

倒锥壳水塔水箱内力计算

俞 锋, 杨 琼, 王惠萍, 张 亭

(北京市水利规划设计研究院, 北京 100048)

摘 要: 采用无弯矩理论(薄膜理论)和有弯矩理论分别对倒锥壳水塔水箱(容积 300 m³ 和 500 m³) 内力进行计算, 分析了水箱上、下锥壳的内力分布情况。计算结果表明: 有弯矩理论较无弯矩理论考虑了壳体边缘干扰力的影响, 使得计算结果在壳体边缘处有一定差异, 但更接近水箱内力的真实情况, 可作为倒锥壳水箱内力相对精确的计算方法。研究结果可为同类工程设计提供有益的参考。

关键词: 倒锥壳水塔; 水箱; 有弯矩理论; 薄膜理论; 边缘干扰力

中图分类号: TV31 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-643X(2012)02-0151-05

Internal force calculation of inverted cone water tower tank

YU Feng, YANG Qiong, WANG Huiping, ZHANG Ting

(Beijing Institute of Water, Beijing 100048, China)

Abstract: In this article, internal forces of 300 m³ and 500 m³ inverted cone water tower tanks were calculated by membrane theory and moment theory, and internal force distribution of water tank was analyzed. The results show that the edge interference force makes some differences of internal force distribution of moment theory from that of membrane theory on the edge of tank, but the results of moment theory is closer to the real situation of the tank and moment theory can be used as a relatively accurate method theory for internal force calculation of inverted cone water tank. The results provide a useful reference for the design of similar projects.

Key words: inverted cone water tower; water tank; moment theory; membrane theory; edge interference force

1 概 述

在供水工程中,水塔是一种用来保持和调节配水管网中水量及水压的高耸建筑物,特别是在一些国家供电无法持续的地区使用,以提高供水保证率,意义尤为重大。作为主要储水结构的水箱,其内力计算相对比较复杂,通常有无弯矩理论(薄膜理论)^[1-2]和有弯矩理论^[3]两种方法。本文通过采用此两种方法计算容积 300 m³ 和 500 m³ 倒锥壳水塔水箱内力,分析比较不同理论的结果差异,验证边缘干扰力对薄膜理论下壳体边缘内力的影响规律,提出两理论方法的适用范围。

2 倒锥壳水箱结构

水箱、支撑结构(支筒、支架)和基础是水塔的主要组成部分,其中倒锥壳水箱是水塔水箱一种常用的结构形式,由上锥壳(正锥壳)、下锥壳(倒锥壳)及环梁(上、中、下环梁)组成,见图 1。上锥壳去

掉圆锥顶做成气楼做通风采光之用,下锥壳为水箱的储水部分,环梁起到提高水箱刚度和稳定性,保证上、下锥壳可靠连接的作用。

倒锥壳水箱的特点是水压力最大处直径为最小,水压力最小处直径为最大,即随水压力增大法向直径减小。径向弯矩一般不大,环向拉力沿高度变化较小,这可使水箱锥体设计为等截面和均匀配置环向筋^[4]。

3 计算理论

(1) 无弯矩理论(薄膜理论)。该理论计算不考虑壳体内及边缘处的弯矩、扭矩和垂直于曲面的剪力,仅考虑壳体结构内的轴向力(径向力 N_ϕ 及环向力 N_θ),由静力平衡方程求解。以自重为例,上锥壳薄膜内力计算简图及公式如下^[5]:

$$N_\phi = \frac{q_0 t}{2 \sin \phi} \left(\frac{t_1^2}{t^2} - 1 \right) \quad (1)$$

$$N_\theta = -q_0 t \cos \phi \cot \phi \quad (2)$$

收稿日期:2012-03-01; 修回日期:2012-03-08

作者简介:俞 锋(1979-),男,河北涿州人,大学本科,工程师,主要从事水利水电工程设计。

其余荷载下薄膜内力可参阅结构设计手册。

(2) 有弯矩理论。该理论计算除考虑壳体的轴向薄膜内力外,同时考虑壳体边界处各种干扰力(干扰力矩 \tilde{M} 和干扰力 \tilde{H}) 的作用下对壳体内力干扰的作用影响,根据相连在一起的构件变形(角变位 Ψ 和水平变位 ΔH , 见图3)协调条件求出其边缘的弯矩和剪力,再与薄膜内力叠加,最终得到壳体的

