

一种精确求解 Van Genuchten 方程参数的有效方法

杜 国 明

(中山大学 地理科学与规划学院, 广东省城市化与地理环境空间模拟重点实验室, 广东 广州 510275)

摘 要: Van Genuchten 方程参数的求解属于复杂的非线性拟合问题,传统方法解决此类问题存在着诸多弊端。本文试图找到一种精确求解方程参数的有效方法,枚举法由于列出所有可能的组合,不存在陷入局部最优值,因此被本文采用求解方程参数。首先,通过实验对比,确定目标函数指数 k 的取值;然后,讨论有效数字位数对方程参数及拟合精度的影响,确定方程参数的有效数字位数;最后,将枚举法与其它方法通过实验进行比较。结果表明:在目标函数、有效数字位数等相同条件下,枚举法具有最高的拟合精度,是一种精确求解 Van Genuchten 方程参数的有效方法。

关键词: 土壤水; 枚举法; Van Genuchten 方程; 有效数字位数

中图分类号:TV131.4; S152.7

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2013)01-0019-04

Effective method for accurate calculation of the Van Genuchten equation parameters

DU Guoming

(Guangdong Key Laboratory for Urbanization and Geo-simulation, School of Geography and Planning, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: The calculation of Van Genuchten equation parameters belongs to the complex nonlinear fitting problems. There exist a lot of disadvantages to effectively resolve these problems with the traditional methods. An effective new method is tried to accurately calculate Van Genuchten equation parameters in this paper. Brute force is proposed to calculate the equation parameters in this paper because it enumerates all the combination of four parameters and it never falls into local optimum values or early stagnation unlike other methods. First, the exponent k of objective function is chosen after the comparison between the two different values of the exponent k . Then, the influence of different effective digits on the values of equation parameters and fitting precise is discussed. Finally, the brute force compares with other methods by experiment. After much discussion, this paper draws a conclusion that the brute force is the best fitting precise of calculation of Van Genuchten equation parameters under the same conditions, such as the same objective functions, effective digits and so on. It is an effective method to accurately calculate Van Genuchten equation parameters.

Key words: soil water; brute force; Van Genuchten equation; effective digits

1 概 述

土壤水是水资源的重要组成部分,不但储水量大,而且与生态和人们生活密切相关^[1]。土壤水分特征曲线是研究土壤水分含量和土壤水吸力之间关系的曲线,它说明土壤的保水性和结构等物理性质,是表示土壤基本水力特性的重要指标,对研究土壤水分滞留与运移有十分重要的作用^[2-3]。国内外许多学者对此类问题进行了深入研究并提出相应的计算模型或方法,其中, Van Genuchten 方程(简称 VG 方程)因其线型与

实测数据曲线拟合程度好且参数意义明确而被广泛应用^[3]。但是参数的求解属于复杂的非线性拟合问题,用传统方法难以有效而又准确的解决。许多学者为此作了大量研究工作,以便找到有效地解决 VG 方程求解问题。如:王金生等^[3]将最小二乘法与非线性单纯形法相结合研究了土壤持水曲线的滞留特征,确定了 VG 方程的 4 个待求参数,实验表明该方法对试验数据的模拟较好。李春友等^[4]将单纯形调优法运用到 VG 方程曲线的拟合求参,具有较好的拟合效果。郭建青等^[5]将单纯形法与模拟退火两种算法构成混合算法

收稿日期:2012-11-15

基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金资助(2011370003161401);国家重点基础研究发展计划(973项目)(2011CB707103);国家高技术研究发展计划(863计划)(2012AA121402)

作者简介:杜国明(1971-),男,山东人,副教授,博士,主要从事 GIS、智能算法、土地利用等研究。

(SMSA)并证明 SMSA 算法对于求解估计河流水质参数的函数优化问题是非常有效的,同时 SMSA 算法的收敛速度明显优于改进模拟退火法。马英杰等^[6]运用阻尼最小二乘法计算 VG 方程参数,并与非线性单纯性法拟合结果进行了比较,表明该方法拟合精度较高。许小健等^[7]用遗传算法估计 VG 方程的参数,并通过算例证明遗传算法求解速度快、计算精度和自动化程度高、人为干扰因素小、通用性强等优点。许小健等^[8]用差异演化算法在 VG 方程参数估计应用中表现出求解速度快、计算精度和自动化程度高、通用性强等优点。陈大春等^[9]通过算例与其他优化算法比较,表明应用随机粒子群算法求解 VG 方程参数,具有运算速度快,编程简单,初值无关性,全局收敛和计算精度高等优点。刘衍民等^[10]用改进的粒子群求解 VG 方程参数,得出精度高的结论。

