

DOI:10.11705/j.issn.1672-643X.2023.06.23

# 基于随机有限元法的圆形基础沉降最不利波动尺度分析

常鹏飞<sup>1</sup>, 李佳乐<sup>2</sup>, 门飞跃<sup>3</sup>, 李亚军<sup>1</sup>, 李建光<sup>4</sup>, 李瑞杰<sup>5</sup>, 张彬<sup>1</sup>

(1. 中国地质大学(北京)工程技术学院, 北京 100083; 2. 广东科诺勘测工程有限公司, 广东 广州 510663;  
3. 中核第七研究设计院有限公司, 山西 太原 030012; 4. 中航勘察设计研究院有限公司, 北京 100098;  
5. 山西路桥第三工程有限公司, 山西 忻州 034000)

**摘要:** 波动尺度(SOF)是表征土体空间变异性的重要参数,不同的波动尺度可以模拟土体参数的空间变异程度。基于随机有限元(RFEM)和蒙特卡罗模拟,假设弹性模量服从对数正态分布对土体实现非均质性建模,研究不同波动尺度下圆形基础的沉降变形规律。研究结果表明:中心沉降值符合对数正态分布,差异沉降值符合正态分布;随着波动尺度的增加,中心沉降和差异沉降均值基本不变,中心沉降标准偏差先增大最后趋于平缓,差异沉降标准偏差先增大后减少,在其峰值处平均绝对差异沉降达到最大,此时的波动尺度为最不利波动尺度,在勘察数据相对有限的情况下可以对基础沉降概率进行保守估计。

**关键词:** 圆形基础沉降; 最不利波动尺度; 随机有限元; 蒙特卡罗模拟; 弹性模量; 差异沉降

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2023)06-0190-10

## Worst-case settlement fluctuation scale analysis of circular foundations based on the random finite element method

CHANG Pengfei<sup>1</sup>, LI Jiale<sup>2</sup>, MEN Feiyue<sup>3</sup>, LI Yajun<sup>1</sup>, LI Jianguang<sup>4</sup>, LI Ruijie<sup>5</sup>, ZHANG Bin<sup>1</sup>

(1. School of Engineering and Technology, China University of Geosciences (Beijing), Beijing 100083, China; 2. Guangdong Kenuo Surveying Engineering Co., Ltd., Guangzhou 510663, China; 3. China Nuclear Seventh Research and Design Institute Co., Ltd., Taiyuan 030012, China; 4. AVIC Institute of Geotechnical Engineering Co., Ltd., Beijing 100098, China; 5. Shanxi Road and Bridge No. 3 Engineering Co., Ltd., Xinzhou 034000, China)

**Abstract:** The scale of fluctuation (SOF) is an important parameter for the characterization of soil spatial variability, and different fluctuation scales can be used to simulate different degrees of the spatial variability of soil parameters. Based on the random finite element method (RFEM) and Monte – Carlo simulation, the heterogeneous soil mass is modeled assuming that the elastic modulus follows a lognormal distribution, by which the settlement deformation of a circular foundation under different fluctuation scales is studied. The results show that the central settlement is well fitted by a log – normal distribution, and the differential settlement is closely approximated by a normal distribution. With the increase of SOF, the mean value of central settlement and differential settlement are basically constant. The standard deviation of central settlement first increases and then tends to level off. In contrast, the standard deviation of differential settlement first increases and then decreases; it reaches the maximum when the SOF is close to the diameter of the circular foundation, at which the average absolute differential settlement also reaches the peak. This SOF is the most unfavorable scale and is termed as the worst-case SOF. The probability of foundation settlement can be conservatively estimated by assuming such a worst-case SOF when the site survey data are relatively insufficient to define a reliable SOF.

**Key words:** settlement of circular foundation; worst-case scale of fluctuation(SOF); random finite element; Monte – Carlo simulation; elastic modulus; differential settlement

收稿日期:2023-02-17; 修回日期:2023-06-01

基金项目:资源环境与灾害监测山西省重点实验室开放课题(2023-S01);中央高校基本科研业务费项目(2652019321)

作者简介:常鹏飞(1999—),男,河北石家庄人,硕士研究生,研究方向为土木工程风险评估。

通讯作者:李亚军(1987—),男,山西忻州人,博士,副教授,博士生导师,研究方向为土木、水利工程等风险评估。

## 1 研究背景

基础沉降与地基土体性质息息相关,一般工程设计中经常假设地基土体为均质土层,采用规范法和数值模拟分析法计算基础沉降量<sup>[1-5]</sup>。而由于矿物成分、应力历史和地质沉积过程等的影响,土体性质的空间分布具有不同特性,岩土工程中由于土体参数的空间变异性,导致土体结构响应存在不确定性,空间变异性 and 现场土体特性评估中涉及的不确定性是岩土工程分析中不可忽视的因素<sup>[6-11]</sup>。

国外以 Paice 等<sup>[12]</sup>和 Fenton 等<sup>[13]</sup>为代表,将有限元方法与随机场模拟相结合应用于各种岩土工程领域中,通过蒙特卡罗模拟对浅层基础承载力和沉降、边坡稳定性和液化等进行可靠度分析,具有开创性的贡献。之后许多学者使用随机场理论对地质结构沉降进行了评估研究<sup>[14-27]</sup>,在这些研究中,弹性模量被认为是衡量土体刚度和变形能力的标准,是地基沉降概率评估的主要随机变量,由于弹性模量的非负性,在分析中广泛采用对数正态分布函数表示其分布情况。Oguz 等<sup>[21]</sup>根据土耳其南部海岸两个地点的现场调查数据确定垂直空间相关长度,增加了基于真实数据的空间相关长度的数据库,并使用随机有限元方法对海上地基进行了可靠性评估研究;在 Fenton 等<sup>[13]</sup>对条形基础沉降概率分析的基础上,Chenari 等<sup>[23-24]</sup>进行了另一项研究,即将土体主要参数弹性模量用对数正态分布和各向异性相关结构来表示,将大量蒙特卡罗模拟纳入三维有限元模型分析中生成若干随机实现,以检验基础宽度、弹性模量的变异系数和波动尺度对浅基础总沉降和不均匀沉降的影响,研究表明,随着波动尺度的增加,通过确定性分析和不确定性分析评估沉降之间的差距越来越大;Chenari 等<sup>[25]</sup>还将 Karhunen - Loeve 扩展应用于随机场离散化,使用随机响应面法(stochastic response surface method, SRSM)作为随机有限元法(random finite element method, RFEM)的非侵入式表述,验证了水平和竖向波动尺度是差异沉降可靠性分析中的重要参数,且失效概率随着杨氏模量变异系数的增加而增大。

