DOI:10.11705/j.issn.1672-643X.2014.06.029

渐扩综合式消力池尾坎高度和作用力的计算

张志昌, 傅铭焕, 贾斌, 赵莹
(西安理工大学, 陕西 西安 710048)

摘 要: 研究了渐扩综合式消力池深度、坎高和尾坎作用力的计算方法。根据水跃方程、堰流理论和前人对渐扩式消力池水跃长度、共轭水深和淹没系数的研究成果,分析渐扩综合式消力池的设计方法,根据动量方程研究尾坎的作用力。给出了渐扩综合式消力池深度、坎高和尾坎作用力的计算公式和计算步骤。提出的坎高和作用力的公式不仅适用于渐扩综合式消力池的设计,也适用于渐扩消力坎式消力池,计算方法新颖,过程简单,精度满足设计需求。

关键词: 渐扩综合式消力池; 池深; 坎高; 作用力
中图分类号:TV131.4 **文献标识码**: A **文章编号**: 1672-643X(2014)06-0137-05

Calculation of height and force of baffle wall style in comprehensive and gradual expanding stilling basin

ZHANG Zhichang, FU Minghuan, JIA Bin, ZHAO Ying
(*Xi'an University of Technology*, *Xi'an* 710048, *China*)

Abstract: The paper studied the calculation method of depth, height and force of comprehensive and gradual expanding stilling basin . According to hydraulic jump equation, weir flow theory and the result of previous research for length of hydraulic jump, conjugate depth and submerged coefficient in gradual expanding stilling basin, it analyzed the design method of comprehensive and gradual expanding stilling basin and researched the force of baffle wall style in accordance with momentum equation. The formula of wall height and force proposed by the paper is not only adaptable to the design of comprehensive and gradual expanding stilling basin but also to that of gradual expanding type and baffle wall style stilling basin. The calculation method is new and the process is simple. The precision meet the design requirements.

Key words: comprehensive and gradual expanding stilling basin; depth of stilling basin; height; force

1 问题的提出

非棱柱体渠道中的急流向缓流过渡时也要产生水跃,其消能设施仍然为消力池。典型的非棱柱体渠道中消力池形式为渐扩式消力池,例如陡槽及闸等水工建筑物常利用水平扩散消力池与下游渠道或河槽平顺连接。

对于渐扩式消力池,其扩散角一般较小,彼卡洛夫通过试验指出,只有在水流扩散角度 $\alpha<13°$ 的渠道中,水跃方能有垂直于水流轴线的位置,当 $\alpha>13°$ 时,水跃在平面上成一弧形;文献[1]认为,当 $\alpha>7°$ 时,扩散段中的水流就有可能扩散不佳,致使侧壁处产生回流从而迫使主流折冲侧壁形成折冲水流;文献[2]则要求扩散角 $\alpha<10°$。本文计算的渐扩式消力池的扩散角取 $\alpha<10°$ 。

消力池计算的主要任务是确定消力池的尾坎高度,加大消力池的下游水深,其工程措施主要有降低护坦工程,使在下游形成消力池,也称挖深式消力池;或在护坦末端修建消力坎来壅高水位,使坎前形成消力池,也称为消力坎式消力池;或在下游河床上修建坎高为 c、池深为 d 的综合式消力池[3]。

消力池水流条件复杂,消力池尾坎高度或池深的计算以前主要采用试算法[3],近年来,文献[4-7]对消力池坎高和深度的计算做了分析,将原来的试算法改为迭代计算,并提出了新的简化计算方法,但这些方法都是针对矩形断面的。对于渐扩式消力池的水力计算,文献[8]分析了前人的研究成果,提出了水跃长度的新算法,根据动量方程,得到了挖深式消力池深度计算的新方法;文献[9]仿照文献[8]的方法,用动量方程推导了渐扩消力池

收稿日期:2014-06-06; **修回日期**:2014-07-18
作者简介:张志昌(1954-),男,陕西西安人,教授级高级工程师,硕士生导师,主要从事水工水力学研究。

