 使评价结果更客观^[2-3]。熵权的计算模型如下:

(1) 标准化原始数据矩阵。设 m 个评价对象, 每个评价对象有 n 个评价指标, 得到的原始数据矩阵为:

收稿日期: 2012-12-06; 修回日期: 2012-12-20

基金项目: 国家外专局高等学校学科创新引智计划(111)项目(B08039)资助

作者简介: 李文宾(1987-), 男, 河南济源人, 硕士研究生, 主要从事水污染控制与水资源的研究工作。

$$P = (p_{ij})_{m \times n} \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$$

对该矩阵标准化,得到标准化矩阵 Q 为:

$$Q = (q_{ij})_{m \times n} \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$$

效益型评价指标:

$$q_{ij} = (p_{ij} - p_{\min}) / (p_{\max} - p_{\min}) \quad (1)$$

成本型评价指标:

$$q_{ij} = (p_{\max} - p_{ij}) / (p_{\max} - p_{\min}) \quad (2)$$

式中: p_{\max} 、 p_{\min} 分别为同一评价指标下不同对象中最大值和最小值。

(2) 定义熵。根据传统的熵的概念可以定义第 j 评价指标的熵为:

$$H_j = - \left(\sum_{i=1}^m f_{ij} \ln f_{ij} \right) / \ln m$$

$$(i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

式中: $f_{ij} = q_{ij} / \sum_{j=1}^n q_{ij}$, 当 $f_{ij} = 0$ 时, 令 $f_{ij} \ln f_{ij} = 0$ 。

(3) 定义熵权。第 j 个指标的熵权为:

$$w_j = (1 - H_j) / \left(n - \sum_{j=1}^n H_j \right) \quad (4)$$

式中: $0 \leq w_j \leq 1$, 且满足 $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ 。

2 基于熵权的五元联系数水质评价方法

地下水水质评价的实质是根据地下水水质评价指标的实测值和各等级标准之间的相似性,对水质进行分类。基于熵权的五元联系数集对模型评价地下水水质分为以下几个步骤:

(1) 确定评价等级。按照地下水等级划分标准,地下水通常分为 5 级,将 I 级和 V 级标准分别作为同一度和对立度的取值依据,II、III、IV 级标准作为差异度的取值。

(2) 构造五元联系数。选择有代表性的评价指标,将样本评价指标的实测值 $x_k (k = 1, 2, \dots, m; m$ 为评价指标数) 记作集合 A_k , 将相应的评价标准记为集合 $B_l (l = 1, 2, \dots, n; n$ 为评价等级), 集合 A_k 和 B_l 构成集对 $H(A_k, B_l)$ 。用五元联系数 μ_l 描述集对 $H(A_k, B_l)$ 的关系:

$$\mu_k = \mu_{A_k \sim B_l} = a_k + b_{k,1}i_1 + b_{k,2}i_2 + b_{k,3}i_3 + c_kj \quad (5)$$

其中: a_k 、 $b_{k,1}$ 、 $b_{k,2}$ 、 $b_{k,3}$ 、 c_k 分别表示指标 x_k 与该指标 I 级、II 级、III 级、IV 级和 V 级标准的联系度。

(3) 构造联系度表达式。地下水水质等级划分为 5 个等级,有 4 个门限值,因为门限值的边界有模糊性,所以若单因子评价落入该级的范围视为同一,落入相邻的范围视为差异,落入相隔的等级范围视

