

虚拟仿真 APP 开发在土体孔隙细观 两相渗流研究中的应用

蔡沛辰, 阙云, 李显
(福州大学 土木工程学院, 福建 福州 350108)

摘要: 为揭示土体孔隙结构对细观渗流机理的影响,并探寻一种简便、高效的研究方法,选取福建省福州市某地原状花岗岩残积土作为研究对象,以水-气两相耦合问题为例,基于计算机断层扫描(CT)和虚拟仿真 APP 开发技术研究土体孔隙中细观渗流规律。结果表明:水-气两相渗流过程存在大孔隙优先流特征,且“绕流”现象一般易于出现在孔隙成圆度较高部位。受水、气相参数的限制,部分死角孔隙形成了只含气相的封闭空间。两相渗流速度主要受孔道迂回程度控制,孔径大、弯曲程度低的孔隙中渗流速度相对较大,且存在明显的“优势通道”。发生“绕流”现象部位的流速远小于其周围的渗流流速。土体孔隙两相渗流压力场分布存在不均匀性。仿真 APP 可将复杂的理论和物理场封装起来,使科研工作者面对友好的自定义界面,可极大提高科研效率。

关键词: 土体孔隙结构; 细观渗流; 水-气两相耦合; 计算机断层扫描切片; APP 开发

中图分类号: TV139.1; O357.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-643X(2021)06-0207-08

Application of virtual simulation APP development to the study of two-phase meso-seepage in soil pores

CAI Peichen, QUE Yun, LI Xian

(College of Civil Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

Abstract: To reveal the influence of soil pore structure on meso-seepage mechanism, and find a simple and efficient research method, we selected the undisturbed granite residual soil in Fuzhou, Fujian as the research object to study the water-air two-phase coupling of meso-seepage in soil pores, based on computed tomography (CT) and virtual simulation APP development technology. The results showed that large pore preferential flow existed in the water-air two-phase seepage process, and the phenomenon of “detouring” tended to occur at the positions of high pore roundness. Affected by the parameters of water and air phases, some pores at the dead angles formed some closed space containing only air phase. The two-phase seepage velocity was mainly controlled by the curves of the pore channel, when the pore was straight and wide, the seepage velocity was relatively high, which eventually formed a “preferential channel”. The seepage velocity at the “detouring” part of the pore was far slower than that at the surrounding parts. Furthermore, the distribution of the two-phase seepage pressure fields in the soil mass were inhomogeneous. With the help of virtual simulation APP, the complex theoretical and physical fields can be easily encapsulated to present a user-friendly self-defined interface for the researchers to work with, which can greatly improve the efficiency of scientific research.

Key words: soil pore structure; meso-seepage; water-air two-phase coupling; computed tomography (CT) slices; APP development

收稿日期:2021-03-23; 修回日期:2021-07-05

基金项目:国家自然科学基金项目(41772297);福建省自然科学基金项目(2018J01771)

作者简介:蔡沛辰(1998-),男,甘肃庆阳人,硕士研究生,研究方向为土壤渗流。

通讯作者:阙云(1980-),男,江西黎川人,博士,教授,研究方向为土壤渗流。

1 研究背景

土体孔隙的渗流问题在坝体工程、边坡防护、基坑开挖等领域具有非常重要的研究意义^[1-3],由于土体渗流涉及水-气两相耦合问题,使得求解过程变得较为棘手^[4]。而传统的渗流研究多集中于宏观尺度,用试验手段测得渗透系数来表征土体的渗流特性。但一方面这种研究无法直观准确地描述孔隙结构特征、流体渗流路径以及孔隙结构与渗流特性之间的内在联系^[5],另一方面,试验方法耗时、耗力、耗资,且不利于重复性开展。因此,为克服上述试验方法的不足,一些细观尺度下的数值仿真方法得到了广泛应用并迅速发展。

目前,细观尺度下数值仿真手段主要包括以下两大类:

(1)基于计算机编程的仿真手段。例如苗杰^[6]借助 Poreflow 半代码编程模拟器,对煤岩进行了水-气两相流模拟,并将模拟结果与实测结果进行了对比验证;徐宗恒等^[7]采用格子玻尔兹曼方法纯代码编程,对土体孔隙进行了整个渗流过程的定量化研究。

(2)基于专业有限元软件的模拟手段,例如李辉等^[8]从土石坝渗流角度出发,借助 COMSOL 软件建立模型,对不同水位下的坝体浸润线、渗透水压力以及坝体内比降等相关渗流参数进行了研究;戚蓝等^[9]、湛文涛等^[10]和邢皓枫等^[11]从降雨强度角度出发,分别采用 ABAQUS 和 SEEP 软件分析了降雨类型和降雨强度对边坡滑移特征时空分布规律的影响,并详细探讨了降雨强度和历时对路基土边坡渗流场的影响情况。上述研究虽然已取得了丰硕的成果,但计算机编程仿真方法要求研究者不仅需具备较强的专业知识,且需熟悉相应的编程语言,适用对象面相对较窄,而应用最为广泛的专业软件模拟方法虽对程序语言能力要求较低,但还是较侧重于针对专业的科研工作者使用,且重复性操作较为繁琐、耗时。

