DOI:10.11705/j.issn.1672-643X.2023.01.10

基于变分模态分解的分频径流预测模型

张晓煊[1,2], 宋松柏[1,2], 张炳林[1,2]
(1. 西北农林科技大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100; 2. 西北农林科技大学
旱区农业水土工程教育部重点实验室, 陕西 杨凌 712100)

摘 要: 准确的径流预测对于流域防洪减灾、农业灌溉、水库调度等具有重要意义。针对径流序列具有较强的非线性和非平稳性特征,提出一种月径流预测混合模型 VMD-(CNN-LSTM, ELMAN)。首先运用 VMD 将径流序列分解为多个模态分量,并计算各个模态分量的样本熵值(*SE*),将其划分为高频和中低频分量;然后运用 CNN-LSTM 模型预测高频分量,运用 ELMAN 模型预测中低频分量;最后将预测结果相加得到最终预测结果。将模型应用于黄河流域中下游段白马寺和黑石关水文站的月径流预测,并与 CNN-LSTM、ELMAN、VMD-CNN-LSTM 模型的预测结果进行对比与评价。研究结果表明:本文模型预测结果的 *NSE* 值均大于 0.99,优于其他模型,表明 VMD-(CNN-LSTM, ELMAN)模型具有较高的预测精度,可应用于实际研究区的径流预测。

关键词: 径流预测; 变分模态分解; 神经网络; 黄河流域
中图分类号:TV121$^+$.4 **文献标识码**: A **文章编号**: 1672-643X(2023)01-0084-07

Runoff prediction model of frequency division based on variational mode decomposition

ZHANG Xiaoxuan[1,2], **SONG Songbai**[1,2], **ZHANG Binglin**[1,2]
(1. *College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A&F University, Yangling* 712100, *China*;
2. *Key Laboratory of Agricultural Soil and Water Engineering in Arid and Semiarid Areas, Ministry of Education, Northwest A&F University, Yangling* 712100, *China*)

Abstract: Accurate runoff prediction is of great significance for agricultural irrigation, reservoir scheduling, flood control and disaster mitigation in the basin. Aiming at the strong nonlinearity and non-stationarity of the runoff series, a hybrid model for monthly runoff prediction, VMD-(CNN-LSTM, ELMAN), is proposed. Firstly, VMD is used to decompose the runoff sequence into multiple modal components, and the sample entropy (*SE*) of each modal component is calculated, according to which the components are divided into high-frequency and medium-low frequency components. Then the CNN-LSTM model is used for the prediction of high-frequency components, the ELMAN model for the medium-low frequency components. Finally the predictions results are summed up. The model is then applied to the monthly runoff prediction of Baimasi Station and Heishiguan Station in the middle and lower reaches of the Yellow River Basin, and the prediction results are evaluated compared with those of CNN-LSTM, ELMAN, VMD-CNN-LSTM models. Research results show that the *NSE* values of the prediction results of this model are all greater than 0.99, which is superior to other models, indicating that the VMD-(CNN-LSTM, ELMAN) model has high prediction accuracy and can be applied to actual monthly runoff prediction of the basin.

Key words: runoff prediction; variational mode decomposition (VMD); neural network; the Yellow River Basin

收稿日期:2022-06-19; **修回日期**:2022-08-26
基金项目:国家自然科学基金项目(52079110)
作者简介:张晓煊(1999-),女,重庆万州人,硕士研究生,主要从事水文预报方向的研究。
通讯作者:宋松柏(1965-),男,陕西永寿人,博士,教授,主要从事流域水文模拟与水文预报等方面的教学与科研工作。

1　研究背景

径流是水资源系统的重要组成部分,准确的径流预测对于防洪减灾、农业灌溉、水库调度等具有重要意义[1]。但径流的形成受水文气象条件、下垫面状况以及人类活动等多方面因素的影响,是一个复杂的非线性过程,使得对径流预测难以获得较高的精度[2]。