本文作者也作过一些优化方法的实验,如:粒子群优化算法求解 VG 方程参数,虽然也得出一些精度较高的结果且运算时间很短(不到 1 s),但是存在局部最优值的缺陷,通常要多计算几次再从中选优;而粒子群方程中带有随机函数,并不是每次计算结果都是相同的。枚举法不同,由于列出所有可能的组合数,不存在陷入局部最优值,当其它条件一定(如:目标函数、实验数据、取值范围及有效数字位数等),得到的结果是唯一的、也是最精确的。当然,枚举法最大缺点就是运算时间长。这种以“时间以换取精度”是否可行呢?随着计算机技术不断发展,运行速度不断提高,计算时间也大大缩短。而 VG 方程参数并不是需要时时更新的(如:天气预报预报等),可以“一次计算、长期使用”,因此用枚举法是可行的。

2 原理与方法

2.1 枚举法介绍

枚举法也称为穷举法或列举法,是把讨论的对象分成若干种情况(分类),然后对各种情况逐一讨论,最终解决整个问题。常用于解决“是否存在”、“有多少种情况”等类型的问题。它的基本思想是不重复、不遗漏地列举所有可能情况,或把信息条理化、系统化、或进行分类,寻找规律,引出信息,以便从中寻找满足条件的结果。该方法最初是一种针对于密码的破译方法,即将密码进行逐个推算直到找出真正的密码为止。例如一个已知是四位并且全部由数字组成的密码,其可能共有 10 000 种组合,因此最多尝试 10 000 次就能找到正确的密码。理论上利用这种方法可以破解任何一种密码,问题只在

于如何缩短试误时间。随着计算机运算速度的提高,枚举法的优势将会越来越明显。

2.2 Van Genuchten 方程

描述土壤水力特征的 Van Genuchten 方程由美国学者 Van Genuchten 于 1980 年提出^[2],它描述了土壤水分能量与数量之间关系,方程形式如下:

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + |\alpha h|^n]^m} \quad (1)$$

式中: θ 为土壤含水率, cm^3/cm^3 ; h 为土壤水吸力, cm 水柱; θ_r 、 θ_s 、 α 、 n 、 m 为土壤水分特征曲线的参数。其中, θ_s 、 θ_r 分别为土壤饱和含水量和土壤残余含水率。另外, $m = 1 - 1/n$, 其中 $n > 1$ 。土壤含水率 θ 和土壤水吸力 h 通常可以根据实测资料获得,因此,方程(1)共有 4 个独立的未知参数。

2.3 目标函数

一个模型的好坏,重要的看根据模型计算出来的理论值(即:拟合值)与实测值的差值之和(称之为误差和)是否最小,越小则模型越好。由于每组数据的差值有正有负,为了避免相互抵消,要加上绝对值;另外,差值有时用指数形式表示,于是目标函数可用以下公式表示:

$$E_j = \sum_{i=1}^N |\theta_{oi} - f(h_i, X_j)|^k \quad (2)$$

式中: E 为土壤含水率方程计算结果与实测值之间的误差和。指数 k 通常取值为 1 或 2,当 $k = 1$ 时为误差绝对值和;当 $k = 2$ 时为误差平方和,关于 k 的取值在“实验与讨论”部分有具体说明。 θ_{oi} 为土壤含水率的观测值。 $f(h, X)$ 是相应的土壤含水率通过方程(1)计算的结果,其中, h 为土壤水吸力, X 为参数向量(θ_r 、 θ_s 、 α 、 n)。 N 为观测点的样本数。 i 为第 i 次观测值。 j 为参数向量各自不同取值时的第 j 次组合; X_j 则为第 j 次组合对应的参数向量,其中, $j = 1, 2, \dots, I_{\max}, I_{\max}$ 为 4 个参数构成的最大组合数。

最小误差绝对值和用公式表示为:

$$E_{\min} = \min E_j = \min \sum_{i=1}^N |\theta_{oi} - f(h_i, X_j)| \quad (3)$$