鉴于此,本文以原状花岗岩残积土为研究对象,对其进行工业 CT 扫描,建立反映真实土体孔隙结构的几何模型,采用虚拟仿真 APP 开发手段封装土体细观尺度下水-气两相渗流数值仿真平台,对孔隙内水-气两相流动过程进行动态可视化研究,并验证了结果的真实性,以期探寻一种高效、快捷的研究手段,使科研工作者面对友好的自定义界面,从而提高科研效率。

2 CT 扫描及土体细观模型构建

试验原状土选自福建省福州市某地山坡,现场取样如图 1 所示。取样点选取植被茂密的位置,取样前先清理表面腐殖层,清理面积为 $100\text{ cm} \times 100\text{ cm}$,厚度为 20 cm ,最终获取尺寸为 $15\text{ cm} \times 15\text{ cm} \times 40\text{ cm}$ 的土柱试样。测试土样的基本物理参数,结果如表 1 所示,其中,渗透率定义为:在一定压差下,土体本身允许流体通过的能力,由于花岗岩残积土渗透性较小,渗透率测定一般采用变水头试验^[12]。

表 1 所选试样的基本物理参数

天然密度 $\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	含水率 $w / \%$	孔隙比	液限 $w_L / \%$	塑限 $w_p / \%$	渗透率/ μm^2
1981	18.42	0.722	34.82	20.18	4.70×10^{-4}



图 1 试验原状土现场取样^[5]

对获取的原状土采用英华公司 C450KV 高能量工业 CT 扫描仪进行 XZ 面扫描,CT 扫描工作电压为 450 kV ,工作电流为 63 mA ,扫描最低分辨率为 0.15 mm ,之后得到一系列能真实体现土壤孔隙分布的 CT 扫描切片,如图 2 所示。

通过 MATLAB 软件中的 imread 和 im2bw 等函数功能,对 CT 扫描图像进行二值化处理,形成只包含黑白两色的图像,再基于小波变换对二值化图像进行降噪处理,除去图像中孤立的噪点,最后选取中间位置的切片,截取其中孔隙连通性较好的区域作为模拟对象,如图 3 所示,截取的区域大小为 $3\text{ mm} \times 1.65\text{ mm}$ 。将图像以数组的形式存储在 MATLAB 中,借助 COMSOL-MATLAB 接口^[13]将它们转换为计算域,并作为计算几何模型导入 COMSOL 中进行仿真模拟,如图 4 所示。

3 虚拟仿真平台及 APP 开发

3.1 虚拟仿真平台

COMSOL Multiphysics 被誉为“第一款真正的任

意多物理场直接耦合分析软件”,是一款具备完善的理论基础、集功能性、灵活性和实用性于一体,并可通过内部预设的专业求解模块方便用户进行应用

和进一步开发拓展的软件^[14]。其中,COMSOL APP 是通过高度专业化的用户界面与 COMSOL 模型进行交互的一种直观而有效的研究方式。

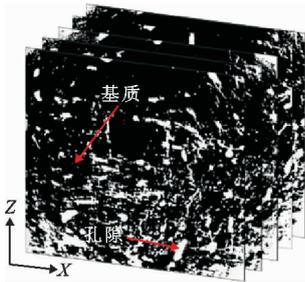


图2 试验土样二维扫描切片^[5]



图3 本文所采用的土样二值化扫描图像



图4 进行仿真模拟的土样几何模型

3.2 仿真 APP 构建过程

下面以渗流场研究中经典的水-气两相流问题为例,详细叙述如何通过基于 COMSOL Multiphysics 构建的虚拟仿真平台封装搭建独立运行的仿真 APP,便于科研工作者省时、省力地研究土体孔隙中的渗流规律^[15]。

3.2.1 数值模拟平台建立

(1)几何模型导入。将建立的计算模型通过 COMSOL - MATLAB 接口转换为计算域(图4),并作为计算几何模型导入 COMSOL 中进行仿真模拟。

(2)分别采用 N - S (Navier - Stokes) 方程和 Level Set 方法描述流体流动状态和水-气两相界面的瞬时动态变化情况^[16]。其中 Level Set 方法接口通过跟踪水平集函数的等值线 Φ 来确定流体界面, $\Phi = 0$ 表示流体为气相, $\Phi = 1$ 表示流体为水相,一般取 $\Phi = 0.5$ 的等值线作为相界面。控制 Φ 的传递和重新初始化的方程为:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \Phi = \gamma \nabla \cdot \left(\varepsilon \nabla \Phi - \Phi(1 - \Phi) \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right) \quad (1)$$

式中: Φ 为水-气两相界面等值线函数; t 为渗流时间, s; \mathbf{u} 为流速, m/s; γ 为重新初始化参数, m/s; ε 为界面厚度控制参数, m。