目前,利用数据驱动模型来预测径流越来越受到人们的关注[3-4]。与物理机制模型相比,数据驱动模型不需要考虑径流形成的机制,直接对径流时间序列进行分析,从数学角度寻找输入变量与输出变量之间的线性或者非线性关系[5],因此数据驱动模型广泛应用于径流预测,以满足高精度和可靠性的要求[6]。在数据驱动模型中,机器学习是近年来最为常用的方法。传统的机器学习在时间序列分析、预测应用方面已取得了很大的进步,对于短长度和低维度序列的预测效果非常显著[7-8]。但是传统机器学习算法不能充分地从高度非平稳和复杂的时间序列中学习变化特征,例如,支持向量机(support vector machine,SVM)在大数据的情况下效率不高、对非线性问题核函数选择困难。Hinton 等[9]提出深度学习概念,开启了深度学习进程,深度学习已成为当前机器学习的重要技术之一,开始应用于时间序列预测中。赵建利等[10]设计了一种基于卷积神经网络(convolutional neural network, CNN)和长短期记忆神经网络(long short-term memory, LSTM)耦合的风电功率预测模型,预测结果较 LSTM、递归神经网络(ELMAN)模型更好。Jing 等[11]提出基于 VMD 分解的 CNN-LSTM 模型,验证了其在不同预报期的预报稳定性。采用数据分解方法对径流进行预处理能够充分挖掘径流序列的隐含信息,有利于进一步提高径流预测的准确性。变分模态分解(variational mode decomposition, VMD)作为一种新的自适应时频分析方法[12],在频率搜索和分离上性能优异,具有较好的鲁棒性[13]。目前,已有很多学者将 VMD 与机器学习的方法相结合进行径流预测[14-15],一些学者将 VMD 分解的模态分量划分为高、中、低频,并用不同的模型分别进行预测[16-17],目前这种分频预测的方法在径流预测中运用较少。

综上所述,本文针对径流序列具有较强的随机性和波动性特征,提出一种月径流预测的新型混合模型(即 VMD-(CNN-LSTM, ELMAN)),运用深度学习模型与神经网络组合进行分频预测,并将其应用在黄河流域中下游段白马寺站和黑石关站的月径流预测中。首先采用 VMD 对径流序列进行分解,再根据样本熵(sample entropy, *SE*)大小将分解后的各模态分量(IMF1, IMF2, …, IMFn)划分为高频分量和中低频分量。由于 CNN-LSTM 组合模型有着强大的特征提取能力,对非线性数据结构有很强的处理能力,因此,本文采用基于卷积神经网络(CNN)和长短期记忆神经网络(LSTM)的组合模型(CNN-LSTM)来预测径流序列的高频分量。中低频分量的非线性较弱,则由递归神经网络(ELMAN)预测。最后,将高频和中低频的预测值相加,得到径流序列最终的预测结果。

2　数据来源与研究方法

2.1　研究区概况

黄河流域位于东经 96°~119°、北纬 32°~42°之间,流域面积约 79.5×10^4 km^2,流域概况如图 1 所示。黄河分上、中、下游 3 段,上游河段水多沙少,是黄河的清水段;中游是黄河泥沙的主要来源段;下游进入平原段,水流缓慢,泥沙淤积严重。20 世纪 90 年代以来,黄河实测径流量呈减少趋势,年际变化和年内分配差异较大,导致黄河流域水资源供需矛盾尤为紧张。特别是中下游段,泥沙淤积问题进一步加剧了水资源供需矛盾,所以预测黄河流域中下游段的径流十分有必要。

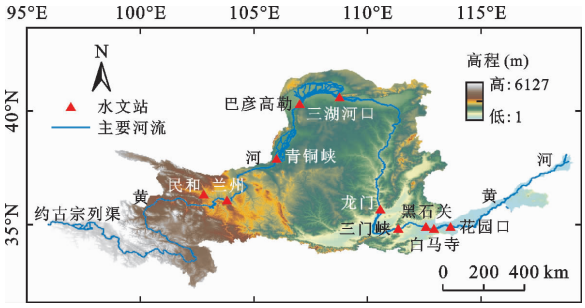


图 1　黄河流域概况

2.2　数据来源

为了验证本文提出的月径流预测混合模型,选择黄河流域中下游段白马寺和黑石关水文站的月径流序列作为实例。其中白马寺站选用 1955-2005 年(612 个月)的月径流序列,以 1955-1996 年数据为训练集,以 1997-2005 年数据为测试集。黑石关站月径流序列选用 1951-2010 年(720 个月)的月径流序列,以 1951-1999 年数据为训练集,以 2000-2010 年数据为测试集。白马寺站和黑石关站月径流序列的特征值统计见表 1。从表 1 可以看出,训练集包含了原始径流序列的统计特征,测试集