最小误差平方和用公式表示为:

$$E_{\min} = \min E_j^2 = \min \sum_{i=1}^N [\theta_{oi} - f(h_i, X_j)]^2 \quad (4)$$

只要找到 $E_{\min}$ 或 $E_{\min}$ (统称 $E_{\min}$),则与之对应的 VG 方程参数即为所求。选择不同的目标函数对计算结果影响较大,具体在实验部分加以讨论。

2.4 方法与步骤

本文采用 Visual Basic. NET 语言平台进行编程

计算,用枚举法求解 VG 方程参数步骤如下:

(1) 确定目标函数。通过实验方法确定公式(2)中的参数 k ,即:采用最小误差绝对值和还是最小误差平方和。

(2) 确定方程(2)中的参数向量 $X(\theta_r, \theta_s, \alpha, n)$ 的取值范围。

根据文献[11]和[12]: $\theta_r, \theta_s, \alpha$ 的取值在 $0 \sim 1$ 之间; n 在 $1 \sim 10$ 区间。在后面的讨论中,若不着重指出,参数取值范围都按此区间。

(3) 确定有效数字位数。有效数字位数对枚举法的计算时间和精度影响很大。有效数字位数越少,计算时间越短、结果精度越低;反之,计算时间越长、结果精度越高。但是,每增加小数点后 1 位有效数字,将导致运算量增大 10000 倍,因此不能无限增加有效数字位数,保留小数点后 3 位有效数字基本上能满足要求。

(4) 列出向量 X 中 4 个参数取值的所有组合。将向量 X 中 4 个参数每一种取值一一列举出来,构成所有组合。最大组合数 $I_{\max}$ 与有效数字位数有关:当小数点后有效数字位数是 1 位时, $I_{\max} = 10^5$;当小数点后有效数字位数是 2 位时, $I_{\max} = 10^9$;当小数点后有效数字位数是 3 位时, $I_{\max} = 10^{13}$ 。

(5) 计算目标函数误差和。根据步骤(4),向量 X 中的 4 个参数值已确定,再根据实验数据和公式(1),可以计算得到(2)中的 $f(h, X)$ 中,于是第 j 次组合中的误差和 E_j 即可求得。

(6) 求出最小误差和 $E_{\min}$ 。

根据公式(3)或(4),从所有误差和中找到最小误差绝对值和 $E_{\min}$ 或最小误差平方和 $E_{\min}$ 。

(7) 得到 VG 方程参数的值。得到与最小误差和 $E_{\min}$ 对应的 VG 方程参数向量 $X(\theta_r, \theta_s, \alpha, n)$ 的值。在编写程序时只需用 4 个变量就可以记录下与 $E_{\min}$ 对应的参数,所以较容易实现,这一步骤几乎与步骤(6)同时完成。

3 实验与讨论

实验部分程序设计基于 Visual Basic. NET 语言平台,数据来源文献[3]的粉壤土脱湿实测资料。

(1) 目标函数的确定。确定公式(2)中的指数 k 的取值,即:究竟选用 $k = 1$ 还是 $k = 2$?当选用 $k = 1$,就是误差绝对值和,目标函数应用公式(3);当选用 $k = 2$,就是误差平方和,目标函数应用公式(4)。根据 2.4 中的方法与步骤,经计算得到 VG 方程的 4 个参数(保留小数点后 3 位有效数字)如表 1 所示。

表 1 不同目标函数计算的粉壤土吸湿数据中 Van Genuchten 方程 4 个参数 $\text{cm}^3/\text{cm}^3, 1/\text{cm}$

参数	θ_r	θ_s	α	n	$E_{\min}$	$E_{\min}$
$k = 1$	0.0573	0.363	0.0144	2.951	0.06184	0.001232
$k = 2$	0.0659	0.359	0.0127	4.047	0.07638	0.0007542

表 1 中, $k = 1$ 时,目标函数用误差绝对值和,即:公式(3) 计算; $k = 2$ 时,目标函数用误差平方和,即:公式(4) 计算。可以看出,随着 k 的不同取值,4 个参数的差异较大。 $k = 1$ 时的 $E_{\min}$ 和 $k = 2$ 时的 $E_{\min}$ 可根据 2.4 中的方法与步骤(6) 获取;反对角线上的值,即: $k = 1$ 时的 $E_{\min}$ 和 $k = 2$ 时的 $E_{\min}$ 根据 4 个参数取值以及实测数据代入公式(1) 和(2) 得到。根据公式(5) 计算的标准误差(SD) 为:当 $k = 1$ 时, $SD = 0.011698$;当 $k = 2$ 时, $SD = 0.009154$ 。当 $k = 2$ 时的标准误差略小。