为使 Level Set 方程在计算过程中具有较高的稳定性,公式(1)中的 ε 通常可取值为 $\varepsilon = h_c/2$, 其中 h_c 为界面区域的网格大小。此外,可通过下式确定全局密度 ρ (kg/m³) 和动力黏度 μ (Pa · s):

$$\rho = \rho_w + (\rho_g - \rho_w) \Phi \quad (2)$$

$$\mu = \mu_w + (\mu_g - \mu_w) \Phi \quad (3)$$

式中: ρ_w 、 ρ_g 分别为水相和气相的密度, kg/m³; μ_w 、 μ_g 分别为水相和气相的动力黏度, Pa · s。

计算步骤如下:

第1步,将构建的多孔介质几何模型导入到 COMSOL 中,设置相应的尺寸参数,并用多边形矢量功能设置两相渗流的初始界面位置,将多孔介质模型分为两部分。

第2步,对多孔介质几何模型两部分分别添加研究者所需要的仿真材料属性,驱替相添加为“水”,被驱替相添加为“空气”。

第3步,采用水平集模块和层流模块进行多物理场耦合计算,驱替相与被驱替相本构关系均为牛顿流,且在动量方程中包含表面张力,边界条件为不透水层,边壁为无滑移条件。水相从上边界进入孔隙区域,以初始界面为界线,通过水压力驱替气相,到下边界流出,整个过程中孔隙区域内保持恒定的水压差。

第4步,使用软件自带的“自由三角形网格”功能对模型进行网格划分,类型和尺寸设置为流体动力学和极细化(若划分不成功,即由于多孔介质模型孔隙结构较为复杂或均质性差,需要对网格调整为粗化)。

第5步,使用相初始化求解器和瞬态求解器共同进行求解,求解器的时间步长为 range(0 ~ 0.2 s, 每 10⁻⁵ s 计算 1 次),点击计算,经过计算后可得到两相渗流的动态可视化过程以及速度场、压力场等示意图。

(3)交互搭建 APP。使用 COMSOL 中 APP 开发者功能对模型建立过程进行交互 APP 封装搭建。自主设计封装完成的 APP 启动界面如图 5 所示。该系统主要包括“参数设置区”“边界设定区”“功能操作区”和“结果展示区”等,详细如图 6 所示。其中,“参数设置区”和“边界设定区”主要包含“模型导入”“材料属性设定”“边界条件选定”“压差参数输入”等;“功能操作区”主要包含“构建模型”“网

格剖分”“计算”“创建报告”和“帮助”等按钮;“结果展示区”主要为模型可视化展示以及计算后得到两相渗流过程、速度场等结果示意图的展示。



图5 自主设计封装完成的 APP 启动界面

3.2.2 仿真 APP 封装

(1)主窗口设定。在主窗口下菜单栏中添加 3 个子项,并分别设置为“保存”“另存为”和“退出”,快捷方式链接为“CTRL + S”“CTRL + SHIFT + S”和“CTRL + E”。

(2)建立相应功能的表单,并在主表单中完成 APP 运行界面的整体布局规划。在表单窗口建立 4 个表单,其中第 1 个表单作为主表单用于 APP 窗口的整体搭建布局设计,为防止表单过多,将“参数设置区”“功能操作区”和“结果展示区”布置在其上;

其他 3 个表单分别为集合表单、信息表单和 APP 主要功能简介表单,将信息表单和 APP 主要功能简介表单及主表单复合到几个表单中,以主表单为默认窗口展示。

(3)程序编写,添加相应功能。对于所需输入的参数及仿真过程在之前已完成,现可以直接链接到 APP 中,并为参数设置区、功能操作区和结果展示区添加相应功能。

“参数设置区”的功能实现选择全局定义命令下的所需参数进行链接,可通过添加 Method 并输入程序语句实现参数初始化功能;“边界设定区”需要插入“选择输入”,并以“显示”的方式与之前建模过程进行链接,显示于主表单的图像窗口;“功能操作区”的功能实现选择模型 ROOT 命令下的相关操作;“结果展示区”的功能实现选择结果命令下的相关可视化显示,且可在工具栏命令下添加图像放大、缩小、打印等基本功能。

(4)APP 搭建封装完成。至此,所有按钮及相关功能已封装完成,通过 compiler 功能对其编译处理,并可根据自身需求设置相应的 APP 图标和启动界面,最后输出可供 Windows、Linux 和 macOS 三大系统使用的 EXE 格式的 APP 文件。