在将随机有限元法应用于岩土工程领域沉降研究方面,国内学者陈福勇等<sup>[18]</sup>将弹性模量随机场与考虑空间变异性的隧道纵向性能分析的有限元解耦合,研究了基于勘测信息的条件随机场对隧道纵向沉降预测的影响;章润红等<sup>[27]</sup>通过采用考虑土体空间变异性的方差折减技术实现了一阶可靠性方法,

对地表沉降超过某一阈值的情况进行了概率分析,发现地下水下降高度及土体特性的变异系数对可靠度指标产生的影响不可忽视。

在土体空间变异性模拟中,波动尺度对随机有限元分析有着至关重要的影响,但由于三维大尺度随机场的计算量等问题,上述研究仅对圆形基础(如油罐基础)的沉降与不均匀沉降进行了二维模型的一般性规律模拟。而在实际工程中,水平方向的取样间距通常较大,没有足够的实测数据将难以准确估算出地基土体的水平波动尺度<sup>[28]</sup>。因此,本文基于蒙特卡罗随机有限元法,通过改变竖向和水平波动尺度的取值来模拟各种工程场地,经过多次计算对圆形基础中心沉降和基础边缘直径方向差异沉降进行统计分析,揭示波动尺度对地基沉降的影响规律,研究结果表明,在勘察数据有限的情况下,可以选择合适的波动尺度对基础沉降进行保守分析,并应用到工程现场基础设计中。

## 2 随机有限元方法(RFEM)

### 2.1 随机场的表征

将土体参数看作单一变量时,其统计特征包括平均值 $\mu$ 、标准偏差 $\sigma$ 和变异系数 $C_v(C_v = \sigma/\mu)$ 。当考虑土体参数空间变异时,需引入额外参数波动尺度 $\theta$ 来表征参数的空间相关范围,当空间上两点之间在波动尺度范围内时则表现出强相关性。

以一维随机场 $X(z)$ 为例进行分析,设随机场为 $\{X(z), z \in Z\}$ , $X$ 表示土体参数,为空间位置 $z$ 的函数, $Z$ 为空间范围,则随机场表示为以下3个函数:

$$E\{X(z)\} = \mu(z) \quad (1)$$

$$E\{[X(z) - \mu(z)]^2\} = \sigma^2(z) \quad (2)$$

$$E\{[X(z_1) - \mu(z_1)][X(z_2) - \mu(z_2)]\} = C(z_1, z_2) \quad (3)$$

式中: $\mu(z)$ 为均值函数; $\sigma^2(z)$ 为方差函数; $z_1$ 和 $z_2$ 为空间范围 $Z$ 的两个不同空间位置; $C(z_1, z_2)$ 为自协方差函数。

进行一般性分析时,随机场模型满足平稳性的要求,即:

$$\mu(z) = \mu = \text{常数} \quad (4)$$

$$\sigma^2(z) = \sigma^2 = \text{常数} \quad (5)$$

$$C(z_1, z_2) = C(\tau) = \sigma^2\rho(\tau) \quad (6)$$

式中: $\rho(\tau)$ 为相关函数; $\tau$ 为空间中两点 $z_1$ 和 $z_2$ 之间的滞后距离。

公式(6)中 $\tau$ 根据假设或实测数据拟合而得,使用较多的为指数相关函数:

$$\rho(\tau) = \exp\left(-\frac{2}{\theta}|\tau|\right) \quad (7)$$

### 2.2 随机场的生成

本文使用空间平均法中的局部平均细分(local average subdivision, LAS)方法<sup>[29]</sup>,利用上述土体统计参数,并采用以波动尺度(scale of fluctuation, SOF)  $\theta$  为参数的一种特定的空间相关函数形式,生成随空间变化的土体参数的随机场。局部平均细分法如图 1 所示。

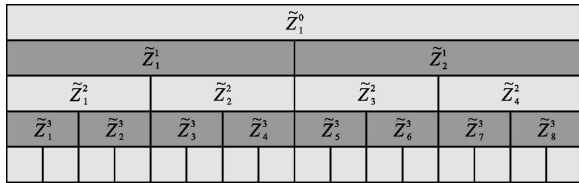


图 1 局部平均细分法示意图

下面以一维随机场为例,设随机场  $X(t)$  在以  $t$  为中心的空间尺寸  $T$  上的局部平均定义为:

$$X_T(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} X(u) du \quad (8)$$

则  $X(t)$  在满足平稳性假设的前提下,新函数  $X_T(t)$  的均值及方差如下:

$$E\{X_T(t)\} = E\{X(t)\} = \mu \quad (9)$$

$$\sigma_T^2 = \gamma(T)\sigma^2 \quad (10)$$

$$\gamma(T) = \frac{2}{T} \int_0^T \rho(\tau) d\tau - \frac{2}{T^2} \int_0^T \tau \rho(\tau) d\tau \quad (11)$$

式中: $\rho(\tau)$  为自相关函数; $\gamma(T)$  为方差函数, $\gamma(T)$  值随着空间尺寸  $T$  的增大而减小,即随机场通过局部平均之后其均值不变,方差进行了适当折减,所以  $\gamma(T)$  又被称为方差折减函数。

本文为了计算三维地基土体沉降变形,细分过程采用的三维指数相关函数如下:

$$\rho(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = \exp\left(-\frac{2|\tau_1|}{\theta_1} - \sqrt{\left(\frac{2\tau_2}{\theta_2}\right)^2 + \left(\frac{2\tau_3}{\theta_3}\right)^2}\right) \quad (12)$$

式中:下标 1、2、3 分别表示竖向坐标和两个水平坐标方向。在文中最初生成的随机场为  $\theta = \theta_1 = \theta_2 = \theta_3$ , 其中  $\theta$  为最大波动尺度,对该各向同性随机场进行处理后可得到各向异性随机场。

根据公式(9)和(10)得到新函数  $X_T(t)$  的期望与方差,然后再与  $X(t)$  的概率分布类型相结合(如本文假设弹性模量服从对数正态分布),可以生成一个随机数,令其为局部平均法母单元  $\tilde{Z}_1^0$ ,再将母单元等分为两个子单元  $\tilde{Z}_1^1$  和  $\tilde{Z}_2^1$ ,两个子单元满足以

下条件:

(1)  $\tilde{Z}_1^1$  和  $\tilde{Z}_2^1$  的方差满足局部平均理论的要求;

(2)  $\tilde{Z}_1^1$  和  $\tilde{Z}_2^1$  两子单元间的关系也符合局部平均理论的要求;

(3)  $\tilde{Z}_1^1$  和  $\tilde{Z}_2^1$  的均值需等于母单元值,即  $(\tilde{Z}_1^1 + \tilde{Z}_2^1)/2 = \tilde{Z}_1^0$ ;