与训练集在统计特性上无明显差异,因此可以认为训练集和测试集的划分较为合理。

表 1 白马寺和黑石关水文站月径流序列特征值统计

水文站	数据集	数据长度/月	最大值/10^8 m^3	最小值/10^8 m^3	平均值/10^8 m^3	C_S	C_V
白马寺	原序列	612	285.4	0	48.18	1.100	1.593
	训练集	504	285.4	0	48.18	1.103	1.647
	测试集	108	229.0	0	48.18	1.090	1.350
黑石关	原序列	720	419.1	0	48.41	1.182	2.258
	训练集	588	419.1	0	48.48	1.197	2.409
	测试集	132	242.7	0	48.06	1.118	1.396

2.3 研究方法

2.3.1 变分模态分解 VMD 分解是一种基于变分问题的非递归分解方法,具有严密的数学理论体系,能够有效地分解非平稳非线性序列,避免出现模态混叠现象。VMD 分解的主要过程如下:

步骤 1:将固有模态函数 IMF_k 转化为有限带宽的调幅调频信号 u_k,并以固有模态函数估计带宽之和最小作为分解的约束条件[12]。

$$f = \min_{\{u_k\}\{\omega_k\}} \left\{ \sum_{k=1}^{K} \| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) u_k(t) \right] \mathrm{e}^{-j\omega_k t} \|^2 \right\} \tag{1}$$

且满足:

$$\sum_{k=1}^{K} u_k(t) = x(t) \tag{2}$$

式中:$x(t)$ 为原始径流序列,10^8 m^3;K 为分解得到的模态分量的个数;u_k 为原始序列分解后得到的模态分量,10^8 m^3;ω_k 为 u_k 的中心频率,MHz。

步骤 2:引入拉格朗日乘子 $\lambda(t)$ 和二次惩罚项 α 将约束优化转化为非约束优化[12]。

$$L(\{u_k\},\{\omega_k\},\lambda) = \alpha \left\{ \sum_{k=1}^{K} \| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) u_k(t) \right] \mathrm{e}^{-j\omega_k t} \|^2 \right\} + \| f(t) - \sum_{k=1}^{K} u_k(t) \|_2^2 + \left\langle \lambda(t), f(t) - \sum_{k=1}^{K} u_k(t) \right\rangle \tag{3}$$

步骤 3:采用交替乘子方向法对模态函数 u_k、中心频率 ω_k 以及拉格朗日乘子 $\lambda(t)$ 进行迭代更新,得到最优值[18]。

$$u_k^{n+1}(\omega) = \frac{f(\omega) - \sum_{i \neq k} u_i(\omega) + \frac{\lambda(\omega)}{2}}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k)^2} \tag{4}$$

$$\omega_k^{n+1} = \frac{\int_0^{\infty} \omega \, | u_k(\omega) |^2 \mathrm{d}\omega}{\int_0^{\infty} | u_k(\omega) |^2 \mathrm{d}\omega} \tag{5}$$

$$\lambda^{n+1}(\omega) = \lambda^n(\omega) + \tau \left(x(\omega) - \sum_{k=1}^{K} u_k^{n+1}(\omega) \right) \tag{6}$$

式中:$u_k^{n+1}(\omega)$ 为剩余分量$[f(\omega) - \sum u_i(\omega)]$的维纳滤波结果;$\omega_k^{n+1}$为模态函数功率谱的中心频率;$\tau$ 为更新因子。

步骤 4:重复步骤 1、2 和 3,当满足 $\sum (\| u_k^{n+1} - u_k^n \| / \| u_k^n \|) < f$ 时(f 为阈值),即认为收敛,停止迭代。

VMD 的核心参数为数据保真度约束参数 α 和分解个数 K,本文取 α 为径流序列的长度,K 为采用自适应噪声完备集合经验模态分解(complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise, CEEMDAN)方法分解原序列产生的模态函数个数。

2.3.2 CNN - LSTM 预测模型 卷积神经网络(CNN)由输入层(Input)、卷积层(C)、池化层(S)、全连接层(F)和输出层(Output)构成。CNN 的本质在于构建多个提取特征的滤波器。卷积层从全局数据中提取特征信息,并激活传递给下一层。其中,每个卷积层包含多个初始权重不同的卷积核。池化层用来降低模型参数维数,以增强模型的泛化性。全连接层将卷积 - 池化提取到的特征向量重新进行拟合,以减少特征信息的丢失[19]。长短期记忆神经网络(LSTM)相较于循环神经网络(recurrent neural network,RNN)在隐含层神经单元中加入了记忆单元,解决了 RNN 在实际应用中长期依赖的问题[20]。本文利用 CNN - LSTM 模型预测高频分量,首先利用 CNN 提取径流序列动态变化的多维特征,然后将特征向量转化为时间序列的形式输入到 LSTM 网络中进一步找寻内部规律,从而实现对高频分量的预测,其训练过程如图 2 所示。