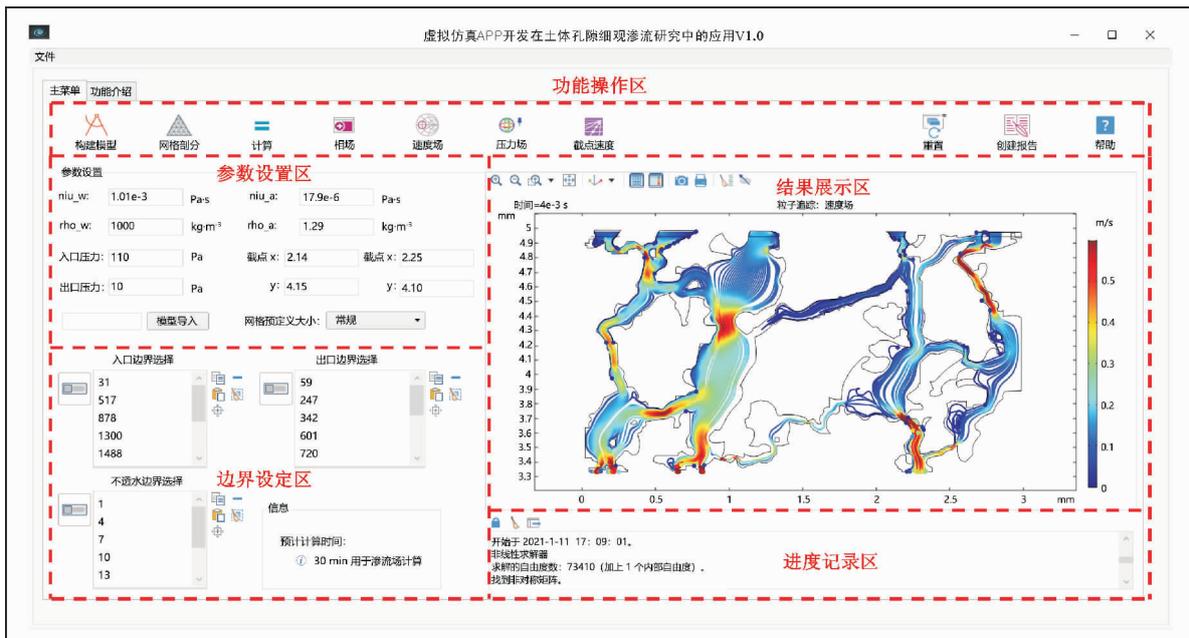


图6 虚拟仿真 APP 运行界面

4 结果与分析

基于 CT 扫描技术构建的土体孔隙细观模型,以水-气两相渗流为例(水相为驱替相,气相为初

始相),借助虚拟仿真 APP 开发技术,将复杂的理论和物理场封装起来,模拟不同时刻水-气两相渗流的动态可视化过程。为使得模拟结果更好地贴近于真实情况,土体孔隙渗流方向设为沿深度方向进行,

并设置模型初始压差以 $P_{in} = 110 \text{ Pa}$ 入渗、 $P_{out} = 10 \text{ Pa}$ 流出,详细边界条件设置如图 7 所示,其他相关参数如表 2 所示。

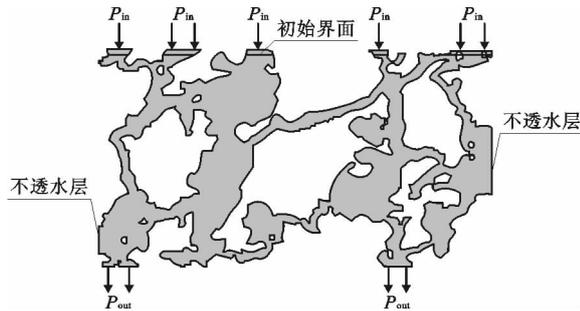


图 7 土体孔隙水-气两相渗流边界条件设定

表 2 土体孔隙水-气两相渗流计算参数

类别	界面张力 ^[17] / ($\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$)	密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	动力黏度/ ($\text{Pa} \cdot \text{s}$)
水相	4.80×10^{-2}	1000	1.01×10^{-3}
气相		1.209	1.79×10^{-5}

4.1 仿真数值模型验证

为验证所构建数值模型的正确性,采用文献[18]的方法,验证几何模型中渗流是否符合 Darcy 定律。水流通过压力进行驱动,从上边界进入孔隙区域,到下边界流出,并在孔隙区域内保持恒定的水压差 100 Pa。整个孔隙区域 XZ 面的水流流速云图如图 8 所示。由图 8 可以发现,在渗流路径上存在一些高速区,经计算得出整个孔隙区域的平均流速为 0.0414 m/s ,平均体积流量为 $8.19 \times 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}$ 。

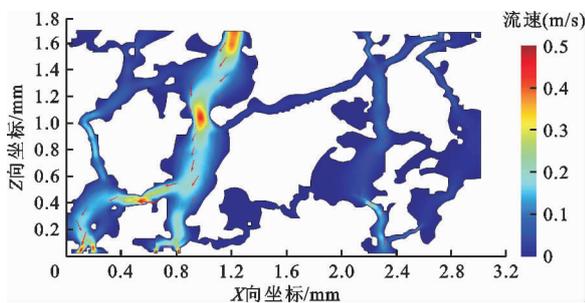


图 8 土体孔隙区域 XZ 面模型流速云图

通过改变模型边界的水压差计算相应的体积流量,对其进行参数化研究,图 9 为渗流体积流量随水压差的变化趋势。由图 9 可看出,渗流体积流量随施加的水压差基本呈线性变化,符合 Darcy 定律,也验证了该计算模型的正确性。