坎高的计算方法,并与传统的计算方法做了比较,结果小于传统方法计算的坎高,并认为用动量方程计算渐扩式消力坎高度的方法不可取,笔者分析了文献[9]的推导过程,发现在作受力分析时只考虑了消力坎前部壁面对水流的作用力,没有考虑消力坎后部壁面对水流的作用力,结果导致了错误。对于渐扩综合式消力池坎高 c 和池深 d 的计算,由于在计算消力池深度和坎高时,需要知道跃后断面的消力池宽度,传统的综合式消力池的计算方法已不适用。所以本文重点是研究渐扩综合式消力池坎高和深度的计算方法,同时分析了渐扩综合式消力池壁面对水流的作用力,提出消力坎后部壁面对水流作用力的计算公式。

2 综合式消力池深度和坎高的计算

渐扩综合式消力池如图 1 所示。对于矩形断面综合式消力池,先假定消力池内和消力坎的下游河槽内均发生临界水跃,求得所需的池深 d 及坎高 c、然后求临界水跃转变为淹没水跃所需的池深和坎高。但对于渐扩式消力池,由于不知道跃后断面消力池的宽度 b_2,这种方法无法应用。必须重寻计算渐扩式消力池深度和坎高的方法。

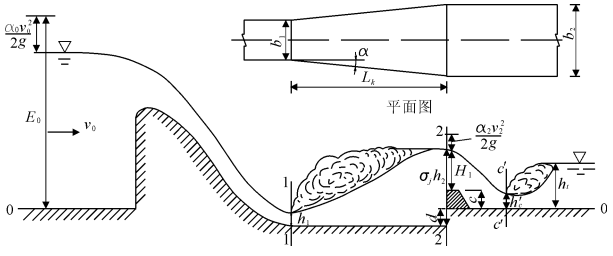

图 1 渐扩综合式消力池

如图 1 所示,设原河床以上的总水头为 E_0,消力池深度为 d,池长为 L_k,消力池起始断面的水深为 h_1,跃后水深为 $\sigma_j h_2$,σ_j 为水跃的淹没系数,一般取 $\sigma_j = 1.05$,消力坎的高度为 c,消力坎上的水深为 H_1,下游水深为 h_t,跃前断面宽度为 b_1,跃后断面宽度为 b_2,扩散角为 α。由图 1 中的几何关系可得:

$$\sigma_j h_2 = d + c + H_1 \tag{1}$$

消力坎一般做成折线形或曲线形实用堰,故堰上水流可用堰流公式计算

$$H_1 = H_{10} - \frac{Q^2}{2gb_2^2(\sigma_j h_2)^2} \tag{2}$$

式中:H_{10} 为堰顶以上总水头,根据堰流理论

$$H_{10} = \left(\frac{Q}{\sigma_s m_1 b_2 \sqrt{2g}}\right)^{2/3} \tag{3}$$

式中:m_1 为消力坎的流量系数,与坎的形状及池内水流状态有关,目前尚无系统资料,计算时一般取 $m_1 = 0.42$[1]。σ_s 为消力坎的淹没系数。将公式(2)、(3)代入公式(1)得

$$d + c = \sigma_j h_2 - \left(\frac{Q}{\sigma_s m_1 b_2 \sqrt{2g}}\right)^{2/3} + \frac{Q^2}{2gb_2^2(\sigma_j h_2)^2} \tag{4}$$

将式(4)改写为

$$\frac{d+c}{h_1} = \sigma_j\left(\frac{h_2}{h_1}\right) - \frac{1}{h_1}\left(\frac{Q}{\sigma_s m_1 b_2 \sqrt{2g}}\right)^{2/3} + \frac{Q^2}{2gh_1 b_2^2(\sigma_j h_2)^2} \tag{5}$$