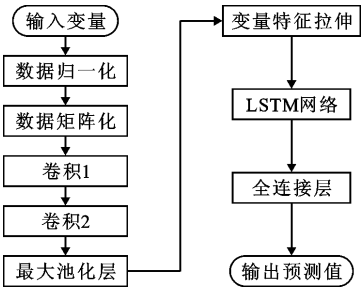


图 2　CNN – LSTM 模型训练过程示意图

2.3.3　ELMAN 预测模型　ELMAN 网络相较于传统神经网络增加了一个承接层,使网络存在记忆功能,能更好地适应数据输入的动态变化[21],其结构如图 3 所示。

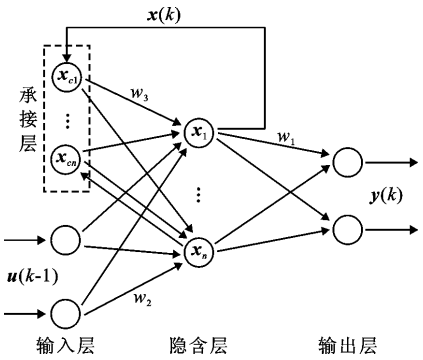


图 3　ELMAN 模型结构示意图

其非线性状态空间表达式为:

$$\boldsymbol{x}(k) = f[w_3 x_c(k) + w_2 \boldsymbol{u}(k-1)] \tag{7}$$

$$\boldsymbol{y}(k) = g[w_1 x(k)] \tag{8}$$

$$\boldsymbol{x}_c(k) = x(k-1) \tag{9}$$

式中:$\boldsymbol{y}$ 为 m 维输出节点向量;$\boldsymbol{x}$ 为 n 维隐含层节点元向量;$\boldsymbol{u}$ 为 r 维输入向量;$\boldsymbol{x}_c$ 为 n 维反馈状态向量;w_1 为隐含层到输出层的连接权值;w_2 为输入层到隐含层的连接权值;w_3 为承接层到隐含层连接权值;$f(*)$ 为隐含层传递函数,一般选择 Sigmoid 型函数;$g(*)$ 为输出层传递函数,是隐含层输出的线性组合。

2.3.4　VMD – (CNN – LSTM, ELMAN)模型　本文采用"分解 – 预测 – 重构"的方法对月径流序列进行预测。首先采用 VMD 对径流序列分解,得到多个模态函数 IMF1,IMF2,…,IMFn,并根据样本熵值将其划分为高频和中低频分量。然后采用CNN – LSTM 预测高频分量,ELMAN 预测中低频分量,将高频和中低频分量预测结果相加,得到最终径流预测结果。最后,利用评价指标评价模型的适用性。本文的计算流程见图 4。

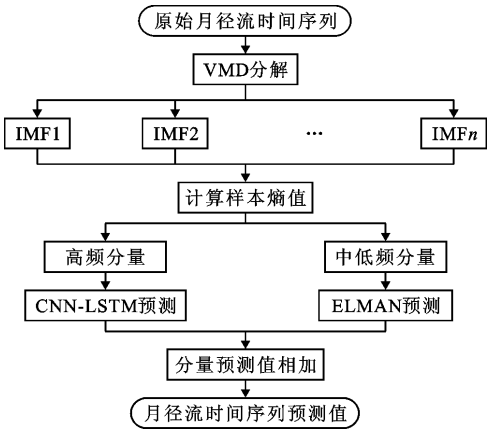


图 4　VMD – (CNN – LSTM, ELMAN)模型月径流序列预测流程

2.3.5　评价指标　选用平均绝对误差(mean absolute error, *MAE*)、均方根误差(root mean squared error, *RMSE*)、纳什效率系数(Nash – Sutcliffe efficiency coefficient, *NSE*)作为径流预测精度的评价指标。

3　结果与分析

3.1　VMD 分解

首先利用 VMD 分解白马寺站和黑石关站的原始径流序列,K 值由 CEEMDAN 的模态个数决定,得到的 IMFs 分量如图 5 所示。然后计算各子序列的 *SE* 值,结果见表 2,将 *SE* 值大于 0.6 的设为高频分量,小于 0.6 的为中低频分量。由表 2 可知,白马寺站 IMF5、IMF7 和 IMF9 为高频分量,其余为中低频分量;黑石关站 IMF7 和 IMF9 为高频分量,其余为中低频分量。