根据各自不同的参数计算的拟合值以及实测数据如表 2 所示。

表 2 不同目标函数的粉壤土脱湿模拟 $h - \theta$ 数据与实测数据对比 $\text{cm}, \text{cm}^3/\text{cm}^3$

h	5	30	70	100	200	300	500	1000	1300
实测	0.363	0.347	0.279	0.165	0.095	0.081	0.069	0.059	0.054
$k = 1$	0.363	0.347	0.249	0.181	0.0950	0.0747	0.0638	0.0590	0.0583
$k = 2$	0.359	0.355	0.270	0.177	0.0827	0.0709	0.0669	0.0660	0.0660

表 2 中,第 1 行水平数据 h 为:5, 30, 70, ..., 1300 基质势(单位:cm 水柱,对应的 θ 为 cm^3/cm^3),见图 1。 k 为公式(2)中的指数。

结合表 2 和图 1,当基质势为 5、30、200、300、1000 和 1300 时, $k = 1$ 比 $k = 2$ 时表现要好,但基质势为 70、100 和 500 时, $k = 2$ 时更接近实测数据。 $k = 1$ 时曲线更易于穿过实测点;而 $k = 2$ 时曲线易于在实测点之间穿过。尤其当数据量大时这种表现更为明显。因此本文选用当 $k = 2$ 的误差平方和作为目标函数。

(2) 有效数字位数对结果的影响。有效数字位数不同,对结果的拟合精度有运算时间有着较大影响。表 3 列出了不同有效数字位数时 VG 方程参数的取值、时间复杂度及最小误差平方和的结果比较。

表 3 中的有效数字位数都是指小数点后的有效数字位数。由于不同计算机的 CPU 不同,同一程序计算时间会有较大差异,所以计算时间没有使用时分秒实际程序运算时间,而是用计算机编程语言中常用的时间复杂度。

从表 3 可以看出,当有效数字位数增加时,时间复杂度呈几何指数形式增长,但最小误差平方和的

减少由快到慢,最后趋于平稳,如:由小数点后 3 位有效数字到 4 位有效数字时,时间复杂度由 10^{13} 变为 10^{17} ,而最小误差平方和仅仅由 7.542×10^{-4} 变为 7.540×10^{-4} ,减少 0.0265%。所以,本文研究中小数点后取 3 位有效数字就足够了,再增加有效数字位数,造成计算时间呈几何级数增长而拟合精度提高甚微。

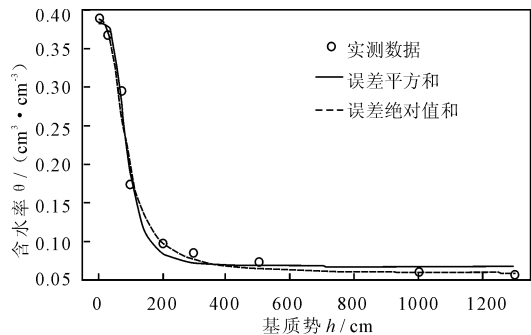


图1 不同目标函数的粉壤土脱湿模拟
h-θ 数据与实测数据对比图

表3 不同有效数字位数计算的粉壤土脱湿数据中
Van Genuchten 方程参数对比 cm³/cm³, 1/cm

参数	θ_r	θ_s	α	n	时间复杂度 $E_{\min}$ ($O(n)$)(10^{-4})
1 位有效数字	0.050	0.40	0.020	2.30	10^5 37.976
2 位有效数字	0.065	0.36	0.013	3.79	10^9 7.755
3 位有效数字	0.0659	0.359	0.0127	4.047	10^{13} 7.542
4 位有效数字	0.06589	0.3588	0.01270	4.0443	10^{17} 7.540

(3) 与其它方法的比较。这里采用标准误差 (SD) 作为评价指标,SD 的值越小,说明模型描述实验数据具有更好的精确度。设 n 个估计值与真实值的相对误差为 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$, 则标准误差公式为:

$$SD = \sqrt{\frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots + \varepsilon_n^2}{n}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 / n}$$