设跃前断面的单宽流量 $q_1 = Q/b_1$,跃后断面的单宽流量 $q_2 = Q/b_2$,则 $q_2 = (b_1/b_2)q_1$。对公式(5)中后两项分析如下:

$$\frac{1}{h_1}\left(\frac{Q}{\sigma_s m_1 b_2 \sqrt{2g}}\right)^{2/3} = \left(\frac{Q^2}{2g\sigma_s^2 m_1^2 b_2^2 h_1^3}\right)^{1/3} = \left(\frac{b_1^2}{2\sigma_s^2 m_1^2 b_2^2}\right)^{1/3} {Fr_1}^{2/3} \frac{Q^2}{2gh_1 b_2^2(\sigma_j h_2)^2} = \frac{b_1^2}{2b_2^2\sigma_j^2}\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2 Fr_1^2$$

式中:$Fr_1 = q_1/\sqrt{gh_1^3}$ 为跃前断面的弗劳德数。将以上二式代入公式(5)得

$$\frac{d+c}{h_1} = \sigma_j\left(\frac{h_2}{h_1}\right) - \left(\frac{b_1^2}{2\sigma_s^2 m_1^2 b_2^2}\right)^{1/3} {Fr_1}^{2/3} + \frac{b_1^2}{2b_2^2\sigma_j^2}\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2 Fr_1^2 \tag{6}$$

由上式可以看出,当消力池深度 $d = 0$ 时,即为纯消力坎式消力池,这时消力坎的相对高度为

$$\frac{c}{h_1} = \sigma_j\left(\frac{h_2}{h_1}\right) - \left(\frac{b_1^2}{2\sigma_s^2 m_1^2 b_2^2}\right)^{1/3} {Fr_1}^{2/3} + \frac{b_1^2}{2b_2^2\sigma_j^2}\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2 Fr_1^2 \tag{7}$$

由图 1 可得消力池末端的宽度为

$$b_2 = b_1 + 2L_k\tan\alpha \tag{8}$$

$$L_k = 0.8L_j \tag{9}$$

式中:L_j 为扩散式消力池的水跃长度,文献[8]分析过各家水跃长度的公式,建议用华西列夫的公式

$$L_j = \frac{10.3b_1h_1(Fr_1 - 1)^{0.81}}{b_1 + 1.08h_1(Fr_1 - 1)^{0.81}\sin\alpha} \tag{10}$$

跃后水深 h_2 可以用笔者[8]提出的公式计算:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1\right)\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{0.15} \tag{11}$$

跃前断面水深的计算公式为

$$h_1 = \frac{Q}{\varphi b_1 \sqrt{2g(E_0 + d - h_1)}} = \frac{q_1}{\varphi \sqrt{2g(E_0 + d - h_1)}} \quad (12)$$

笔者在对矩形断面消力坎的研究中,提出了一个精度较高的计算消力坎淹没系数的公式[5],即

$$\sigma_s = [1 - (1 - \frac{\sigma_s^{2/3}}{A})^{6.48}]^{1/2} \quad (13)$$

该式也可以应用到渐扩式消力池中,对于渐扩消力坎式消力池,式中的 A 为

$$A = \frac{[Q/(b_2 m_1 \sqrt{2g})]^{2/3}}{\sigma_j h_2 + Q^2/[2gb_2^2(\sigma_j h_2)^2] - h_t} \quad (14)$$

对于渐扩综合式消力池

$$A = \frac{[Q/(b_2 m_1 \sqrt{2g})]^{2/3}}{\sigma_j h_2 + Q^2/[2gb_2^2(\sigma_j h_2)^2] - h_t - d} \quad (15)$$

3　公式计算结果与模型试验的对比

文献[10]认为,矩形断面渐扩综合式消力池的深度与坎高的计算方法与矩形断面消力池相同。事实上,渐扩式消力池尾坎断面仍为矩形断面,理应与矩形断面消力池的计算方法一样,关键是所选用的水跃长度公式和共轭水深公式是否满足精度要求。1981 年,龙伯璋在矩形水平扩散槽中水跃的水力计算一文中引用了陕西省水利科学研究所对扩散式消力池水跃共轭水深和水跃长度的试验资料,现在用该资料来对公式(10)和公式(11)进行验证,结果如表 1 所示,可以看出,本文选用的水跃长度公式(10)的计算值与模型试验实测值的最大误差为 0.9741%,用公式(11)计算的跃后水深与模型试验实测值的最大误差为 3.1621%,计算的跃尾断面宽度与模型试验实测值的最大误差为 0.4998%。可见本文选用的水跃长度和水跃共轭水深的计算公式精度完全满足设计要求。