(4)重复上述步骤,逐步细分母单元,当子单元尺寸满足要求时停止细分。

基于局部平均细分理论的离散随机变量可赋予到各有限元网格中。当需要加密有限元网格时,可再次细分相对应的离散随机场,无需重新生成随机场再赋予到各有限元网格中。

### 2.3 蒙特卡罗的应用

蒙特卡罗方法(Monte - Carlo simulation)是在概率论的基础上对给定的几何材料结构生成一系列结构属性的具体实现。对于每一个实现,通过传统有限元方法可以得到一个确定性解,多次重复这一过程,在模拟结束时对响应集进行统计分析,从而推导出对系统设计有用的信息。

随机有限元法将模拟土体空间变异性的随机场理论和计算地质结构响应的传统有限元法结合起来,通过蒙特卡罗方法对基本随机变量进行抽样,使用有限元法研究土体结构的响应,对相应的样本结果加以统计分析,以此来研究土体结构响应中的不确定性。

## 3 圆形基础有限元模型及确定性分析

### 3.1 有限元模型

本文以圆形基础作为分析对象。圆形基础半径为 18.5 m,上覆均布荷载为 170 kPa,如图 2 所示。为消除边界效应的影响,土体模型的长、宽以圆形基础半径为基准,向外分别扩展作为边界;土体模型的整体尺寸保持固定,横向总长取 120 m,纵向总长取 120 m,竖向总高取 40 m。边界条件为固定底座和四周滑动支座,上表面自由。

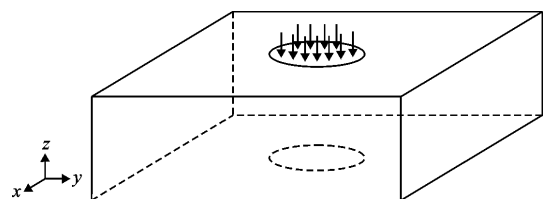


图 2 土体圆形基础有限元几何模型

本文选用线弹性模型,当材料的应力水平较低

时(如本文中均布荷载采用 170 kPa),按该模型计算应力应变关系符合实际情况。本文旨在分析波动尺度对于一般工程的普适规律,在应力水平不高的前提下,考虑减少计算成本,选择该本构模型进行结构响应分析。

### 3.2 确定性分析

为保证随机有限元的计算效率,分析不同网格密度下的沉降值时选取最优网格密度进行随机有限元分析。假设土体均质,参考常见工程项目取值,弹性模量  $E$  取值为 20 MPa,泊松比  $\nu$  取值为 0.3。

表 1 和图 3 展示了不同网格密度计算所需的运行时间和中心沉降值。由表 1 和图 3 可以看出,中心沉降值随着网格密度的增加逐渐收敛。为了在节约计算成本的同时保证结果的准确性,选用序号为 3 的模型进行研究,如图 4 所示。

表 1 不同网格密度的计算用时和中心沉降值

序号	单元数	10 次计算用时/s	中心沉降值/m
1	582	6	0.160
2	1249	18	0.173
3	2174	64	0.178
4	4405	585	0.179

通过 Python 编程语言对所选用模型的确定性分析计算结果进行可视化处理,基础底面和边缘的沉降值如图 5 所示。图 5(a)中基础底部沉降图是提取基础底部各节点沉降计算结果得到的,横、纵坐标表示节点在有限元模型中的位置,图例说明沉降值的范围在 0.080 ~ 0.176m。图 5(b)中基础边缘

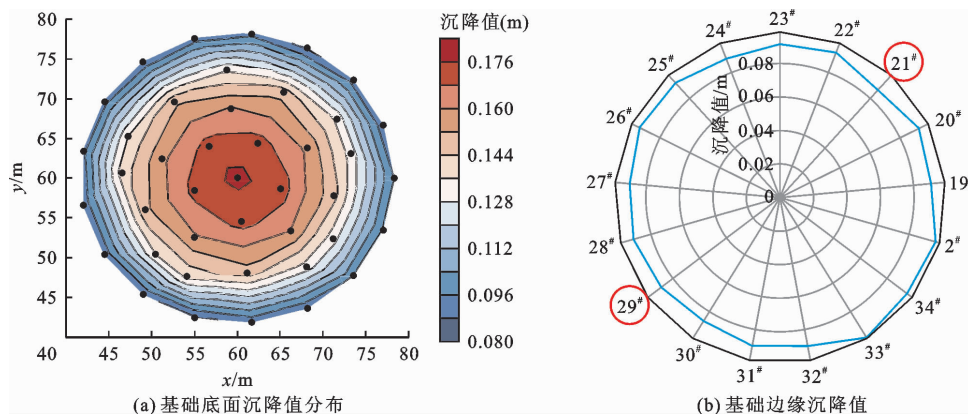


图 5 选用模型的确定性分析基础沉降值计算结果可视化

## 4 非均质无条件随机模拟与结果分析

无条件随机模拟是指仅反映材料属性的均值、变异系数、波动尺度(数据来源于类似场地条件的

沉降图是通过提取圆形基础边缘直径为 37 m 的圆上节点绘制得到的,每一个同心圆表示着一个沉降值,从圆心向外沉降量依次增大,分别为 0.02、0.04、0.06、0.08 m,最外圈的数字代表基础边缘对应的节点编号,选取 29<sup>#</sup>和 21<sup>#</sup>节点绘制差异沉降概率密度曲线。

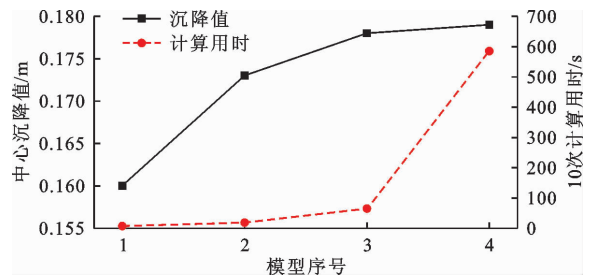


图 3 不同网格密度的计算用时和中心沉降值变化曲线

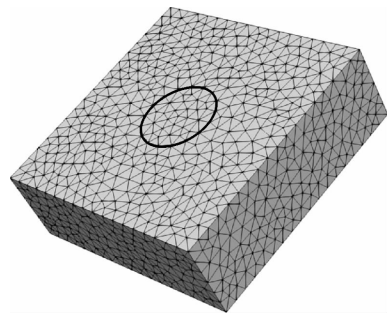


图 4 选用的有限元模型网格划分

由布辛内斯克解可知,地表以下土体内附加应力在同一深度处呈中间大、周围小的分布状况。从图 5(a)可以看出本文模型基础沉降值呈现中间大、周围小的分布规律。

工程项目或者本工程的勘察结果),不考虑具体勘察数据的空间位置,模拟结果对于工程设计有一般性意义。本文通过随机模拟分析不同波动尺度对基础沉降变形的影响,具有普适性。