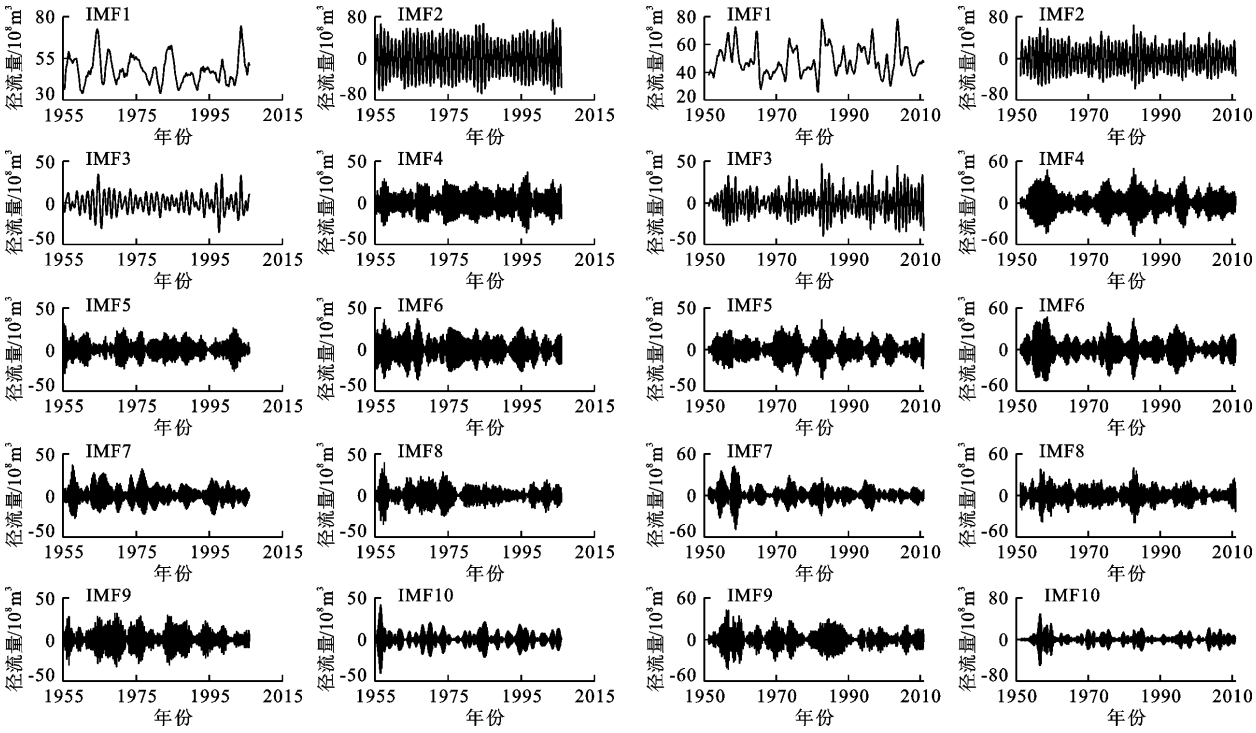
表 2　白马寺和黑石关水文站月径流序列分解子序列的样本熵值及频率划分

水文站	模态分量	样本熵值	频率划分	水文站	模态分量	样本熵值	频率划分
白马寺	IMF1	0.427	中低频	黑石关	IMF1	0.414	中低频
	IMF2	0.490	中低频		IMF2	0.518	中低频
	IMF3	0.590	中低频		IMF3	0.589	中低频
	IMF4	0.538	中低频		IMF4	0.462	中低频
	IMF5	0.629	高　频		IMF5	0.531	中低频
	IMF6	0.571	中低频		IMF6	0.527	中低频
	IMF7	0.635	高　频		IMF7	0.605	高　频
	IMF8	0.562	中低频		IMF8	0.570	中低频
	IMF9	0.606	高　频		IMF9	0.612	高　频
	IMF10	0.458	中低频		IMF10	0.427	中低频

3.2 模型预测结果与误差评价

频率划分之后,利用 CNN – LSTM 预测高频分量。首先利用 CNN 提取两个水文站径流序列动态变化的多维特征,然后将特征向量转化为时间序列的形式再输入到 LSTM 网络中,进一步找寻内部规律,从而实现对高频分量的预测。其中,滞时设置为 12,将原始数据集进行划分并依次进行归一化和矩阵化,建立两个卷积层,卷积核大小均为[2 1],然后通过最大池化层进行降维,卷积层和池化层的移动步长均设为 1,激活函数为 Relu 函数[22]。将输出的矩阵通过拉伸变为一维向量,再输入到 LSTM 中,最后通过全连接层输出结果。同时利用 ELMAN 预测中低频分量。其中,滞时设置为 12,将原始数据集进行划分,并进行归一化处理,设置训练次数为 5 000,训练目标最小误差为 10^{-5},隐含层数目设置为 15。最后将高频和中低频分量的预测值相加得到最终的预测结果。