对于淹没系数 σ_s,文献[5]已做过误差分析,其最大误差为 1.29%,是目前计算误差最小的公式。

由以上分析可以看出,本文所选用的计算水跃长度、水跃共轭水深和消力坎淹没系数的公式精度完全满足工程设计要求。

表 1　公式计算得到的水跃长度、跃后水深、跃尾断面宽度与模型试验实测值比较

模型试验实测值							公式(10)	误差	公式(8)	误差	公式(11)	误差
Q/(m³·s⁻¹)	θ/(°)	h_1/m	h_2/m	Fr_1	L_j/m	b_2/m	L_j/m	%	b_2/m	%	h_2/m	%
1	5.711	0.08	0.705	7.0587	3.47	2.70	3.4809	-0.3144	2.6962	0.1396	0.7263	-3.0232
2	5.711	0.15	1.062	5.4986	5.08	3.02	5.0844	-0.0875	3.0170	0.1006	1.0284	3.1621
4	5.711	0.27	1.492	4.5538	7.49	3.50	7.4646	0.3387	3.4930	0.1990	1.4799	0.8094
6	5.711	0.39	1.800	3.9196	9.15	3.84	9.1352	0.1614	3.8272	0.3339	1.7970	0.1693
8	5.711	0.5	2.032	3.6140	10.70	4.14	10.5958	0.9741	4.1193	0.4998	2.0796	-2.3447

4　实例计算分析

已知条件:流量 Q、溢流坝或闸孔出流的流速系数 φ、消力池进口断面宽度 b_1、原河床以上总水头 E_0、下游水深 h_t、消力池的扩散角 α、消力坎的流量系数 $m_1 = 0.42$、水跃的淹没系数 $\sigma_j = 1.05$。

计算步骤:假设一个消力池深度 d,由公式(12)计算跃前断面水深 h_1;求跃前断面的弗劳德数 $Fr_1 = q_1/\sqrt{gh_1^3}$;由公式(10)计算水跃长度 L_j;由公式(9)求消力池长度 $L_k = 0.8 L_j$;由公式(8)计算跃后断面宽度 b_2;由公式(11)计算跃后断面水深 h_2;由公式(13)计算消力坎的淹没系数 σ_s;由公式(6)计算消力坎的高度 c。

实例 1:某泄洪洞后为一扩散渥奇段,经扩散消力池与下游河道连接,已知通过泄洪洞的设计流量 $Q = 207$ m³/s,根据洞身水面线的推算,已知洞出口相对下游河床的能头 $E_0 = 11.5$ m,消力池开始断面的宽度 $b_1 = 15$ m,消力池侧墙的扩散角为 7.125°,尾水深度 $h_t = 4$ m,泄洪洞溢流面的流速系数 $\varphi = 0.95$,已知下游为远驱水跃衔接,试设计一综合式消力池,求消力池的深度与坎高。

设消力池深度 $d = 1.0$ m。

(1)由式(12)求得跃前断面水深为 $h_1 = 0.966$ m,求得弗劳德数 $Fr_1 = 4.642$。

(2)由式(10)求得水跃长度为 $L_j = 27.671$ m。取 $L_k = 0.8 L_j = 22.136$ m。

(3)由式(8)求 $b_2 = b_1 + 2L_k\tan\theta = 20.534$ m。

(4)由式(11)计算跃后断面水深 $h_2 = 5.607$ m。

(5)求消力池跃后断面单宽流量 $q_2 = Q/b_2 = 10.081$ m³/(m·s)。

(6)取 $m_1 = 0.42$,$\sigma_j = 1.05$,设消力坎为自由出流,取 $\sigma_s = 1.0$,由公式(6)求得消力坎高度为 $c = 1.951$ m,由公式(3)求得消力坎上的总水头 H_{10}