在非均质随机模拟时,将地基土体参数中的弹性模量建模为对数正态分布随机场。设定土体的弹性模量均值  $\mu_E = 20$  MPa,泊松比  $\nu = 0.3$ 。为表征土体参数的空间变异性,在这里引入变异系数的概念,变异系数为变形模量的标准偏差和均值的比值,表示为  $\sigma_E/\mu_E$ 。为了模拟不同的场地变异情况,将波动尺度分为多组情况展开研究。在多次蒙特卡罗计算后,进行基础中心沉降值和基础边缘直径方向共4组节点(分别为“21#-29#”“23#-31#”“25#-33#”和“27#-2#”)的差异沉降分析。

### 4.1 模拟计算次数的确定

随着蒙特卡罗随机有限元模拟计算次数的增加,得到的计算结果精确度也将越来越高。但实际上由于成本(计算时长)的限制,不可能做到无限制次数的增加。但次数较少会导致计算成果与实际偏差较大,对一般性规律或者实际工程项目没有说服力,缺乏可信度。因此需确定一个适宜的模拟计算次数,在保证计算结果准确的前提下减少工作量。选取波动尺度  $\theta_v = \theta_h = 3$  m 进行分析( $\theta_v$  为竖向波动尺度; $\theta_h$  为水平波动尺度)。图6为圆形基础中心沉降值及其标准偏差与模拟次数的关系曲线。

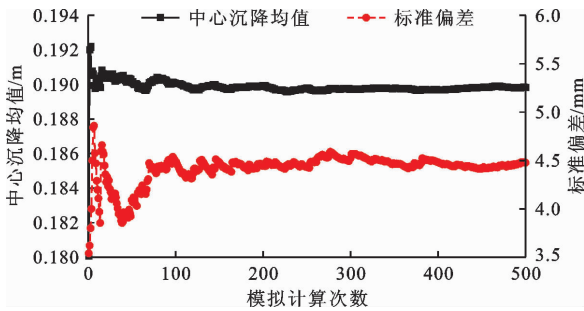


图6 圆形基础中心沉降值及其标准偏差与模拟次数的关系

由图6可知,当模拟计算次数超过100时,中心沉降均值和标准偏差的变化幅度较小,其中中心沉降均值的变化幅度在1 mm以内。当模拟次数超过300时,中心沉降均值和标准偏差趋于稳定,本文选择模拟计算次数为500次进行蒙特卡罗模拟。

### 4.2 非均质各向同性模拟及结果分析

各向同性是指水平波动尺度与竖向波动尺度的

比值为1,即  $\theta_v = \theta_h = \theta$ 。研究中对11组各向同性的不同波动尺度分别进行500次蒙特卡罗模拟计算,具体参数如表2所示。

表2 非均质各向同性模拟输入参数

参数	取值
弹性模量均值 $\mu_E$ /MPa	20
变异系数 $C_V$	0.4
泊松比 $\nu$	0.3
波动尺度 $\theta$ /m	3, 6, 9, 15, 20, 40, 60, 80, 120, 240, 360

进行各向同性非均质分析时,通过随机有限元法得到弹性模量随机场,图7给出了3种波动尺度( $\theta = 3$  m、 $\theta = 40$  m和 $\theta = 360$  m)下的随机场,图7中蓝色表示弹性模量值低,红色表示弹性模量值高,图7表明,随着波动尺度  $\theta$  的不断增大,弹性模量的空间变异性逐渐减弱,地基土性变得更加均匀。

以上述3种波动尺度为例进行分析,图8和9分别展示了该3种波动尺度下基础中心沉降和直径方向差异沉降(图5(b)的“21#-29#”节点)的典型直方图,直方图被归一化后产生概率密度曲线。图8和9所示的拟合结果表明,500次模拟计算下基础中心沉降值符合对数正态分布,差异沉降值均符合正态分布,波动尺度为40 m时500次模拟计算结果的差异沉降分布范围相对其他结果较宽。

根据各向同性下波动尺度分别为3、40和360 m时的500次随机模拟计算结果绘制的基础边缘沉降值如图10所示。由公式(7)、公式(11)可知  $\theta < T$  时,方差函数  $\gamma(T) \approx \theta/T, 0 < \gamma < 1$ ;当  $\theta > T$  时,  $\gamma = 1$ 。波动尺度  $\theta = 3$  m 时,  $\theta$  相对于  $T$  较小,即  $\gamma(T)$  较小,基础边缘沉降值较均匀(图10(a));波动尺度  $\theta = 40$  m 时,  $\theta$  与  $T$  较接近,此时  $\gamma(T)$  较大,基础边缘沉降值发散(图10(b));波动尺度  $\theta = 360$  m 时,  $\gamma(T)$  为1,方差不折减,基础边缘沉降值较为发散(图10(c))。此外,由于波动尺度  $\theta = 40$  m 时的差异沉降比  $\theta = 360$  m 时大(如图9(b)、9(c)所示),因此图10(b)显示出的基础边缘沉降值更为杂乱。