内力。

图3中: t 为锥壳延长线一对称轴的交点至锥壳中心的距离; H_0 、 H_a 分别为内环和外环处的干扰力; ΔH_0 、 ΔH_a 分别为内环和外环处的水平变位; Ψ_0 、 Ψ_a 分别为内环和外环处的角变位; ϕ 为外环处的壳体水平倾角; s 、 \bar{s} 分别为自外环和内环边缘至壳面计算截面处的距离。

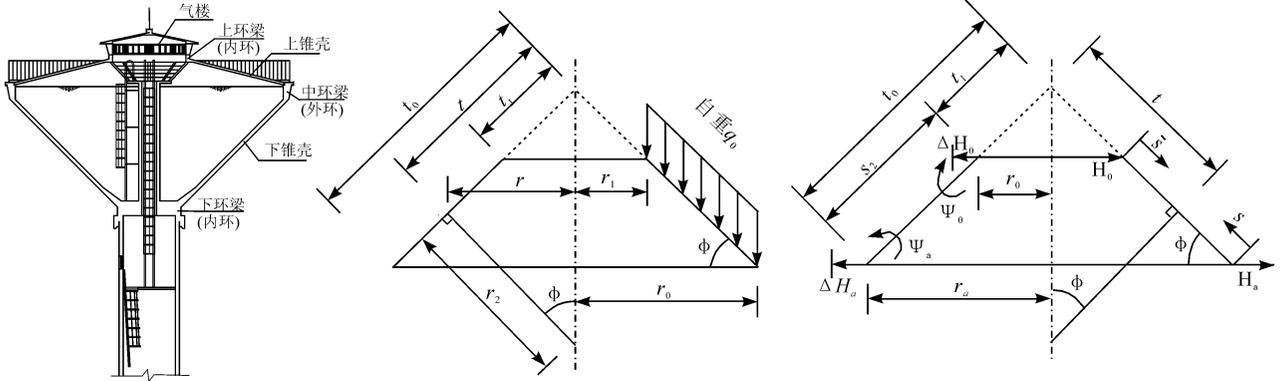


图1 倒锥壳水箱结构示意图 图2 锥壳在自重作用下薄膜内力计算简图 图3 组合壳体变形及各部位几何关系图

有弯矩理论中,锥壳与环梁(截面假定为矩形)连接处的变形(ΔH 、 ψ)由薄膜力作用下的自由变形(水平位移 ΔH^0 、 ψ^0),干扰力矩 \tilde{M}_a 作用下的变形(水平位移 ΔH^m 、径向转角 ψ^m),干扰力 \tilde{H}_a 作用下的变形(水平位移 ΔH^h 、径向转角 ψ^h)三部分组成,可列出协调方程组^[5]:

$$\Delta H = \Delta H^0 + \Delta H^m + \Delta H^h \quad (3)$$

$$\psi = \psi^0 + \psi^m + \psi^h \quad (4)$$

其中,在上环梁、中环梁与壳体连接的边界条件假定为弹性固定($\Delta H_{壳} = \Delta H_{环}$ 、 $\psi_{壳} = \psi_{环}$),下环梁与壳体连接的边界条件假定为固定($\Delta H_{壳} = 0$ 、 $\psi_{壳} = 0$),由协调方程组,倒锥壳水箱的上环梁和下环梁(内环)处的壳体变形可列出二元一次方程组,中环梁(外环)处可列出四元一次方程组。同样,根据壳体边缘和环梁的受力可列出环梁变形方程,按变形协调原则,解相应方程组后可得出中环梁和上环梁的干扰力矩 \tilde{M}_a^+ 、 \tilde{M}_a^- 、 \tilde{M}_0 和干扰力 \tilde{H}_a^+ 、 \tilde{H}_a^- 、 \tilde{H}_0 。壳体节点处的变形计算可参阅有关结构设计手册,不再赘述。