= 3.086 m。

如果用传统的方法计算,则消力坎的高度为[1]

$$c = \sigma_j h_2 + \frac{q_2^2}{2g(\sigma_j h_2)^2} - H_{10} - d$$

$$= 1.05 \times 5.607 + \frac{10.081^2}{2 \times 9.8 \times (1.05 \times 5.607)^2} - 3.086 - 1.0 = 1.951 \text{ m}$$

与用公式(6)求得的消力坎高度完全一致,说明公式(6)是正确的。

校核消力坎后的水面衔接,消力坎后为矩形断面,宽度为 b_2,消力坎后收缩断面的总水头为

$$E = H_{10} + c = 3.086 + 1.951 = 5.034 \text{ m}$$

收缩断面水深为

$$h_c = q_2/(\varphi' \sqrt{2g(E - h_c)})$$

$$= \frac{10.081}{0.9 \times \sqrt{2 \times 9.8 \times (5.034 - h_c)}} = 1.311 \text{ m}$$

跃后水深为

$$h'' = \frac{h_c}{2}\left(\sqrt{1 + \frac{8q_2^2}{gh_c^3}} - 1\right)$$

$$= \frac{1.311}{2}\left(\sqrt{1 + \frac{8 \times 10.081^2}{9.8 \times 1.311^3}} - 1\right) = 3.376 \text{ m}$$

$h'' < h_t = 4$ m,消力坎后为淹没水跃,又因为 $h_s/H_{10} = (h_t - c)/H_{10} = 0.664 > 0.45$,消力坎为淹没出流,需要按淹没堰计算。

由公式(15)求得 $A = 2.975179$,由公式(13)求得淹没系数 $\sigma_s = 0.96093$,由公式(3)求得 $H_{10} = 3.169$ m,由公式(6)求得消力坎高度 $c = 1.868$ m,求消力坎通过的流量

$$Q = \sigma_s m_1 b_2 \sqrt{2g} H_{10}^{3/2} = 0.96093 \times 0.42 \times 20.534 \times \sqrt{2 \times 9.8} \times 3.169^{3/2} = 207 \text{ m}^3/\text{s}$$

求得消力坎的过水能力与已知的流量相同,所以消力坎高度 $c = 1.868$ m 即为所求。

文献[9]对该例题采用单纯消力坎式消力池,采用文献[1]的方法计算跃后水深,用陕西省水科所公式[1]计算水跃长度,结果求得消力坎高度为 $c = 2.76$ m。如果用本文的公式(7)计算,求得的消力坎高度为 $c = 2.78$m,与文献[9]基本一致。

实例2:某陡槽下游的矩形水平扩散段中发生水跃,已知跃前断面宽度 $b_1 = 2$ m,流量 $Q = 6$ m^3/s,扩散角 $\alpha = 5.71°$,跃前断面水深 $h_1 = 0.391$ m,下游水深 $h_t = 1.5$ m,试设计一消力坎式消力池,计算消力池的坎高。

已知 $b_1 = 2$ m,$h_1 = 0.391$ m,跃前断面 Fr 为:

$$Fr_1 = Q/b_1 h_1 \sqrt{gh_1} = \frac{6}{2 \times 0.391 \times \sqrt{9.8 \times 0.391}} = 3.92$$

由公式(10)计算水跃长度得 $L_j = 9.135$ m,取 $L_k = 0.8\, L_j = 7.308$ m。

由公式(8)求 $b_2 = b_1 + 2L_k \tan\theta = 3.461$ m。

由公式(11)计算跃后断面水深 $h_2 = 1.824$ m

取 $m_1 = 0.42$,$\sigma_j = 1.05$,消力坎先按自由出流,取 $\sigma_s = 1.0$,由公式(7)求得消力坎高度为 $c = 1.003$ m。