为验证该预测方法的有效性,选择 CNN – LSTM(M1 模型)、ELMAN(M2 模型)、VMD – CNN – LSTM(M3 模型)与 VMD –(CNN – LSTM, ELMAN)(M4 模型)进行对比分析。不同模型测试集预测结果见图 6,预测结果评价指标值见表 3。



(a) 白马寺站 (IMF1~IMF10) (b) 黑石关站 (IMF1~IMF10)

图 5 白马寺和黑石关水文站月径流序列 VMD 分解图

表 3 不同模型对径流量预测结果的评价指标值比较

水文站	模型	*MAE* /10^8 m^3	*RMSE* /10^8 m^3	*NSE*
白马寺	CNN – LSTM (M1 模型)	31.215	43.738	0.532
	ELMAN (M2 模型)	31.697	46.311	0.462
	VMD – CNN – LSTM (M3 模型)	4.130	5.596	0.978
	VMD –(CNN – LSTM, ELMAN)(M4 模型)	3.238	4.092	0.994
黑石关	CNN – LSTM (M1 模型)	25.918	36.642	0.300
	ELMAN (M2 模型)	26.824	39.284	0.215
	VMD – CNN – LSTM (M3 模型)	4.222	5.854	0.976
	VMD –(CNN – LSTM, ELMAN)(M4 模型)	2.942	3.829	0.994

由表 3 可知,M1 模型的预测效果略优于 M2 模型,这是由于在未分解的情况下,原序列的非线性和非稳定性很强,而深度神经网络有着强大的特征提取能力,对非线性的数据结构有更强的处理能力。

对比 M1 模型和 M3 模型发现,M3 模型对白马寺站和黑石关站预测结果的 *NSE* 值较 M1 模型相应 *NSE* 值分别提高了 84% 和 225%,说明 VMD 分解能够很大程度地提高模型的预报精度。在 4 个模型中,M3 和 M4 的 *NSE* 值均达到 0.97 以上,*MAE* 与 *RMSE* 值均小于 5×10^8 m^3,两个模型的性能最优。进一步对比可以发现,M4 模型较 M3 模型在预测性能上又有小幅度提升,这是由于模态分量被划分为高频分量和中低频分量,而 ELMAN 模型比 CNN – LSTM 模型更加适用于中低频分量的预测,图 6 也验证了这一结论。除此之外,经过 VMD 分解后,CNN – LSTM 模型捕获了峰值和谷值变化,在加入分频预测后,模型精度得以进一步提高,也提高了个别较大峰值的预测精度。