4.2 水-气两相渗流过程

图 10 为土体孔隙水-气两相渗流过程动态示

意图。由图 10(a)、10(b)可看出,水体会优先选择较大孔隙进行渗流,之后才会选择较窄孔隙。由图 10(c)可发现,渗流相在成圆度较高的孔隙处易出现“绕流”现象,通过计算得出此处成圆度达 0.76,成圆度表征孔隙形状趋近于圆的程度,定义为 4π 倍的孔隙面积与孔隙周长平方的比值^[19]。再对比观察图 10(c)、10(d)可以发现,渗流水体还存在“回流”现象,且部分死角孔隙水流不能进入,其原因是孔隙中的水、气均不可压缩且不相溶,使孔隙中形成了只含有空气的封闭空间。

综上所述,通过虚拟仿真 APP 平台对于细观尺度水-气两相渗流进行模拟,能很好地显示两种不混溶流体之间的界面位置;水-气两相渗流过程存在大孔隙优先流特征,且“绕流”现象一般易于出现在孔隙成圆度较高处;受水、气相参数限制,部分死角孔隙形成了只含气相的封闭空间。

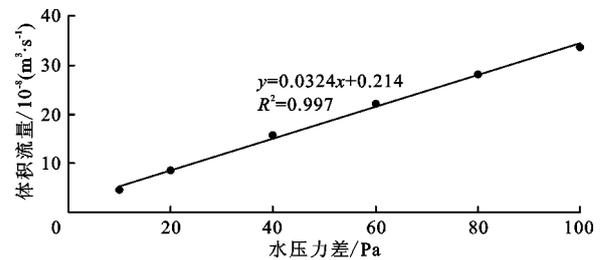


图 9 土体孔隙水-气两相渗流体积流量随水压差的变化趋势

4.3 水-气两相渗流速度场

在水-气两相渗流细观速度场的基础上,运用 COMSOL 后处理模块中的粒子追踪方法绘制不同时刻流速场下的粒子追踪图像,如图 11 所示(粒子起点控制参数表示为 $X: \text{range}(0, 0.006, 3)$, $Z: 1.65$, 单位: mm),图中粒子轨迹线条的颜色与图例相对应,表示流速的大小;线条密度表示通过孔隙的水流流量大小。

对比图 11(a)和 11(b)可知,渗流路径 1-1'和 2-2'相比其他路径孔道的弯曲程度更低,渗流速度也相应较大。再对比观察图 11(c)和 11(d)可以发现, $t = 4 \times 10^{-3} \text{ s}$ 时刻孔隙中的流量明显大于 $t = 8 \times 10^{-4} \text{ s}$ 时刻,同时水-气两相渗流存在“绕流”现象,出现“绕流”现象部位的速度相比其周围速度更小,且这种现象随着渗流时间的增加而更加显著,如图 11(d)中圆圈标出的“绕流”部位的平均“绕流”流速仅为 0.0058 m/s ,而其周围的渗流平均流速为 0.087 m/s ,两者相差 14 倍。

上述现象表明,水-气两相渗流流速大小受孔道弯曲程度控制,且流体优先选择连通性较好的孔

道进行渗流。水-气两相渗流中发生“绕流”部位的流速远小于其周围的渗流流速。

4.4 水-气两相渗流压力场

图12为土体孔隙水-气两相渗流不同时刻压力场分布示意图。由图12可知,在初始阶段,孔隙所受

的压力沿两相渗流方向逐渐减小,且孔径越小则压力越大。但随着渗流历时的持续增加,孔隙所受到的压力分布范围沿渗流方向逐渐扩大,且孔径大、连通性好的孔道的压力值越大。此外,由于土体内部的孔隙结构复杂,造成了压力场分布的不均匀性。