根据得出的各节点的干扰力矩和干扰力,壳体的最终内力按下式^[5]计算出径向力 N_ϕ 、环向力 N_θ 及径向弯矩 M_ϕ 。

$$N_\phi = N_\phi^0 - \cot\phi \left(\frac{2}{c_a} \tilde{M}_{\phi a} \eta_2 + \tilde{H}_a \eta_4 \sin\phi_a \right) + \cot\phi \left(\frac{2}{c_0} \tilde{M}_{\phi 0} \bar{\eta}_2 - \tilde{H}_0 \bar{\eta}_4 \sin\phi_0 \right) \quad (5)$$

$$N_\theta = N_\theta^0 - \frac{2R_{2a}}{c_a} \left(-\frac{\tilde{M}_{\phi a}}{c_a} \eta_4 + \tilde{H}_a \eta_1 \sin\phi_a \right) + \frac{2R_{20}}{c_0} \left(\frac{\tilde{M}_{\phi 0}}{c_0} \bar{\eta}_4 + \tilde{H}_0 \bar{\eta}_1 \sin\phi_a \right) \quad (6)$$

$$M_\phi = \tilde{M}_{\phi a} \eta_3 - c_a \tilde{H}_a \eta_2 \sin\phi_a + \tilde{M}_{\phi 0} \bar{\eta}_3 + c_0 \tilde{H}_0 \bar{\eta}_2 \sin\phi_0 \quad (7)$$

式中: N_ϕ^0 、 N_θ^0 分别为按薄膜理论计算出的径向力和环向力; $\tilde{M}_{\phi a}$ 、 \tilde{H}_a 分别为外环处的干扰力矩和干扰力; $\tilde{M}_{\phi 0}$ 、 \tilde{H}_0 分别为内环处的干扰力矩和干扰力; R_{2a} 、 R_{20} 分别为外环和内环处壳体的法向半径; C_a 、 C_0 分别为壳体外环和内环处的刚度特征值, $C_a = 0.76 \sqrt{\delta_a R_{2a}}$ 、 $C_0 = 0.76 \sqrt{\delta_0 R_{20}}$, δ_a 、 δ_0 分别为外环和内环处的壳体厚度; ϕ_a 、 ϕ_0 分别为外环和内环处的壳体水平倾角; ϕ 为壳体的水平倾角,当计算外环处内力时 $\phi = \phi_a$,当计算内环处内力时 $\phi = \phi_0$; s 、 \bar{s} 分别为自外环和内环边缘至壳面计算截面处的距离。

函数 η_i 、 $\bar{\eta}_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$) 的表达式如下:

$$\eta_1 = e^{-\frac{s}{c_a} \cos \frac{s}{c_a}}; \bar{\eta}_1 = e^{-\frac{\bar{s}}{c_0} \cos \frac{\bar{s}}{c_0}};$$

$$\eta_2 = e^{-\frac{s}{c_a} \sin \frac{s}{c_a}}; \bar{\eta}_2 = e^{-\frac{\bar{s}}{c_0} \sin \frac{\bar{s}}{c_0}}$$

$$\eta_3 = \eta_1 + \eta_2; \bar{\eta}_3 = \bar{\eta}_1 + \bar{\eta}_2;$$

$$\eta_4 = \eta_1 - \eta_2; \bar{\eta}_4 = \bar{\eta}_1 - \bar{\eta}_2。$$

当 c_a 及 c_0 均小于 $\frac{s}{3}$, 采用公式(3)、(4)、(5)计

算壳体内力时,可忽略远端边缘干扰的影响,即在计算外环附近壳体内力时可不考虑含 η_i (或 $\bar{\eta}_i$) 各项的影响,从而列出独立的二元联立方程。