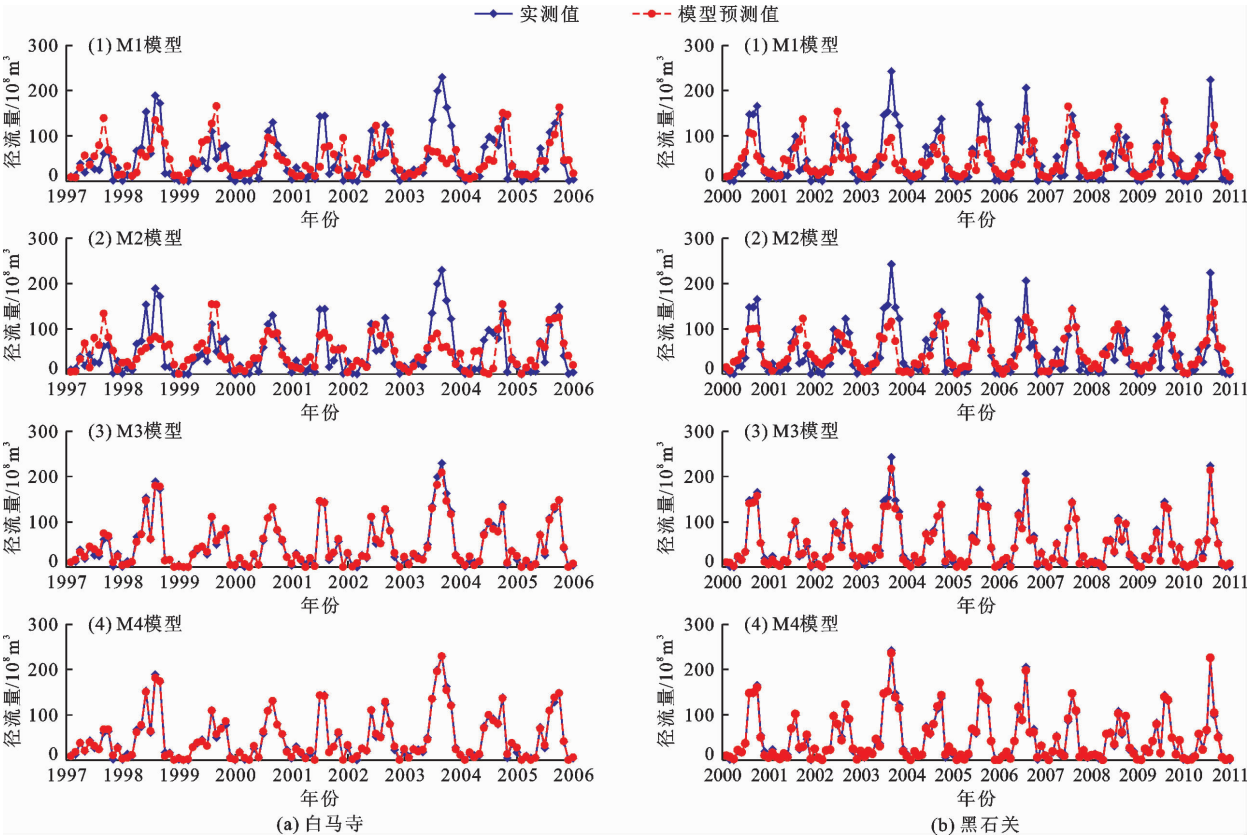


图 6　白马寺和黑石关水文站月径流序列不同模型测试集预测结果

4　讨　论

通过使用 VMD – (CNN – LSTM, ELMAN)模型对月径流序列进行建模和预测,发现模型在两个水文站的测试期均显示出优异的建模性能。其原因是本研究中使用的月径流序列显示出非平稳和非线性的特征,而选用的模型能够很好地处理非线性问题。在模型评价中,M1 模型和 M2 模型的预测结果验证了深度学习模型强大的特征提取能力和对非线性数据结构的处理能力,这与其他学者的相关研究结论一致[23-25];M1 与 M3 模型预测结果证实了 VMD 分解方法能够大幅度提高预测精度的事实[14-15];M3 与 M4 模型预测结果验证了分频预测方法的有效性,其在径流预测上的研究结果与其他领域的研究结果相同[16-17],说明分频预测的确能够进一步提高预测精度。

本文选择的研究站点位于黄河流域中下游段,该模型是否适用于整个黄河流域还需要其他水文站点的进一步验证。同时,模型的预报因子只考虑了径流,在下一步的研究中可以考虑添加降水、蒸发和气象因素等预报因子,以进一步提高预测精度。

5　结　论

本文将 VMD 与 CNN – LSTM 和 ELMAN 耦合,建立了月径流序列预测模型,并利用多种模型对黄河流域中下游段白马寺和黑石关水文站的径流序列进行预测比较,优选出 VMD – (CNN – LSTM, ELMAN)模型。得出以下主要结论:

(1)CNN – LSTM 较 ELMAN 模型能更好地提取特征信息,对非线性的数据结构有更强的处理能力。

(2)对于高度非线性和非平稳的月径流时间序列,

利用 VMD 将原序列分解成多个模态分量,为数据驱动模型提供良好的数据基础,能够有效地提高模型预测精度,因此,先将月径流序列进行 VMD 分解是必要的。

(3)分频预测可以进一步提高预报精度,但前提是需要选择适用于不同模态分量的预测模型。本文利用 ELMAN 模型替换 CNN - LSTM 模型对中低频分量的预测,发现模型精度有所提高,说明 ELAMN 模型较 CNN - LSTM 模型更加适用于中低频分量的预测。

参考文献:

[1] 王丽丽,李 新,冉有华,等. 基于奇异谱分析 - 灰狼优化 - 支持向量回归混合模型的黑河正义峡月径流预测[J]. 遥感技术与应用,2020,35(2):355 - 364.

[2] 孙 娜,周建中. 基于正则极限学习机的非平稳径流组合预测[J]. 水力发电学报,2018,37(8):20 - 28.

[3] BAJIRAO T S, KUMAR P, KUMAR M, et al. Potential of hybrid wavelet-coupled data-driven-based algorithms for daily runoff prediction in complex river basins[J]. Theoretical and Applied Climatology, 2021, 145: 1207 - 1231.