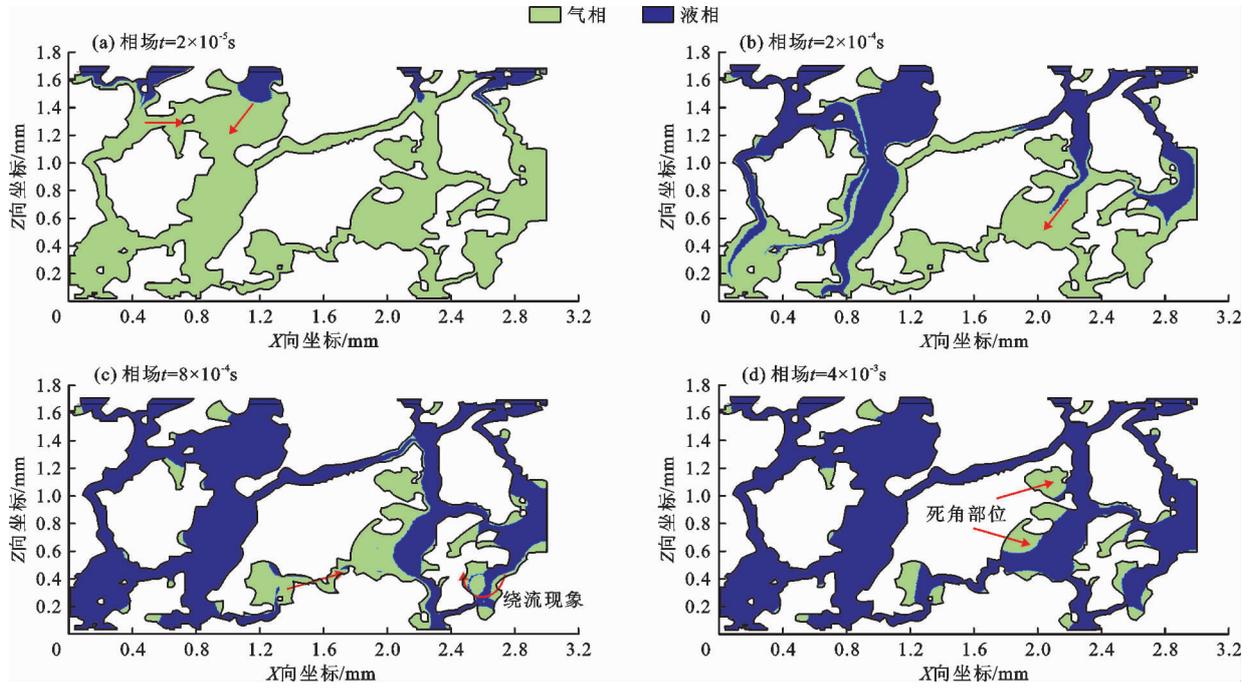


图10 土体孔隙水-气两相渗流过程动态示意图

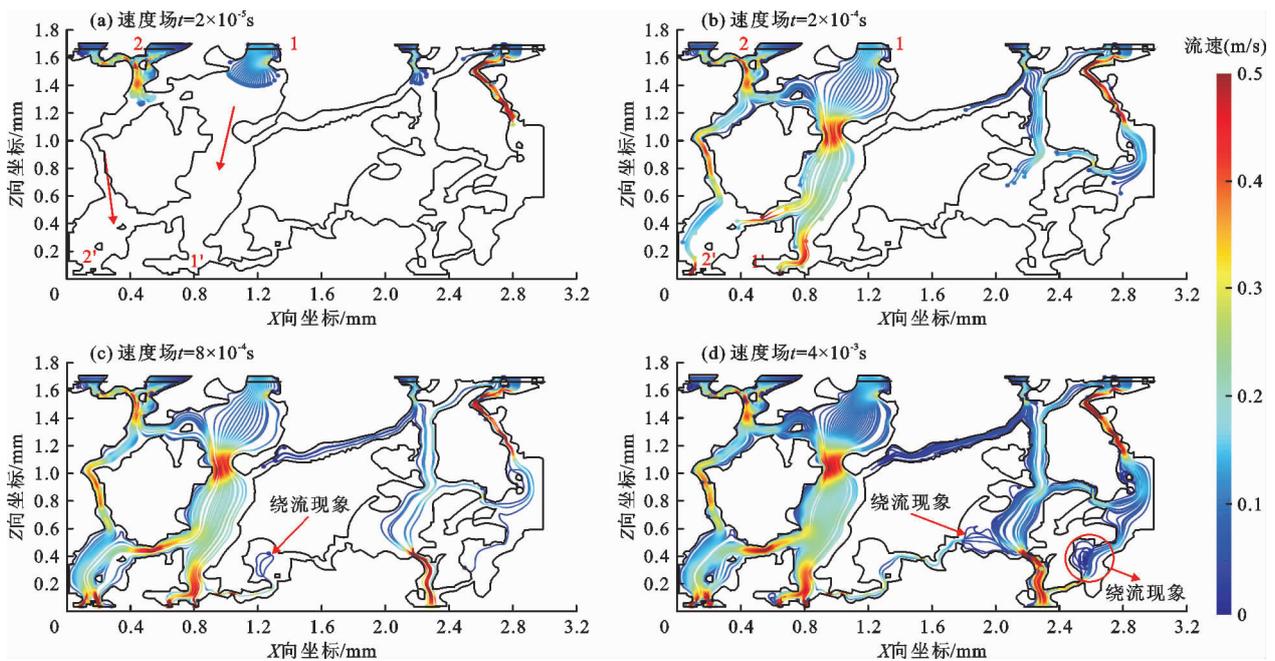


图11 土体孔隙水-气两相渗流速度场不同时刻的粒子追踪图像

4.5 讨论

表3列出了本文与其他学者关于土(岩)体孔隙水-气(油)两相流的研究结果对比。由表3可

以得出以下结论:

(1)目前国内外研究学者对两相流的研究多集中于岩石和理论模型领域,少有涉及真实原状土体

的两相渗流研究。

(2) 岩石类的水 - 气两相流研究一般均可得出优势流和指进现象,而除此之外,本文还发现土体孔隙中存在“回流”和“绕流”现象。

(3) 本文与前人研究角度不同,不局限于直接

研究土体两相渗流场的整体流速大小,而是研究了“绕流”区域内流速分布与周围区域流速的大小关系。此外,还研究了两相渗流动态过程中压力场的分布变化情况,发现土体孔隙两相渗流压力场分布存在不均匀性的特点。

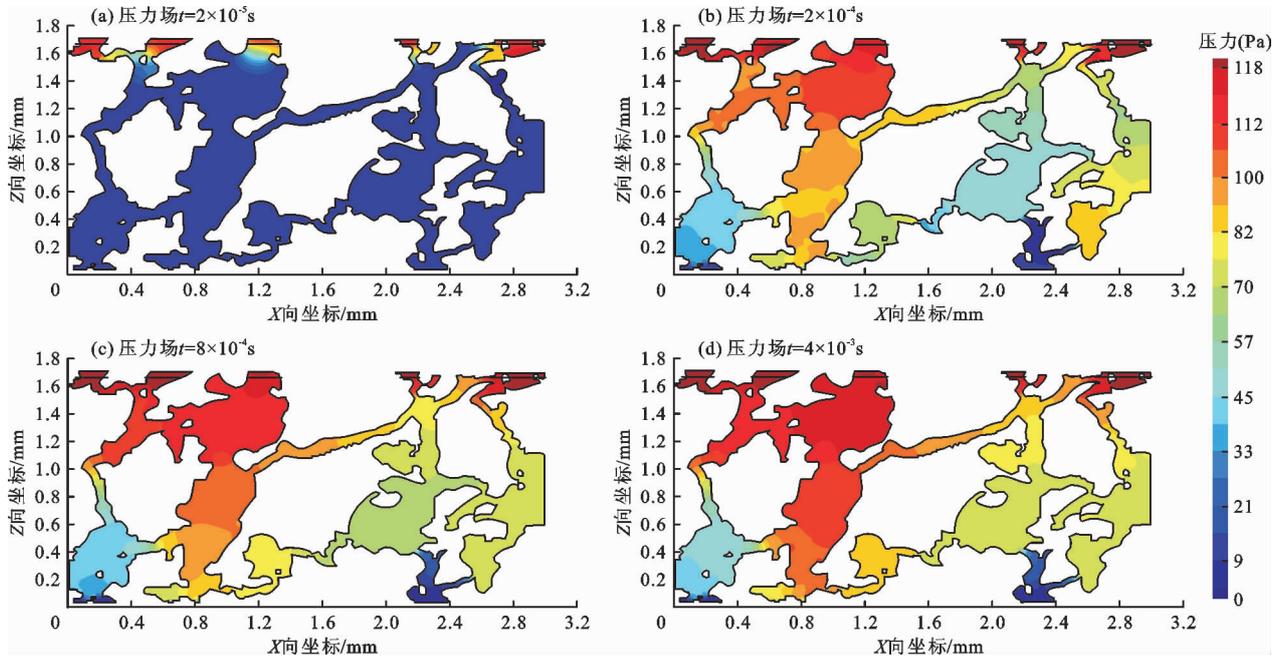


图 12 土体孔隙水 - 气两相渗流不同时刻压力场分布示意图

表 3 本文与其他学者关于土(岩)体孔隙水 - 气(油)两相流的研究结果对比

学者	研究对象	两相流类型	渗流特征	渗流速度	渗流压力
高亚军等 ^[20]	岩石	水驱油	微观指进	孔道中心流速最大,壁面流速最小	
余娅婷等 ^[21]	重塑黄土	水驱气	封闭端	开放,流速较快;封闭,流速较慢	
Rokhforouz 等 ^[22]	多孔介质模型	水油置换	微观指进		毛细管压力
张鹏伟等 ^[23]	孔隙模型	气驱水	优势流		
本文	原状花岗岩残积土	水驱气	回流、绕流	绕流部位较周围速度相差 14 倍	不均匀性

5 结 论

本文以原状花岗岩残积土水 - 气两相渗流研究为例,借助数值模型构建虚拟仿真 APP,将复杂的理论和物理场进行封装,并验证了虚拟仿真 APP 开发在土体孔隙细观两相渗流研究中的可行性。得出以下结论:

(1) 水 - 气两相渗流过程存在大孔隙优先流特征,且“绕流”现象一般易出现于孔隙成圆度较高的部位。受水、气相参数的限制,部分死角孔隙形成了只含气相的封闭空间。

(2) 两相渗流流速主要受到孔道迂回程度的影响,孔径大、弯曲程度低的孔隙中渗流速度相对较

大,存在明显的“优势通道”。发生“绕流”现象部位的流速远小于其周围的渗流流速。

(3) 土体孔隙两相渗流压力场分布存在不均匀性。在渗流初期,孔隙所受压力沿渗流方向逐渐减小,且孔径越小则压力越大。但随着渗流历时的增加,孔隙压力沿渗流方向增大,且孔径大、连通性好的孔隙所受压力越大。