如果用传统的方法计算[1],则

$$c = \sigma_j h_2 + \frac{q_2^2}{2g(\sigma_j h_2)^2} - H_{10}$$

$$= 1.05 \times 1.824 + \frac{1.7336^2}{2 \times 9.8 \times (1.05 \times 1.824)^2} - 0.9544 = 1.003 \text{ m}$$

计算结果与用公式(7)计算的结果完全一致,证明了公式(7)的正确性。

由公式(3)求得消力坎顶以上总水头为 $H_{10} = 0.9544$ m,$h_s = h_t - c = 1.5 - 1.003 = 0.497$ m,$h_s/H_{10} = 0.497/0.9544 = 0.521 > 0.45$,消力坎为淹没堰。

校核消力坎后的水流衔接形式

消力坎后收缩断面的总水头为 $E = H_{10} + c = 0.9544 + 1.003 = 1.9574$ m,单宽流量为 $q_2 = Q/b_2 = 1.7336$ m^3/(s·m),收缩断面水深为:

$$h_c = \frac{q_2}{\varphi' \sqrt{2g(E - h_c)}}$$

$$= \frac{1.7336}{0.9 \times \sqrt{2 \times 9.8 \times (1.9574 - h_c)}} = 0.3424\text{m}$$

$$h'' = \frac{h_c}{2}\left(\sqrt{1 + \frac{8q_2^2}{gh_c^3}} - 1\right)$$

$$= \frac{0.3424}{2}\left(\sqrt{1 + \frac{8 \times 1.7336^2}{9.8 \times 0.3424^3}} - 1\right) = 1.178\text{m}$$

$h'' < h_t = 1.5$ m,消力坎后为淹没水跃,又因为 $h_s/H_{10} = 0.521 > 0.45$,需要按淹没堰计算。

由公式(14)求 $A = 2.2019$,由公式(13)求得淹没系数 $\sigma_s = 0.9897$,由公式(7)求得消力坎高度 $c = 0.9963$ m,由公式(3)求得 $H_{10} = 0.9609$ m,求消力坎通过的流量

$$Q = \sigma_s m_1 b_2 \sqrt{2g} H_{10}^{3/2} = 0.9897 \times 0.42 \times 3.461 \times \sqrt{2 \times 9.8} \times 0.9609^{3/2} = 6.0 \text{ m}^3/\text{s}$$

求得消力坎的过水能力与已知的流量相同,消

力坎高度 c =0.9963 m。施工时可近似取 1.0 m。

5　消力坎对水流的作用力计算

综合式消力池的消力坎和池深的受力情况如图 2 所示,写 2－2 断面和下游 $t-t$ 断面 x 方向的动量方程

$$P_1 - P_2 + P_{3x} - P_t = \gamma Q(v_t - v_2)/g \tag{16}$$

$$P_{3x} = \gamma Q(v_t - v_2)/g - P_1 + P_2 + P_t \tag{17}$$

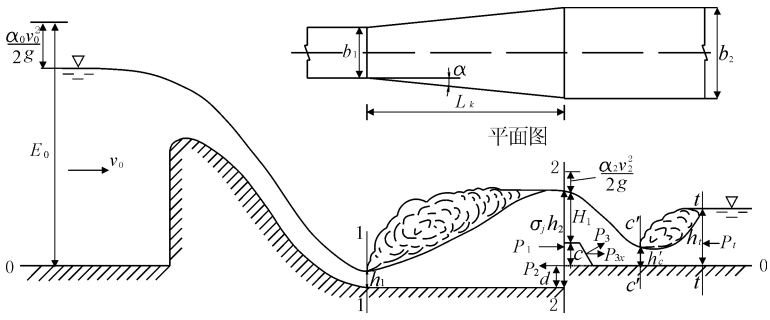

图 2　消力坎的受力分析

由图中可以看出

$$P_1 = \gamma/2 b_2(\sigma_j h_2)^2$$

$$P_2 = \gamma/2 b_2(\sigma_j h_2 + \sigma_j h_2 - d - c)(d + c)$$

$$= \gamma/2 b_2(2\sigma_j h_2 - d - c)(d + c)$$

$$P_t = \gamma/2 b_2 h_t^2$$

$$v_t = Q/b_2 h_t,\ v_2 = Q/b_2 \sigma_j h_2$$

将以上关系代入公式(17) 得

$$P_{3x} = \frac{\gamma}{g} Q\left(\frac{Q}{b_2 h_t} - \frac{Q}{b_2 \sigma_j h_2}\right) - \frac{\gamma b_2}{2}(\sigma_j h_2)^2 + \frac{\gamma b_2}{2}(2\sigma_j h_2 - d - c)(d + c) + \frac{\gamma b_2}{2} h_t^2 \tag{18}$$