4 倒锥壳水塔水箱内力计算

根据水箱结构尺寸及荷载作用,首先采用无弯

表 1 300 m³ 水箱内力成果表

kN/m, (kN·m)/m

点号	无弯矩理论(薄膜理论)				有弯矩理论					
	上锥壳		下锥壳		上锥壳			上锥壳		
	径向力	环向力	径向力	环向力	径向力	环向力	径向变矩	径向力	环向力	径向变矩
	$N_{\phi k}^0$	$N_{\theta k}^0$	$N_{\phi k}^0$	$N_{\theta k}^0$	$N_{\phi k}$	$N_{\theta k}$	$M_{\phi k}$	$N_{\phi k}$	$N_{\theta k}$	$M_{\phi k}$
1	-21.22	-17.46	-749.92	116.84	-18.19	-35.12	0.11	-679.15	-125.33	17.80
2	-21.15	-19.40	-569.40	137.99	-19.78	-31.38	-0.03	-557.09	-5.48	-1.00
3	-21.77	-24.25	-446.54	155.54	-22.07	-25.78	-0.08	-450.15	148.76	-1.68
4	-23.09	-29.11	-356.78	169.49	-23.49	-31.25	-0.04	-358.49	180.26	-0.23
5	-24.79	-33.96	-288.00	179.85	-25.29	-38.83	0.03	-288.02	182.46	0.10
6	-26.75	-38.81	-233.55	186.61	-27.66	-45.45	0.14	-233.41	186.20	0.04
7	-28.87	-43.66	-189.43	189.78	-30.19	-47.17	0.33	-189.40	189.48	0.00
8	-31.11	-48.51	-153.14	189.34	-32.29	-38.90	0.55	-153.11	188.03	0.11
9	-33.43	-53.36	-123.01	185.32	-32.93	-14.37	0.64	-123.30	182.98	0.24
10	-35.81	-58.21	-97.88	177.69	-30.78	28.15	0.23	-98.87	174.81	0.35
11	-38.24	-63.06	-76.93	166.47	-24.87	74.82	-1.25	-78.96	165.29	0.27
12	-39.62	-65.78	-59.56	151.65	-20.17	87.48	-2.78	-62.48	157.28	-0.30
13			-45.32	133.23				-47.59	153.79	-1.75
14			-33.87	111.22				-31.35	154.71	-4.28
15			-24.95	85.61				-10.20	150.17	-7.23