(4) 土体孔隙两相流是一个复杂的动态过程,本研究中模拟了土体孔隙中水 - 气两相渗流过程,关注点为土体孔隙结构特征对两相流的影响,但未考虑水、气相互溶解性及基质域渗流的问题,故将此作为今后的研究方向。本文研究成果能够为原状土体细观渗流机理的定量化研究提供一定帮助,所采

用的研究思路对其他类似岩土体的渗流研究也具有一定的借鉴意义。

参考文献:

- [1] 刘豪杰,任杰,杨杰,等.深厚覆盖层土石坝渗流控制及三维数值分析[J].水资源与水工程学报,2018,29(2):219-224+228.
- [2] 李险峰.三峡库区蔡坡堆积体库水位联合降雨工况下的渗流特性及边坡稳定性研究[J].水资源与水工程学报,2019,30(6):194-200.
- [3] 李文溢,杨阿敏,周维博.平原水库渗流场模拟及渗漏量计算——以斗门水库试验段为例[J].水资源与水工程学报,2019,30(1):66-72.
- [4] LIU Yang, IGLAUER S, CAI Jianchao, et al. Local instabilities during capillary-dominated immiscible displacement in porous media[J]. Capillarity, 2019, 2(1): 1-7.
- [5] 蔡沛辰,阙云,李显.围压条件下原状花岗岩残积土微观渗流数值模拟[J].福州大学学报(自然科学版),2021,49(3):400-406.
- [6] 苗杰.低渗煤岩大孔隙结构三维重构及渗流模拟[D].焦作:河南理工大学,2017.
- [7] 徐宗恒,徐则民,王志良.格子 Boltzmann 方法在斜坡非饱和带土体大孔隙流研究中的应用[J].岩土工程学报,2017,39(1):178-184.
- [8] 李辉,陈大雷,贾璐.基于 COMSOL Multiphysics 的土石坝边坡渗流稳定数值研究[J].水利技术监督,2020,(3):66-69.
- [9] 戚蓝,王守甲,傅长锋.短历时强降雨下边坡滑移特征时空分布规律的研究[J].水资源与水工程学报,2018,29(6):190-195.
- [10] 湛文涛,肖杰,陈冠一,等.膨胀土边坡渗流数值模拟及稳定性分析[J].工业建筑,2018,48(9):133-139.
- [11] 邢皓枫,游琛.降雨作用下路基路面渗流特性的数值模拟研究[J].施工技术,2020,49(S1):1302-1305.
- [12] 韦毅.干湿循环效应下花岗岩残积土边坡土体工程特性及稳定性分析[D].福州:福州大学,2018.
- [13] 胡宇祥,彭军志,殷飞,等.基于 MATLAB 与 COMSOL 联合仿真的梯形迷宫滴头流道优化[J].农业工程学报,2020,36(22):158-164.
- [14] 周丹坤,李晓昭,常晓军. COMSOL 平台在城市地下多种资源相互影响分析中的应用[J].吉林大学学报(地球科学版),2021,51(2):526-532.
- [15] 刘海龙,沈学峰,郑诺,等.虚拟仿真平台及 App 在流体力学教学中的探索与应用[J].高等工程教育研究,2019(S1):215-217.
- [16] 蔡沛辰,阙云,李显.非饱和花岗岩残积土-气两相驱替过程数值模拟[J].水文地质工程地质,2021,48(6):54-63.
- [17] 杨永飞,尹振,姚军,等.多孔介质中水气交替注入微观渗流模拟[J].地球科学(中国地质大学学报),2013,38(4):853-858+886.
- [18] GUNDE A C, BERA B, MITRA S K. Investigation of water and CO₂ (carbon dioxide) flooding using micro-CT (micro-computed tomography) images of Berea sandstone core using finite element simulations[J]. Energy, 2010, 35(12): 5209-5216.
- [19] 张丽萍,陈儒章,邬燕虹,等.风化花岗岩坡地土壤剖面大孔隙特性的空间分布[J].土壤学报,2018,55(3):620-632.
- [20] 高亚军,姜汉桥,王硕亮,等.基于 Level Set 有限元方法的微观水驱油数值模拟[J].石油地质与工程,2016,30(5):91-96+141-142.
- [21] 余娅婷,王大浩,董洁,等.重塑非饱和黄土中水-气两相运移规律研究[J].水资源与水工程学报,2020,31(3):228-232.
- [22] ROKHFOROUZ M R, AKHLAGHI H A. Effects of grain size and shape distribution on pore-scale numerical simulation of two-phase flow in a heterogeneous porous medium[J]. Advances in Water Resources, 2019, 124: 84-95.
- [23] 张鹏伟,胡黎明,MEEGODA J N,等.基于岩土介质三维孔隙结构的两相流模型[J].岩土工程学报,2020,42(1):37-45.