(5)

标准误差是前文中提到的误差平方和除以 n (实测数据的样本数) 后的算术平方根。标准误差越大,则拟合精度越差;反之越好。

表 4 列出了各种方法模拟粉壤土脱湿 $h-\theta$ 数据以及实测数据的对比结果。从表 4 可以看出,文献[7-10]的标准误差都比本文用的枚举法小。其中文献[8]提供的 VG 方程参数 ($\theta_r, \theta_s, \alpha, n$) 分别是:0.065895、0.35875、0.012700、4.044302,精确到小数点后 5 位有效数字,得到的 SD 也较枚举法(仅 3 位有效数字)小,这是完全有可能的。另外,文献[8]列出的拟合值是四舍五入后的结果,这一过程也带来一定误差,若用文献[8]提供的参数直接计算的 $SD = 9.153 \times 10^{-3}$,略小于枚举法 3 位有效数字计算的 $SD (9.154 \times 10^{-3})$ 。文献[9]的列出的结果与[8]完全一样,但给出的参数分别是:0.066、0.359、0.013、4.044,若按此参数直接计算的 $SD = 9.526 \times 10^{-3}$,可以推断出:4 个参数是经过四舍五入后的结果,而表 4 中的拟合值是参数在四舍五入前(小数点后的有效数字会较多)计算的结果。

表4 粉壤土脱湿模拟 h-θ 数据与实测数据对比 cm 水柱, cm³/cm³

h	5	30	70	100	200	300	500	1000	1300	$SD/10^{-3}$
实测 θ	0.363	0.347	0.279	0.165	0.095	0.081	0.069	0.059	0.054	0
文献[3]	0.363	0.361	0.304	0.210	0.077	0.060	0.054	0.053	0.053	20.744
文献[7]	0.363	0.300	0.254	0.186	0.097	0.076	0.064	0.059	0.058	19.279
文献[8]	0.359	0.354	0.269	0.177	0.083	0.071	0.067	0.066	0.066	9.129
文献[9]	0.359	0.354	0.269	0.177	0.083	0.071	0.067	0.066	0.066	9.129
文献[10]	0.361	0.352	0.276	0.170	0.093	0.080	0.068	0.058	0.056	2.867
枚举法	0.359	0.355	0.270	0.177	0.0827	0.0709	0.0669	0.0660	0.0660	9.154

注:表 4 中枚举法计算的 SD 值是拟合值在四舍五入前计算的结果。

至于文献[10]的 SD 如此之低,则该文作者在拟合值和 SD 值计算过程中出现了错误,根据文中提供的 VG 方程参数分别是:0.061、0.360、0.013、4.123,拟合值应分别为 0.360、0.355、0.263、0.167、0.076、0.065、0.062、0.061、0.061,而不应是表 4 中所列的结果,对应的 $SD = 10.826 \times 10^{-3}$,而不是 2.867×10^{-3} ,更不是原文中提到的 $SD = 70.2 \times 10^{-6}$ (原文中的 SD 计算有误),实际比多数方法的拟合精度低。

4 结 语

本文讨论了目标函数 k 的取值, VG 方程参数的有效数字位数的不同对拟合精度的影响,通过与其它方法对比可以得出:枚举法是一种求解 VG 方程参数的有效方法。当实验数据、目标函数、有效数字位数一定时,枚举法的对数值拟合精度是最高的,也不存在陷入局部最小值等缺点。(下转第 29 页)