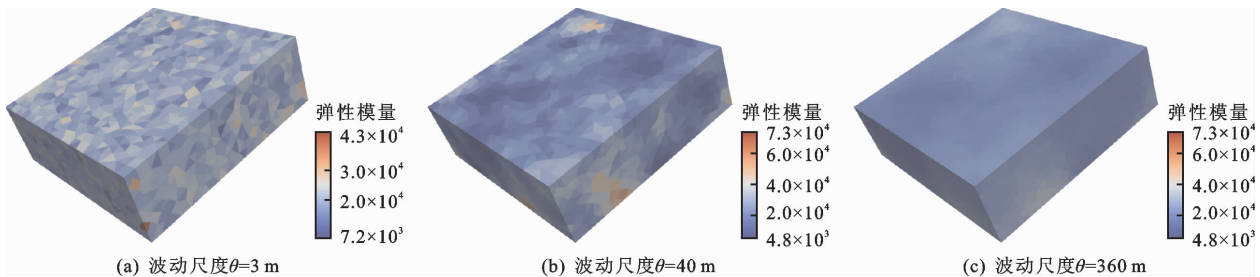


图7 不同波动尺度下各向同性弹性模量随机场

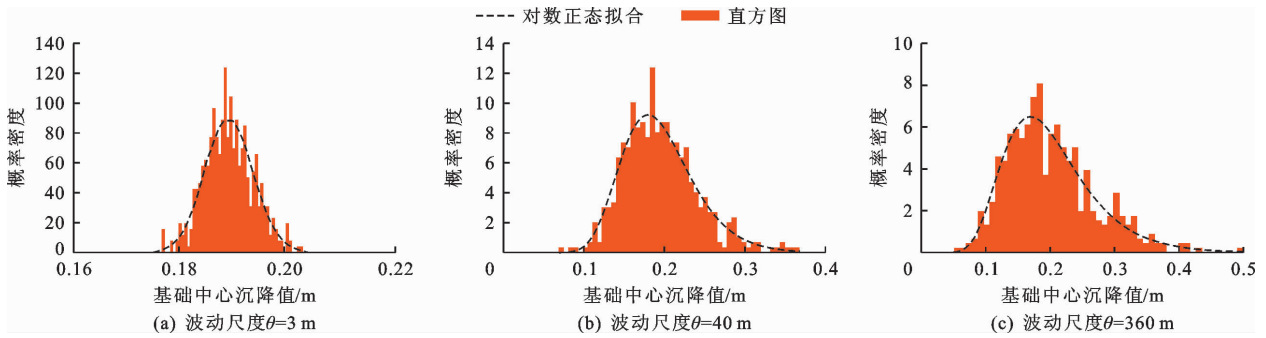


图 8 不同波动尺度下各向同性中心沉降概率密度曲线

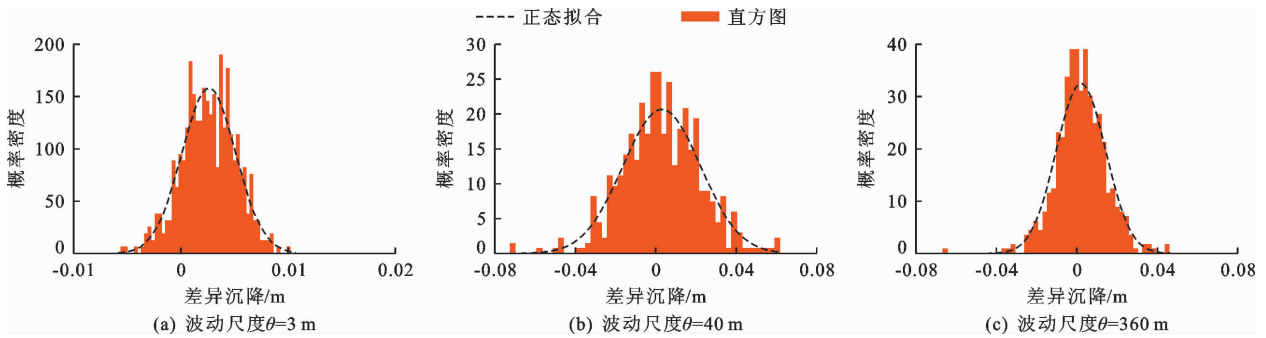


图 9 不同波动尺度下各向同性差异沉降概率密度曲线

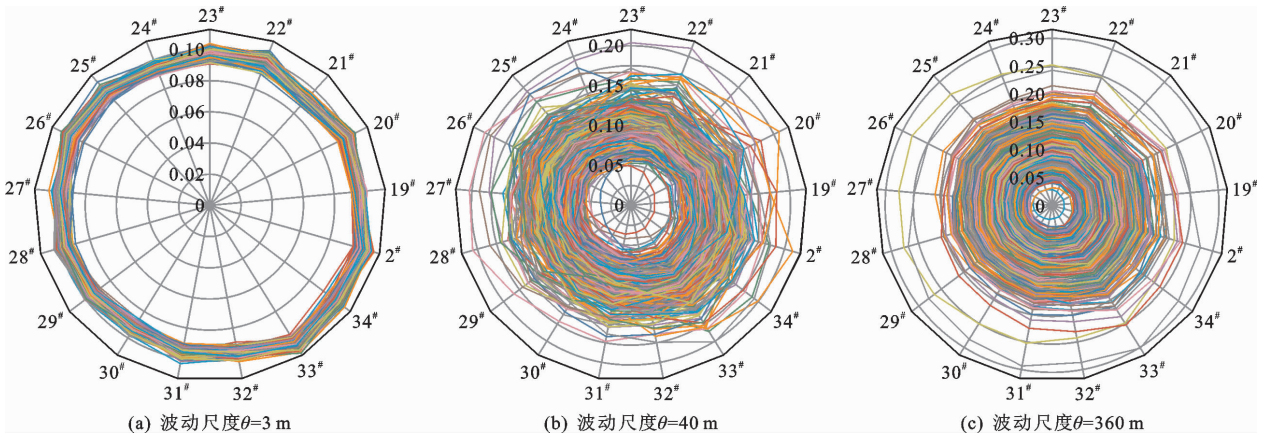
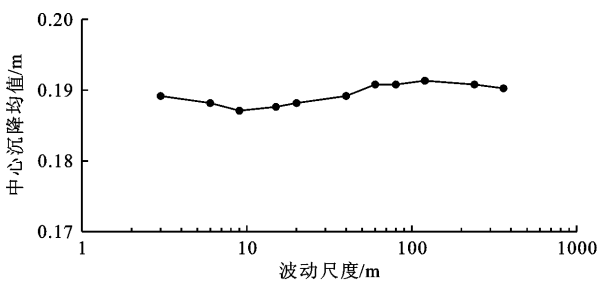


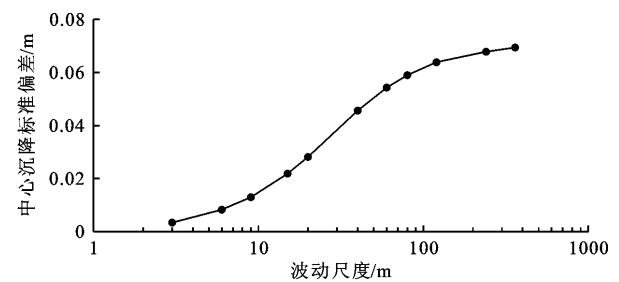
图 10 不同波动尺度下各向同性地基基础边缘沉降值(单位:m)