注:表中径向力及环向力项以拉力为“+”,以压力为“-”;径向弯矩项以水箱壁内侧受拉为“+”,以外侧受拉为“-”。

表 2 500 m³ 水箱内力成果表

kN/m, (kN·m)/m

点号	无弯矩理论(薄膜理论)				有弯矩理论					
	上锥壳		下锥壳		上锥壳			上锥壳		
	径向力	环向力	径向力	环向力	径向力	环向力	径向变矩	径向力	环向力	径向变矩
	$N_{\phi k}^0$	$N_{\theta k}^0$	$N_{\phi k}^0$	$N_{\theta k}^0$	$N_{\phi k}$	$N_{\theta k}$	$M_{\phi k}$	$N_{\phi k}$	$N_{\theta k}$	$M_{\phi k}$
1	-27.74	-42.01	-1223.16	157.86	-21.86	-72.42	0.09	-1100.03	-202.18	40.73
2	-30.47	-48.51	-959.14	184.91	-26.72	-72.81	-0.12	-900.94	-174.03	8.35
3	-34.84	-58.21	-774.18	208.43	-34.83	-67.33	-0.31	-770.28	92.32	-4.76
4	-39.44	-67.91	-636.39	228.40	-40.46	-68.87	-0.23	-642.72	230.82	-3.02
5	-44.17	-77.61	-529.22	244.84	-48.59	-83.83	0.92	-532.26	261.52	-0.56
6	-49.00	-87.31	-443.18	257.75	-53.19	-82.15	1.46	-443.54	264.05	0.19
7	-53.89	-97.01	-372.49	267.11	-56.91	-71.11	1.93	-372.22	267.36	0.15
8	-58.83	-106.72	-313.40	272.94	-59.04	-47.06	2.15	-313.24	272.19	0.03
9	-63.81	-116.42	-263.36	275.24	-58.60	-8.49	1.87	-263.32	272.76	0.18
10	-68.81	-126.12	-220.60	273.99	-54.69	42.51	0.70	-221.27	271.06	0.36
11	-73.83	-135.82	-183.86	269.21	-46.59	97.46	-1.84	-185.77	266.23	0.54
12	-78.88	-145.52	-152.17	260.89	-34.62	138.82	-6.28	-155.94	259.72	0.65
13	-80.58	-148.80	-124.83	249.04	-29.95	144.82	-8.28	-130.75	253.10	0.48
14			-101.30	233.65				-108.70	248.06	-0.23
15			-81.13	214.72				-87.44	245.43	-1.85
16			-63.99	192.25				-63.51	243.45	-4.66
17			-49.61	166.25				-32.61	235.06	-8.60
18			-40.88	145.46				-3.96	216.83	-11.69

注:表中径向力及环向力项以拉力为“+”,以压力为“-”;径向弯矩项以水箱壁内侧受拉为“+”,以外侧受拉为“-”。

矩理论(薄膜理论)进行水箱内力计算,结果包括上、下锥壳的径向力 N_{ϕ} 及环向力 N_{θ} ; 之后在薄膜理论计算结果基础上,采用有弯矩理论计算上、下锥壳及内环、外环处的水平位移 ΔH^0 和径向转角 ψ^0 , 利用协调方程求解边缘干扰力(干扰力矩 \tilde{M} 和干扰力 \tilde{H}), 最终薄膜内力与边缘干扰引起的附加内力迭

加,得到有弯矩理论的上、下锥壳的径向力 N_{ϕ} 、环向力 N_{θ} 及径向弯矩 M_{ϕ} 。

下面分别对容积 300 m^3 和 500 m^3 水箱(上锥壳坡度 1:4, 下锥壳水平倾角 45°)采用两理论进行锥壳内力计算,计算结果见表 1、表 2, 内力分布见图 4、图 5。