上式即为消力坎后部壁面对水流作用力的计算公式,当消力池深度 d = 0 时,上式变为

$$P_{3x} = \frac{\gamma}{g} Q\left(\frac{Q}{b_2 h_t} - \frac{Q}{b_2 \sigma_j h_2}\right) - \frac{\gamma b_2}{2}(\sigma_j h_2)^2 + \frac{\gamma b_2}{2}(2\sigma_j h_2 - c)c + \frac{\gamma b_2}{2} h_t^2 \tag{19}$$

上式即为纯消力坎时坎后部壁面对水流作用力的计算公式。

实例 3:同算例 1,求壁面对水流的作用力。

已知 d = 1.0 m,c = 1.868 m,流量 Q = 207 m^3/s,跃后断面水深 h_2 = 5.607 m,下游水深 h_t = 4 m,b_2 = 20.534 m,σ_j = 1.05,由公式(18) 求得 P_{3x} = 859.8368 kN。

实例 4:同实例 2,试求壁面对水流的作用力。

已知 c = 0.9963 m,流量 Q = 6 m^3/s,跃后断面水深 h_2 = 1.824 m,下游水深 h_t = 1.5 m,b_2 = 3.461 m, σ_j = 1.05,由公式(19) 求得 P_{3x} =25.34114 kN。

6　结　语

渐扩综合式消力池由于消力池末端的宽度未知,无法应用传统消力池的计算方法。本文根据水跃方程和前人对渐扩式消力池的研究成果,提出了渐扩综合式消力池深度和坎高的计算方法,本方法不仅适用于渐扩综合式消力池的设计,也适用于渐扩消力坎式消力池的设计。本文还通过动量方程研究了渐扩综合式消力池和消力坎式消力池尾坎的作用力,给出了作用力的计算公式,该公式也可以计算矩形断面消力池尾坎的作用力。文中还给出了渐扩综合式消力池深度和坎高的计算步骤,并用算例说明了计算过程。

参考文献:

[1] 吴持恭. 水力学(上册) [M]. 北京:高等教育出版社,1979.

[2] 李 炜. 水力计算手册 [M]. 北京:中国水利水电出版社,2006.

[3] 张志昌. 水力学(下册) [M]. 北京:中国水利水电出版社,2011.

[4] 张志昌,李若冰. 基于动量方程的挖深式消力池深度的计算 [J]. 西北农林科技大学学报(自然科学版),2012,40(12):214－218.

[5] 张志昌,李若冰,赵 莹,等. 消力坎式消力池淹没系数和坎高的计算 [J]. 长江科学院院报,2013,30(11):50－54.

[6] 张志昌 李若冰 赵 莹,等. 综合式消力池深度和坎高的计算 [J]. 西安理工大学学报,2013,29(1):81－85.

[7] 张小艳,王馨梅. 消力坎式消力池淹没系数和坎高的简化计算 [J]. 甘肃农业大学学报,2013,48(2):145－149.

[8] 张志昌,傅铭焕,赵 莹,等. 平底渐扩式消力池深度的计算 [J]. 武汉大学学报(工学版),2013,46(3):295－299.

[9] 邵世鹏,魏文礼,刘玉玲. 平底渐扩式护坦末端消能坎高度计算 [J]. 水资源与水工程学报,2013,24(6):128－132.

[10] 刘韩生,花立峰,纪志强,等. 跌水与陡坡 [M]. 北京:中国水利水电出版社,2004.