为了研究各向同性下波动尺度的改变对基础沉降变形的影响规律,基于 500 次蒙特卡罗计算结果,统计 11 组波动尺度下基础的中心沉降和基础边缘

直径方向上 4 组节点差异沉降的均值和标准偏差,具体中心沉降和差异沉降的关系曲线如图 11 和图 12 所示。



(a) 中心沉降均值与波动尺度的关系曲线



(b) 中心沉降标准偏差与波动尺度的关系曲线

图 11 各向同性下基础中心沉降与波动尺度的关系

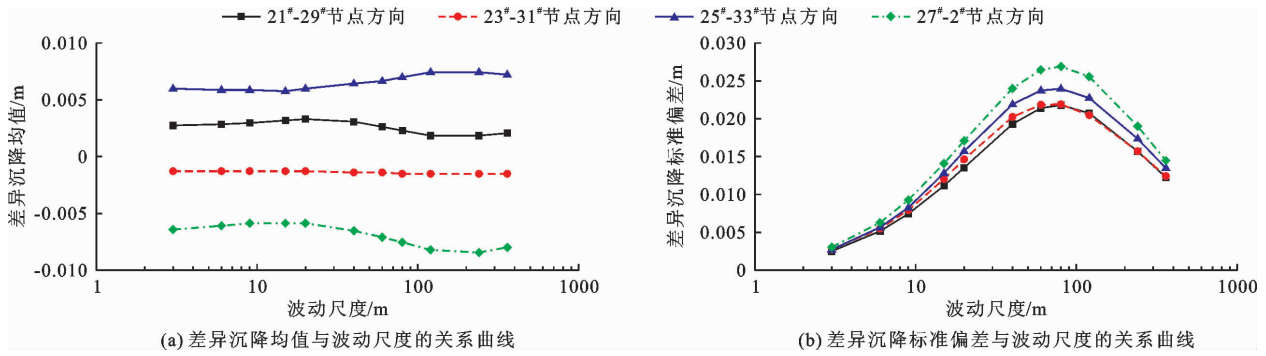


图 12 各向同性下直径方向 4 组节点差异沉降与波动尺度的关系

由图 11 可知,随着波动尺度的增大,基础中心沉降的均值基本不变,标准偏差逐渐增大最终趋向于平稳。图 12 显示,随着波动尺度的增大,4 个不同直径方向基础边缘差异沉降的均值基本不变,标准偏差先增大后减小,在波动尺度近似于基础直径时达到峰值。由于直径方向两侧偏斜概率基本相同,因此直径方向上的差异沉降均值基本为 0。标准偏差的变化符合图 10 所呈现的规律,即波动尺度较小时及较大时边缘沉降曲线较为规则,此时差异沉降标准偏差较小;波动尺度接近基础直径时边缘沉降曲线发散,此时差异沉降标准偏差较大,这一结果与图 10(b)所示情况相吻合。

### 4.3 非均质各向异性模拟及结果分析

各向异性是指竖向波动尺度  $\theta_v$  与水平波动尺度  $\theta_h$  不同,即  $\theta_v \neq \theta_h$ ,通过定义竖直和水平方向上不同的波动尺度来模拟各向异性的地基土体,由于地质沉积作用,水平波动尺度一般大于竖向波动尺

度。由于实际工程中水平方向的勘察数据往往少于于竖直方向,无法得出准确的水平波动尺度,在处理实际工程问题时会遇到困难,针对这一点,本文进行下面的各向异性研究。

在进行各向异性随机模拟时,根据经验规律,设定竖向波动尺度  $\theta_v = 3\text{ m}$  且始终保持不变,不断改变水平波动尺度  $\theta_h$ ,具体取值范围如表 3 所示。在研究中对 10 组各向异性的波动尺度分别进行 500 次蒙特卡罗模拟计算,具体参数如表 3 所示。

表 3 非均质各向异性模拟输入参数

参数	取值
弹性模量均值 $\mu_E/\text{MPa}$	20
变异系数 $C_v$	0.4
泊松比 $\nu$	0.3
竖向波动尺度 $\theta_v/\text{m}$	3
水平波动尺度 $\theta_h/\text{m}$	3, 6, 9, 15, 42, 60, 84, 120, 240, 360

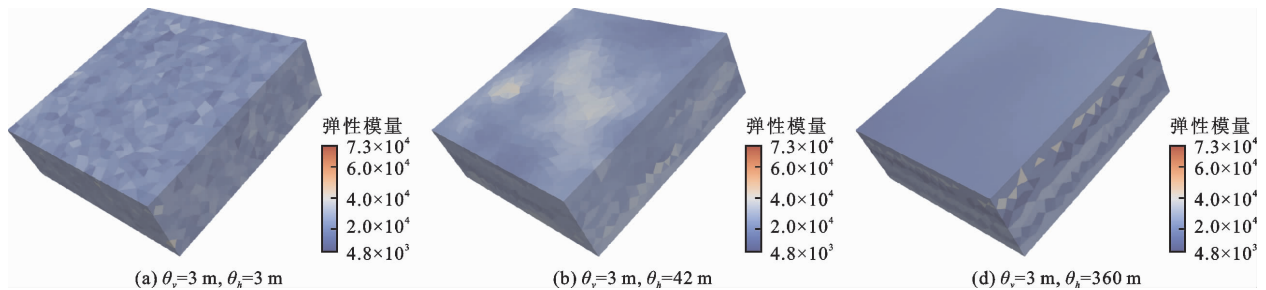


图 13 不同波动尺度下各向异性弹性模量随机场

进行各向异性非均质分析时,通过随机有限元法 (RFEM) 得到弹性模量随机场,图 13 给出了 3 组波动尺度 ( $\theta_v = \theta_h = 3\text{ m}, \theta_v = 3\text{ m}, \theta_h = 42\text{ m}, \theta_v = 3\text{ m}, \theta_h = 360\text{ m}$ ) 的随机场。由图 13 可以看出,随着水平波动尺度的不断增大,弹性模量水平方向的变异性逐渐减弱,每一层地基的土体性质变得更加均匀。除此之外,由于图 13(b)、13(c) 中的水平波动尺度显著大于竖向波动尺度,因而其随机场体现出

明显的成层性。

根据各向异性下竖向波动尺度为 3 m,水平波动尺度分别为 3、42 和 360 m 时的 500 次随机模拟计算结果绘制的基础边缘沉降值如图 14 所示。可以看出图 14 中沉降值与图 10 具有相似的规律。只是由于竖向波动尺度较小,波动尺度仅在水平方向进行改变,使得图 14(b) 和 14(c) 的沉降值曲线略有收敛。