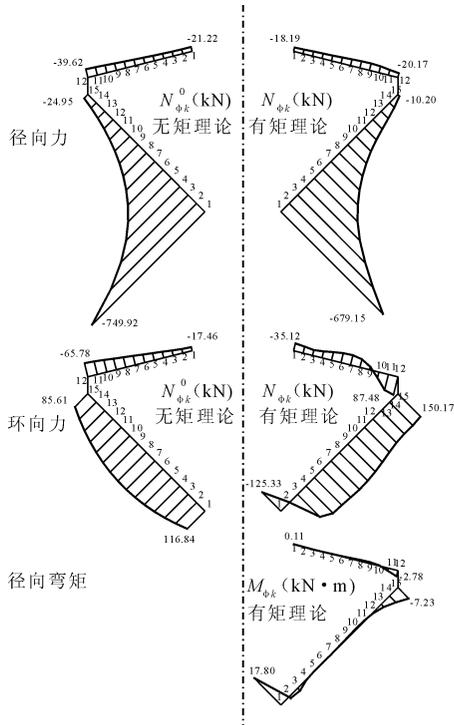


图 4 300 m^3 水箱内力图

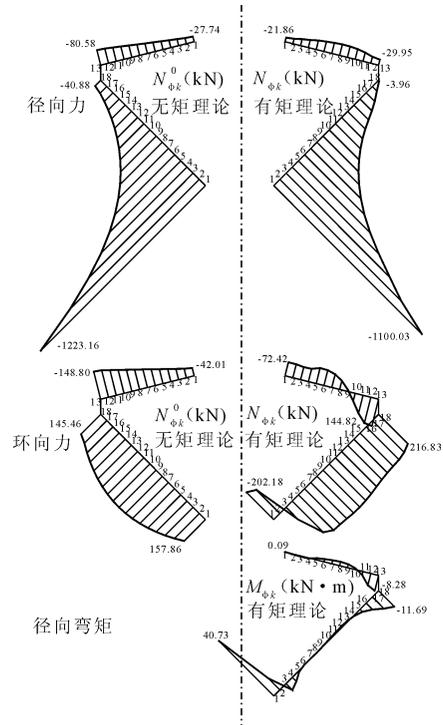


图 5 500 m^3 水箱内力图

表 3 水箱内力计算结果比较表

kN/m, kN · m/m

点号	无弯矩理论(薄膜理论)				有弯矩理论			
	上锥壳		下锥壳		上锥壳		上锥壳	
	径向力	环向力	径向力	环向力	径向力	环向力	径向力	环向力
	$N_{\phi k}/N_{\phi k}^0$	$N_{\theta k}/N_{\theta k}^0$						
1	0.86	2.01	0.91	-1.07	0.79	1.72	0.90	-1.28
2	0.94	1.62	0.98	-0.04	0.88	1.50	0.94	-0.94
3	1.01	1.06	1.01	0.96	1.00	1.16	0.99	0.44
4	1.02	1.07	1.00	1.06	1.03	1.01	1.01	1.01
5	1.02	1.14	1.00	1.01	1.10	1.08	1.01	1.07
6	1.03	1.17	1.00	1.00	1.09	0.94	1.00	1.02
7	1.05	1.08	1.00	1.00	1.06	0.73	1.00	1.00
8	1.04	0.80	1.00	0.99	1.00	0.44	1.00	1.00
9	0.99	0.27	1.00	0.99	0.92	0.07	1.00	0.99
10	0.86	-0.48	1.01	0.98	0.79	-0.34	1.00	0.99
11	0.65	-1.19	1.03	0.99	0.63	-0.72	1.01	0.99
12	0.51	-1.33	1.05	1.04	0.44	-0.95	1.02	1.00
13			1.05	1.15	0.37	-0.97	1.05	1.02
14			0.93	1.39			1.07	1.06
15			0.41	1.75			1.08	1.14
16							0.99	1.27
17							0.66	1.41
18							0.10	1.49

5 水箱内力计算结果差异分析

对于倒锥壳水箱内力计算,有弯矩理论在无弯矩理论(薄膜理论)计算结果基础上,迭加考虑壳体边缘干扰力的影响,造成计算结果的差异。为比较计算结果的差异程度,将水箱同一位置处的有弯矩理论内力结果除以无弯矩理论(薄膜理论)内力结果,详见表3。比值小于0,说明两理论计算得到的内力方向相反;比值大于0且小于1,说明两理论计算得到的内力方向相同,有弯矩理论计算值小于无弯矩理论(薄膜理论)内力计算值;比值大于1,说明两理论计算得到的内力方向相同,有弯矩理论计算值大于无弯矩理论(薄膜理论)内力计算值。

根据表3水箱不同部位的内力比值,可以看出两理论计算结果差异的规律,分析如下:

(1) 径向力。 300 m^3 水箱上锥壳点3~点9处比值接近1,两端比值小于1;下锥壳点3~点10处比值接近1,两端比值小于1。 500 m^3 水箱上锥壳点3~点8处比值接近1,两端比值小于1;下锥壳点3~点11处比值接近1,两端比值小于1。可以看出,两理论得到的径向力结果均为拉力,且不论上、下锥壳,在壳体中部结果基本一致,但在壳体边缘差异较大。