- ments and implications for water cycle parameters in land surface models[J]. *Geochemical Geophysical Geosystem*, 2010, 11:1–20.
- [8] Ramillien G, Frappart F, Cazenave A, et al. Time variations of land water storage from an inversion of 2 years of GRACE geoids[J]. *Earth Planet Science Letter*, 2005, 235:283–301.
- [9] 汪汉胜, 王志勇, 袁旭东, 等. 基于 GRACE 时变重力场的三峡水库补给水系水储量变化[J]. *地球物理学报*, 2007, 50(3):730–736.
- [10] 胡小工, 陈剑利, 周永宏, 等. 利用 GRACE 空间重力测量监测长江流域水储量的季节性变化[J]. *中国科学(D 辑)*, 2006, 36(3):225–232.
- [11] 钟敏, 段建宾, 许厚泽, 等. 利用卫星重力观测研究近 5 年中国陆地水量中长时间尺度的变化趋势[J]. *科学通报*, 2009, 54(9):1290–1294.
- [12] 施雅风. *中国冰川与环境*[M]. 北京:科学出版社, 2000:65–72.
- [13] 聂宁, 张万昌, 邓财. 雅鲁藏布江流域 1978–2009 年气候时空变化及未来趋势研究[J]. *冰川冻土*, 2012, 34(1):64–71.
- [14] Wahr J, Molenaar M, Bryan F. Time variability of the earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE[J]. *Journal of Geophysics Research*, 1998, 103(B12):302052–30229.
- [15] Bettadpur S. Level-2 gravity field product user handbook[M]. Austin: Center for Space Research, 2007:18–21.
- [16] Yun Fan, Huug van den Dool. Climate prediction center global monthly soil moisture data set at 0.5° resolution for 1948 to present[J]. *Journal of Geophysics Research*, 2004, 109:1–8.
- [17] 翟宁, 王泽民, 伍岳, 等. 利用 GRACE 反演长江流域水储量变化[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2009, 34(4):436–439.
- [18] 叶叔华, 苏晓莉, 平劲松, 等. 基于 GRACE 卫星测量得到的中国及其周边地区陆地水量变化[J]. *吉林大学学报(地球科学版)*, 2011, 41(5):1580–1586.
- [19] 冯伟, Jean-Michel Lemoine, 钟敏, 等. 利用重力卫星 GRACE 监测亚马逊流域 2002–2010 年的陆地水变化[J]. *地球物理学报*, 2012, 55(3):814–821.
- [20] 沈大军, 陈传友. 青藏高原水资源及其开发利用[J]. *自然资源学报*, 1996, 11(1):8–14.

(上接第 22 页)

参考文献:

- [1] 李宝庆. 土壤水研究的进程和展望[J]. *地理研究*, 1989, 8(3):102–108.
- [2] Van Genuchten M Th. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. *Soil Science Society of America Journal*, 1980, 44(5):892–898.
- [3] 王金生, 杨志峰, 陈家军, 等. 包气带土壤水分滞留特性研究[J]. *水利学报*, 2000, 32(2):1–6.
- [4] 李春友, 任理, 李保国. 利用优化方法求算 Van Genuchten 方程参数[J]. *水科学进展*, 2001, 12(4):473–478.
- [5] 郭建青, 李彦, 王洪胜, 等. 应用单纯形——模拟退火混合算法估计河流水质参数[J]. *水科学进展*, 2004, 15(6):765–769.
- [6] 马英杰, 虎胆·吐马尔拜, 沈冰. 利用阻尼最小二乘法求解 Van Genuchten 方程参数[J]. *农业工程学报*, 2005, 21(8):179–180.
- [7] 许小健, 黄小平, 张金轮. 用遗传算法优化估计 Van Genuchten 方程参数[J]. *岩土工程技术*, 2008, 22(2):75–78.
- [8] 许小健, 涂芬芬, 黄小平, 等. 差异演化算法在 Van Genuchten 方程参数优化估计中的应用[J]. *合肥工业大学学报(自然科学版)*, 2008, 31(11):1863–1866.
- [9] 陈大春, 马英杰. 基于随机粒子群算法的 Van Genuchten 方程参数优化求解[J]. *农业工程学报*, 2006, 22(12):82–84.
- [10] 刘衍民, 隋常玲, 赵庆祯. 改进的粒子群算法求解 Van Genuchten 方程参数[J]. *系统工程理论与实践*, 2011, 32(3):512–521.
- [11] Kool J B, Parker J C, Van Genuchten M Th. Determining soil hydraulic properties from one-step outflow experiments parameter estimation: I. Theory and numerical studies[J]. *Soil Science Society of America Journal*, 1985, 49:1348–1354.
- [12] Shao Mingan, Horton Robert. Integral method for estimating soil hydraulic properties[J]. *Soil Science Society of America Journal*, 1998, 62:585–592.
- [13] 郝振纯, 吕美霞, 吕美朝, 等. 坡度作用下土壤水分时空异质性研究[J]. *水文*, 2012, 32(2):5–10+48.