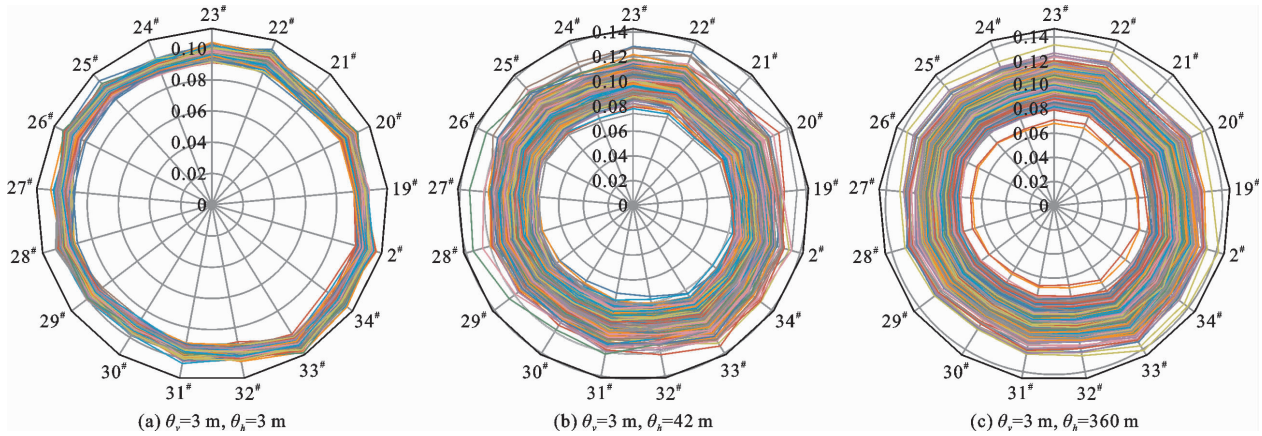
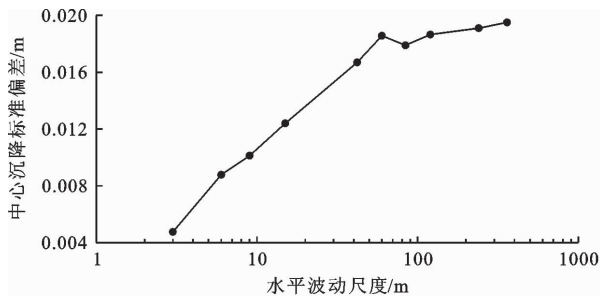


图 14 不同波动尺度下各向异性下地基基础边缘沉降值(单位:m)

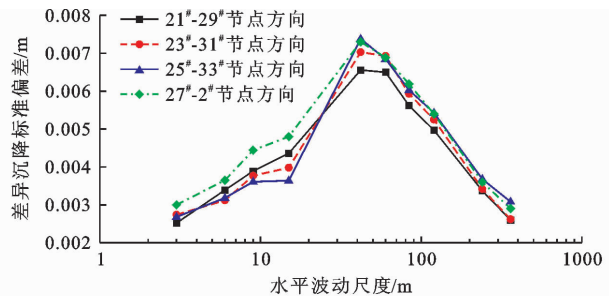
为了探究各向异性下波动尺度的改变对基础中心沉降的影响规律是否与各向同性一致,基于 500 次蒙特卡罗模拟计算结果,统计上述 10 组波动尺度下基础中心沉降的均值及标准偏差,分别绘制出各

向异性下基础中心沉降和 4 组节点差异沉降与水平波动尺度的关系图如图 15 所示。

由图 15 可知,随着波动尺度的改变,各向异性下基础中心沉降的变化规律与各向同性相似。



(a) 中心沉降标准偏差与水平波动尺度的关系



(b) 直径方向 4 组节点差异沉降标准偏差与水平波动尺度的关系

图 15 各向异性下基础中心沉降和 4 组节点差异沉降与水平波动尺度的关系

#### 4.4 最不利波动尺度与讨论

将基础边缘直径方向差异沉降表示为  $\Delta s$ ,  $\Delta s$  可为正值或负值,绝对差异沉降  $|\Delta s|$  的平均值表示为  $\mu_{|\Delta s|}$ ,基础边缘直径方向差异沉降的标准偏差表示为  $\sigma_{\Delta s}$ 。一般而言,如果基础差异沉降服从正态分布,则绝对差异沉降的平均值与差异沉降的标准偏差存在如下关系<sup>[13]</sup>:

$$\mu_{|\Delta s|} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_{\Delta s} \quad (13)$$

这种关系表明  $\mu_{|\Delta s|}$  与  $\sigma_{\Delta s}$  直接相关,随着  $\sigma_{\Delta s}$  的增大,  $\mu_{|\Delta s|}$  也逐渐增大,在  $\sigma_{\Delta s}$  最大时  $\mu_{|\Delta s|}$  取得最大值。所以对于图 12(b) 和 15(b),在差异沉降标准偏差  $\sigma_{\Delta s}$  达到峰值时,绝对差异沉降的平均值  $\mu_{|\Delta s|}$  也达到最大,根据前两节的分析可知,此时的波动尺度接近基础直径。

在传统的基础沉降计算中,通过估算弹性模量及设计合理的基础以避免总沉降过大。然而,除了总沉降外,差异沉降通常是导致工程出现问题的关

键因素。在实际工程中,土体参数的空间变异性是造成基础不同位置之间差异沉降的主要原因。Fenton 等<sup>[13]</sup>在研究中建立了三维随机场条件下的单个方形基础和一对方形基础的有限元模型来分析基础沉降。而本文通过对圆形基础进行各向同性和各向异性非均质随机模拟,分析了不同波动尺度下单个圆形基础中心沉降和基础边缘直径方向的差异沉降特点,得到了圆形基础沉降的最不利波动尺度。本文采用无条件随机模拟,没有考虑具体勘察数据的空间位置,对于工程设计有一般性意义,而条件随机模拟将作为下一步的研究目标。

## 5 结 论

本文基于蒙特卡罗随机有限元法,建立静力条件下随机有限元模型分析基础沉降,对圆形基础进行了各向同性和各向异性非均质随机模拟,针对基础中心沉降和基础边缘直径方向的差异沉降,统计分析不同波动尺度下基础的沉降变形规律。主要



得出以下结论:

(1)假设弹性模量服从对数正态分布进行500次蒙特卡罗抽样模拟计算,统计各波动尺度下基础中心沉降和基础边缘直径方向的差异沉降分布规律,发现对数正态分布可以很好地拟合中心沉降,正态分布可以很好地拟合差异沉降。

(2)随着波动尺度的不断增大,中心沉降的均值基本不变,标准偏差随着波动尺度的增大而增大,最后趋于平缓;差异沉降的均值也基本不变,但标准偏差随着波动尺度的增大先增大后减小,存在峰值。

(3)在差异沉降的标准偏差达到峰值时,平均绝对差异沉降达到最大,此时的波动尺度接近于基础直径。即波动尺度接近基础直径时,将使得基础产生最大平均绝对差异沉降,此为最不利波动尺度。

(4)对于实际工程,在现场水平方向勘察数据相对有限的前提下进行基础设计时,可以进行保守考虑,假定水平方向的波动尺度为基础直径,进而分析现场可能产生的基础沉降变形。