300 m^3 水箱上锥壳点1比值0.86,点12比值0.51;下锥壳点1比值0.91,点15比值0.41。 500 m^3 水箱上锥壳点1比值0.79,点12比值0.37;下锥壳点1比值0.90,点15比值0.10。可以看出,考虑边缘干扰力的影响,环梁处锥壳径向力有不同程度减小,越接近锥壳两端减小越多(径向力比值越小),且中环梁处锥壳(上锥壳下端和下锥壳上端)径向力的减小较上、下环梁处锥壳(上锥壳上端和下锥壳下端)径向力更为显著。

(2) 环向力。 300 m^3 水箱上锥壳从点1~点12处比值由2.01逐渐减小,在点9~点10之间比值开始小于0;下锥壳点1和点2比值小于0,点3~点11比值基本为1,点12~点15比值逐渐增大至1.75, 500 m^3 水箱上锥壳从点1~点12处比值由1.72逐渐减小,在点9~点10之间比值开始小于0;下锥壳点1和点2比值小于0,经点3过渡后,点4~点12比值基本为1,点13~点18比值逐渐增大至1.49,可以看出,两理论得到的环向力结果差异较大,在壳体边缘处尤其明显(环向力比值小于0或大于1)。考虑边缘干扰力的影响,上锥壳接近中环梁处的环向力由压力变为拉力,下锥壳接近下环梁处的环向力由拉力变为压力(环向力比值为负)。

(3) 径向弯矩。基于两理论的假设不同,无弯矩理论(薄膜理论)认为壳体内不存在弯矩,而有弯矩理论结果存在壳体内弯矩,并且在边缘处的径向弯矩不容忽视。

6 结语

倒锥壳水塔水箱内力计算时,考虑壳体边端节点处的弯矩分配或边界处各种干扰力的作用下对壳体内力干扰的作用影响,会对仅用无弯矩理论(薄膜理论)计算得到的内力结果有一定影响,且该影响在壳体边缘较大,而由边缘至中心影响衰减迅速,与实际情况是比较一致的。因此,采用有弯矩理论进行倒锥壳水塔水箱内力计算更为合理,它是一种相比更为接近实际情况的实用计算方法。

表4 水箱锥壳各部位内力情况表

构件名称	部位	内力情况	
		径向	环向
上锥壳 (正锥壳)	上边缘	偏心受压	受压
	中部	受压	受压
	下边缘	偏心受压	受拉
下锥壳 (倒锥壳)	上边缘	偏心受压	受压
	中部	受压	受拉
	下边缘	偏心受压	受压

但由于有弯矩理论较无弯矩理论(薄膜理论)需考虑壳体边缘干扰力的影响,根据组合壳体边界变形协调条件建立变形协调方程求解内力,计算量大大增加。通常情况下,如倒锥壳水箱容积不大于 200 m^3 ,由于内力较小,可采用无弯矩理论(薄膜理论)进行计算,并按照相关设计规范中构造要求适当加大钢筋量(由内力图可以看出,主要是上锥壳接近中环梁处的下层钢筋,以及下锥壳接近下环梁处的下层钢筋),可以满足实际需要。

参考文献:

- [1] 朱彦鹏. 特种结构[M]. 武汉:武汉工业大学出版社, 2000:60-72.
- [2] 陈载斌,程超,徐奋瑞,等. 钢筋混凝土建筑结构与特种结构手册[M]. 四川:四川科学技术出版社,1991:1026-1027.
- [3] 何迅. 倒锥壳水塔水箱按边缘干扰理论及薄膜理论内力计算比较[J]. 铁道标准设计,2003(10):122-124.
- [4] 李磊. 倒锥壳保温水塔的设计[J]. 特种结构,2000,17(2):23-24.
- [5] 给水排水工程结构设计手册编委会. 给水排水工程结构设计手册[M]. (第二版). 北京:中国建筑工业出版社,2007:1262-1269.