[4] FRAME J, KRATZERT F, KLOTZ D, et al. Deep learning rainfall - runoff predictions of extreme events[J]. Hydrology and Earth System Sciences Discussions, 2022, 26(13): 3377 - 3392.

[5] HE Xinxin, LUO Jungang, LI Peng, et al. A hybrid model based on variational mode decomposition and gradient boosting regression tree for monthly runoff forecasting[J]. Water Resources Management, 2020, 34: 865 - 884.

[6] KUMAR S, TIWARI M K, CHATTERJEE C, et al. Reservoir inflow forecasting using ensemble models based on neural networks, wavelet analysis and bootstrap method[J]. Water Resources Management, 2015, 29: 4863 - 4883.

[7] CHEN Shu, REN Miaomiao, SUN Wei. Combining two-stage decomposition based machine learning methods for annual runoff forecasting[J]. Journal of Hydrology, 2021, 603: 126945.

[8] SAMANTARAY S, SAHOO A. Estimation of runoff through BPNN and SVM in Agalpur Watershed[M]// DITZINGER T. Advances in Intelligent Systems and Computing. Berlin: Springer, 2020.

[9] HINTON G E, OSINDERO S, TEH Y - W. A fast learning algorithm for deep belief nets[J]. Neural Computation, 2006, 18(7): 1527 - 1554.

[10] 赵建利,白格平,李英俊,等. 基于 CNN - LSTM 的短期风电功率预测[J]. 自动化仪表,2020,41(5):37 - 41.

[11] JING Xin, LUO Jungang, ZHANG Shangyao, et al. Runoff forecasting model based on variational mode decomposition and artificial neural networks[J]. Mathematical Biosciences and Engineering, 2022, 19(2): 1633 - 1648.

[12] DRAGOMIRETSKIY K, ZOSSO D. Variational mode decomposition[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 62(3): 531 - 544.

[13] DING Jiakai, XIAO Dongming, LI Xuejun. Gear fault diagnosis based on genetic mutation particle swarm optimization VMD and probabilistic neural network algorithm[J]. IEEE Access, 2020, 8: 18456 - 18474.

[14] ZHANG Fangqim, KANG Yan, CHENG Xiao, et al. A hybrid model integrating Elman neural network with variational mode decomposition and Box - Cox transformation for monthly runoff time series prediction[J]. Water Resources Management, 2022, 36: 3673 - 3697.

[15] SIBTAIN M, LI Xianshan, NABI G, et al. Development of a three-stage hybrid model by utilizing a two-stage signal decomposition methodology and machine learning approach to predict monthly runoff at Swat River Basin, Pakistan[J]. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2020, 2020: 7345676.

[16] LIU Hongchi, LI Peng, LI Meng, et al. Load prediction based on hybrid model of VMD - mRMR - BPNN - LSSVM[J]. Complexity, 2020, 2020: 6940786.

[17] ZHANG Gang, LIU Hongchi, ZHANG Jiangbin, et al. Wind power prediction based on variational mode decomposition multi-frequency combinations[J]. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, 2019, 7: 281 - 288.

[18] LIU Wei, CAO Siyuan, CHEN Yangkang. Applications of variational mode decomposition in seismic time-frequency analysis[J]. Geophysics, 2016, 81(5): V365 - V378.

[19] KIM T - Y, CHO S - B. Predicting residential energy consumption using CNN - LSTM neural networks[J]. Energy, 2019, 182: 72 - 81.

[20] HOCHREITER S, SCHMIDHUBER J. Long short-term memory[J]. Neural Computation, 1997, 9(8): 1735 - 1780.

[21] ELMAN J L. Finding structure in time[J]. Cognitive Science, 1990, 14(2): 179 - 211.

[22] 包苑村,解建仓,罗军刚. 基于 VMD - CNN - LSTM 模型的渭河流域月径流预测[J]. 西安理工大学学报,2021,37(1):1 - 8.

[23] LIVIERIS I E, PINTELAS E, PINTELAS P. A CNN - LSTM model for gold price time-series forecasting[J]. Neural Computing and Applications, 2020, 32: 17351 - 17360.

[24] LU Wenjie, LI Jiazheng, LI Yifan, et al. A CNN - LSTM-based model to forecast stock prices[J]. Complexity, 2020, 2020: 6622927.

[25] MUZAFFAR S, AFSHARI A. Short-term load forecasts using LSTM networks[J]. Energy Procedia, 2019, 158: 2922 - 2927.