#### 参考文献:

- [1] 罗勇,田芳,秦欢欢,等.地下水人工回灌和停采对地面沉降控制的影响分析[J].水资源与水工程学报,2020,31(1):52-57.
- [2] 张府,陈有亮,李林.基于随机介质理论分析盾构隧道开挖引起的地表沉降[J].水资源与水工程学报,2019,30(3):237-241.
- [3] 潘宇平,倪静,李林,等.基于LIB-SVM的盾构隧道地表沉降预测方法研究[J].水资源与水工程学报,2018,29(3):231-235.
- [4] 李常茂,蒋桂梅,鞠兴华.基于尖点突变理论的高层建筑沉降变形预测分析[J].水资源与水工程学报,2018,29(4):224-229.
- [5] 刘阳,任青,喻孟初,等.盾构隧道施工期间土体沉降计算分析[J].水资源与水工程学报,2017,28(1):214-219.
- [6] WANG Maixin, WU Qiang, LI Dianqing, et al. Numerical-based seismic displacement hazard analysis for earth slopes considering spatially variable soils[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2023, 171: 107967.
- [7] CHI Shichun, FENG Wenquan, JIA Yufeng, et al. Stochastic finite-element analysis of earth-rockfill dams considering the spatial variability of soil parameters[J]. International Journal of Geomechanics, 2022, 22(12): 04022224.
- [8] WANG Yubing, SHU Shuang, WU Yongxin. Reliability analysis of soil liquefaction considering spatial variability of soil property[J]. Journal of Earthquake and Tsunami, 2022, 16(1): 2250002.
- [9] LI Yajun, LIU Kang. Updating soil spatial variability and reducing uncertainty in soil excavations by Kriging and ensemble Kalman filter[J]. Advances in Civil Engineering, 2019: 8518792. DOI: 10.1155/2019/8518792.
- [10] LIU Wangsheng, CHEUNG Saihung. Decoupled reliability-based geotechnical design of deep excavations of soil with spatial variability[J]. Applied Mathematical Modelling, 2020, 85: 46-59.
- [11] 曾勇,李亚军,严俊,等.考虑土体强度参数深度依赖性的非平稳随机场边坡滑动深度和提及分析[J].水资源与水工程学报,2023,34(3):174-183+192.
- [12] PAICE G M, GRIFFITHS D V, FENTON G A. Finite element modeling of settlements on spatially random soil[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 122(9): 777-779.
- [13] FENTON G A, GRIFFITHS D V. Three-dimensional probabilistic foundation settlement[J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering, 2005, 131(2): 232-239.
- [14] 袁帅,冯德旺,张森豪,等.考虑水力参数空间变异性的盾构隧道开挖面稳定性分析[J].岩土力学,2022,43(11):3153-3162.
- [15] 廖文旺,姬建,张童,等.考虑降雨入渗参数空间变异性的浅层滑坡时效风险分析[J].岩土力学,2022,43(S1):623-632.
- [16] TAHMASEBI M A, SHIRINABADI R, RAHIMI E, et al. Three-dimensional probabilistic analysis of the surface settlement based on spatial variability of soil properties: case study Zarbalizadeh NATM tunnel[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2022, 40(10): 4895-4910.
- [17] DENG Sirui, YANG Haoqing, CHEN Xiaoying, et al. Probabilistic analysis of land subsidence due to pumping by Biot poroelasticity and random field theory[J]. Journal of Engineering and Applied Science, 2022, 69(1): 18. DOI: 10.1186/s44147-021-00066-0.
- [18] 陈福勇,仇文岗.基于条件随机场的重庆李家坪地铁隧道可靠度分析[J].应用基础与工程科学学报,2022,30(1):166-182.
- [19] MOHSENI S, PAYAN M, JAMSHIDI C R. Soil-structure interaction analysis in natural heterogeneous deposits using random field theory[J]. Innovative Infrastructure Solutions, 2018, 3: 62. DOI: 10.1007/s41062-018-0168-x.
- [20] SASTRE J C, BREUL P, BACCONNET C, et al. Probabilistic 3D modelling of shallow soil spatial variability using dynamic cone penetrometer results and a geostatistical method[J]. Georisk: Assessment and Management of

- Risk for Engineered Systems and Geohazards, 2021, 15 (2): 139 – 151.
- [21] OGUZ E A, HUVAJ N, GRIFFITHS D V. Vertical spatial correlation length based on standard penetration tests [J]. Marine Georesources & Geotechnology, 2019, 37 (1): 45 – 56.
- [22] CHRISTODOULOU P, PANTELIDIS L. Reducing statistical uncertainty in elastic settlement analysis of shallow foundations relying on targeted field investigation: a random field approach [J]. Geosciences, 2020, 10(1): 20. DOI: 10.1007/s42452-019-0684-0.
- [23] CHENARI R J, ROSHANDEH S P, PAYAN M. Stochastic analysis of foundation immediate settlement on heterogeneous spatially random soil considering mechanical anisotropy [J]. SN Applied Sciences, 2019, 1: 660. DOI: 10.3390/geosciences10010020.
- [24] CHENARI R J, BEHFAR B. Stochastic analysis of seepage through natural alluvial deposits considering mechanical anisotropy [J]. Civil Engineering Infrastructures Journal, 2017, 50(2): 27 – 47.
- [25] CHENARI R J, GHORBANI A, ESLAMI A, et al. Behavior of piled raft foundation on heterogeneous clay deposits using random field theory [J]. Civil Engineering Infrastructures Journal, 2018, 51(1): 35 – 54.
- [26] GONG Wenping, JUANG C H, MARTIN II J R, et al. Probabilistic analysis of tunnel longitudinal performance based upon conditional random field simulation of soil properties [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2018, 73: 1 – 14.
- [27] 章润红, GOH A, 周廷强, 等. 考虑空间变异性的基坑降水支护开挖引起地面沉降的可靠度评估 [J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2021, 43(1): 54 – 63.
- [28] LLORET-CABOT M, FENTON G A, HICKS M A. On the estimation of scale of fluctuation in geostatistics [J]. Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards, 2014, 8(2): 129 – 140.
- [29] FENTON G A, VANMARCKE E H. Simulation of random fields via local average subdivision [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1990, 116(8): 1733 – 1749.

(上接第 189 页)

- [18] CHENG Xuesong, ZHENG Gang, DIAO Ying, et al. Experimental study of the progressive collapse mechanism of excavations retained by cantilever piles [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2016, 54(4): 574 – 587.
- [19] SCOTT R F. Centrifuge and modeling technology: a survey [J]. Revue Française de Géotechnique, 1989, 48: 15 – 34.
- [20] GIBSON A D. Physical scale modeling of geotechnical structures at one-G [D]. Pasadena: California Institute of Technology, 1997.
- [21] 郑刚, 雷亚伟, 程雪松, 等. 局部破坏对钢支撑排桩基坑支护体系影响的试验研究 [J]. 岩土工程学报, 2019, 41(8): 1390 – 1399.
- [22] 雷亚伟, 郑刚, 程雪松, 等. 局部超挖对悬臂排桩基坑支护体系安全性能的影响 [J]. 长江科学院院报, 2020, 37(9): 70 – 78.
- [23] 程雪松, 郑刚, 邓楚涵, 等. 基坑悬臂排桩支护局部失效引发连续破坏机理研究 [J]. 岩土工程学报, 2015, 37(7): 1249 – 1263.