为对立,即通过差异度分量解决等级边界模糊性的问题。由于地下水水质的评价通常是基于对某一指标最大值的限制,本文采用成本型指标(越小越好型指标)的联系度表达式^[4-5]:

$$\mu_k = \begin{cases} 1 + 0i_1 + 0i_2 + 0i_3 + 0j & \chi_k < S_1 \\ \frac{S_1 + S_2 - 2\chi_k}{S_2 - S_1} + \frac{2\chi_k - 2S_1}{S_2 - S_1}i_1 + 0i_2 + 0i_3 + 0j & S_1 < \chi_k \leq \frac{S_1 + S_2}{2} \\ 0 + \frac{S_2 + S_3 - 2\chi_k}{S_3 - S_1}i_1 + \frac{2\chi_k - S_1 - S_2}{S_3 - S_1}i_2 + 0i_3 + 0j & \frac{S_1 + S_2}{2} < \chi_k \leq \frac{S_2 + S_3}{2} \\ 0 + 0i_1 + \frac{S_3 + S_4 - 2\chi_k}{S_4 - S_2}i_2 + \frac{2\chi_k - S_2 - S_3}{S_4 - S_2}i_3 + 0j & \frac{S_2 + S_3}{2} < \chi_k \leq \frac{S_3 + S_4}{2} \\ 0 + 0i_1 + 0i_2 + \frac{2S_4 - 2\chi_k}{S_4 - S_3}i_3 + \frac{2\chi_k - S_3 - S_4}{S_4 - S_3}j & \frac{S_3 + S_4}{2} < \chi_k \leq S_4 \\ 0 + 0i_1 + 0i_2 + 0i_3 + 1j & \chi_k > S_4 \end{cases} \quad (6)$$

式中: S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 为评价指标的门限值。

通过上述公式计算出各指标的联系度,结合各评价指标的权重,计算出综合联系度 $\mu_{A \sim B}$:

$$\mu_{A \sim B} = \sum_{k=1}^m w_k a_k = \sum_{k=1}^m w_k a_k + \sum_{k=1}^m w_k b_{k,1}i_1 + \sum_{k=1}^m w_k b_{k,2}i_2 + \sum_{k=1}^m w_k b_{k,3}i_3 + \sum_{k=1}^m w_k c_kj \quad (7)$$

式中: w_k 为第 k 个指标的权重。权重可通过熵权系数法确定。

(4) 级别判定。采用置信度准则来评价各采样点水质的等级。

$$h_l = (f_1 + f_2 + \dots + f_l) > \lambda \quad (8)$$

式中: $f_1 = \sum_{k=1}^m w_k a_k$, $f_2 = \sum_{k=1}^m w_k b_{k,1}$, $f_3 = \sum_{k=1}^m w_k b_{k,2}$,

$f_4 = \sum_{k=1}^m w_k b_{k,3}$, $f_5 = \sum_{k=1}^m w_k c_kj$; λ 为置信度,取值范围 $[0.5, 0.7]$, λ 越大评价结果越趋向保守。对于给定的 λ , 当 $h_l > \lambda$ 且 $h_{l-1} \leq \lambda$ 时, 则评价结果属于 l 级。

3 实例分析

以咸阳市泾阳县为例,选取泾阳县 4 处水井:桥

底水管站、宋家村、东陈村、东鸟村的长期观测井作为评价对象。地下水水质的监测项目众多,选取的项目应能够反映本地区水质的主要问题,本文选取总硬度(以 CaCO_3 值计)、 Cl^- 、 SO_4^{2-} 、高锰酸盐指数和 Fe 5 个评价指标,各水井测点评价指标实测数据详见表 1。根据地下水各指标含量特征,《地下水质量标准》(GB/T14848-1993)将地下水水质划分为 5 级(表 2)。

表 1 2012 年各测点水质评价指标实测值 mg/L

测点	总硬度	Cl^-	SO_4^{2-}	高锰酸盐指数	Fe
桥底水管站	428	150	166	0.99	0.11
宋家村	772	267	172	2.39	0.14
东陈村	531	171	271	1.20	0.28
东鸟村	384	97.5	128	0.85	0.09

表 2 地下水质量分类标准 mg/L

测点	总硬度	Cl^-	SO_4^{2-}	高锰酸盐指数	Fe
I类(\leq)	150	50	50	1.0	0.1
II类(\leq)	300	150	150	2.0	0.2
III类(\leq)	450	250	250	3.0	0.3
IV类(\leq)	550	350	350	10	1.5
V类($>$)	550	350	350	10	1.5

采用熵权法由式(1)~(4)计算各指标的权重,总硬度、 Cl^- 、 SO_4^{2-} 、高锰酸盐指数和 Fe 的综合权重分别为 w : (0.1956, 0.1925, 0.2020, 0.2213, 0.1886)。由式(6)计算出各联系度的同一度,差异度分量和对立度,结合各指标相应的权重由公式(7)计算各点的综合联系度 μ 见表 3。

表 3 各测点的综合联系度计算结果

测点	a	b_1	b_2	b_3	c
桥底水管站	0.3721	0.2042	0.3407	0.0829	0
宋家村	0.0908	0.3730	0.2053	0.1353	0.1956
东陈村	0	0.0762	0.5828	0.2197	0.1213
东鸟村	0.3315	0.4190	0.2354	0.0140	0

确定合理的置信度 λ , 由式(8) 判别出各点地下水水质级别。本文 λ 取 0.6, 判定结果为: 桥底水管站、宋家村、东陈村、东鸟村的地下水等级分别是 III 级、III 级、III 级、II 级。

基于熵权的五元联系数集对模型和其他评价方法^[6-8]的对比见表 4。由表 4 可知基于熵权的五元联系数法评价结果和其他两种方法的结果基本相同。五元联系数法的确是可行、有效的。

表 4 不同方法评价结果

评价方法	模糊数学法	投影寻踪法	五元联系数法
桥底水管站	II	III	III
宋家村	III	III	III
东陈村	III	III	III
东鸟村	II	II	II

4 结 语

根据集对分析原理,建立基于熵权的五元联系数集对模型,通过熵权法计算各指标的权重,避免了求解差异度系数的复杂过程,引入置信度来评价水质等级,可以保证评价结果的稳定性。五元联系数对各指标和评价级别的同一、差异与对立作定量的描述,考虑了等级标准的模糊性,又避免模糊识别评价法“最大隶属度”原则和“取大取小”算法丢失部分评价信息。其能够处理地下水水质评价过程中分级标准边界模糊、信息不完整等导致的不确定性问题。通过对咸阳市泾阳县 4 处水井的地下水水质进行综合评价,其评价结果准确,是一种简便有效的评价方法。但集对分析法在水资源评价中尚未形成完善的系统评价方法,地下水水质评价中多元联系数的构造也没有统一标准,这些都仍待完善。

参考文献:

- [1] 王文圣,金菊良,丁晶,等. 水资源系统评价新方法集对评价法[J]. 中国科学(E 辑: 技术科学), 2009, 39(9): 1529-1534.
- [2] 冯莉莉,高军省. 基于六元联系数的水质综合评价模型[J]. 灌溉排水学报, 2011, 30(1): 121-123.
- [3] 张先起,梁川. 基于熵权的模糊物元模型在水质综合评价中的应用[J]. 水利学报, 2005, 36(9): 1057-1061.
- [4] 陆洲,马涛. 地下水环境质量评价的一种新方法-集对分析法[J]. 环境保护科学, 2005, 31(5): 53-55.
- [5] 王敏,毛晓敏,尚松浩,等. 五元联系数在黄河健康评价中的应用[J]. 水资源与水工程学报, 2010, 21(1): 1-4.
- [6] 张霞,李卫红,吴荣. 改进的属性识别模型在湖泊富营养化评价中的应用[J]. 新疆环境保护, 2009, 31(1): 1-5.
- [7] 周维博,郭小砾. 塔里木河水水质模糊模式识别评价[J]. 水资源保护, 2007, 23(4): 16-20.
- [8] Yue Liao, Jianyu Xu, Wenjing Wang. Using fuzzy theory and information entropy for water quality assessment in Three Gorges region, China [J]. Procedia Environmental Sciences, 2011, 10: 451-457.