

水轮机模型综合特性曲线数值处理方法研究

陈玉, 王煜, 戴凌全

(三峡大学 水利与环境学院, 湖北 宜昌 443002)

摘要: 水轮机模型综合特性曲线的数值处理对水轮机选型、水电站优化运行及计算机仿真有着重要的作用。不同的数值处理方法得到的结果可能不同,各结果间的差别及反映的各参数间的相关关系的差异性可能造成水轮机实际运行和预估值间的不同,严重影响水轮机的安全经济运行。为了比较不同数值处理方法的差异性及其适用范围,以 A858a-36.6 型水轮机为例,对其模型综合特性曲线分别进行高阶曲面拟合法、三维空间曲面插值法及 BP 神经网络拟合法的数值处理,并以数据处理值和真实样本值间相对误差累加值的大小作为评判基准。结果表明:这 3 种方法均适用于水轮机模型综合特性曲线的数值处理,但高阶曲面拟合法精度差,适用于短时间内粗略求解各参数间相关关系;三维空间曲面插值法精度最高,适用于纯图像类型或可视化问题的数据处理;BP 神经网络拟合法精度在二者之间,可作为三维空间曲面插值法的补充处理,样本容量越多其精度越高。

关键词: 水轮机模型综合特性曲线; 高阶曲面拟合; 三维空间曲面插值; BP 神经网络; 差异性比较

中图分类号:TK730.2

文献标识码:A

文章编号:1672-643X(2020)03-0155-07

Numerical treatment of synthetic characteristic curves in turbine modeling

CHEN Yu, WANG Yu, DAI Lingquan

(College of Hydraulic and Environmental Engineering, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: Numerical treatment of synthetic characteristic curves plays an important role in the selection of turbine types, optimal operation of hydropower plants, and computational simulations, different numerical treatments may result in different outcomes. Because the differences of the outcomes and their impacts on the correlations among the parameters are unknown, this may cause the gap between the actual operation and the predictions, thus influencing the safe and economical operation of the turbine. In order to compare the differences and applicability of different numerical methods, we used A858a-36.6 turbine as the research object and adopted high order surface fitting, three dimensional spatial surface interpolation, and BP neural network fitting to treat the model characteristic curve respectively. Then the simulation results were judged by the sum of the relative error between the simulation results and the actual operation data. According to the comparison results, these three methods can all be used to deal with the curve, but high order surface fitting method performs poorly in accuracy, so it is only suitable for rough solutions of the correlations among parameters in a short time. Three dimensional spatial surface interpolation gets the highest precision, which is suitable for data processing of the pure image type or visualization problems. The precision of BP neural network fitting method is between these two methods, it can be used as a supplement for three dimensional spatial surface fitting. What's more, the more samples it gets, the higher the precision becomes.

Key words: synthetic characteristics curve of turbine model; high order surface fitting; three dimensional spatial surface interpolation; BP neural network; difference comparison

收稿日期:2019-12-12; 修回日期:2019-12-24

基金项目:国家自然科学基金项目(51409151);中国博士后科学基金特别项目(2019T120119);长江科学院开放基金项目(CKWV2019725/KY)

作者简介:陈玉(1995-),男,湖北汉川人,硕士研究生,主要从事水电站过渡过程的研究。

通讯作者:王煜(1976-),女,贵州榕江人,博士,教授,硕士生导师,主要从事水力学及河流动力学的研究。

1 研究背景

水轮机模型综合特性曲线反映了水轮机的流量、转轮转速、效率及导叶开度等各参数间的非线性关系^[1],在水轮机选型、水电站优化运行及计算机仿真过程中,均需要对其进行数值处理来查询各计算工况点的特征参数^[2]。模型综合特性曲线上的数据来自于水轮机模型能量实验和汽蚀实验,而实验工况有一定的局限性,无法反映出水轮机非实验工况点的工况数值。因此,需要在由实验工况结果数据绘制的模型综合特性曲线的基础上对水轮机运行区域进行相关参数的数值拓扑。

目前,水轮机模型综合特性曲线的数值处理主要有插值法和拟合法两大类。数值插值方法又可分为基于离散点的插值和网格数值插值,前者主要是进行3次样条插值^[3],较线性插值、最邻近插值及三次多项式插值,3次样条插值可解决分界面处的导数不连续问题,数据的平滑性最佳,但在输入数据分布不均或数据点间距过近时将产生错误^[4]。同时,3次样条插值是依次对每1条等开度曲线或等效率曲线进行处理,操作量较大;后者包括规则的矩形网格插值及不规则的三角形网格插值^[5-6],这种插值方法将综合特性曲线视作单位流量-单位开度为基准平面,导叶开度或效率为高程的空间曲面,进行类等高线处理,可得到较为准确的结果,但这种处理方法对网格的质量有着较高的要求,网格质量直接影响数据插值结果。非线性拟合方法主要有二元多项式拟合^[7]及神经网络拟合。

二元多项式拟合主要是基于最小二乘法,对各等开度曲线及等效率曲线分别用多项式表示,各参数间的相关关系描述较为准确,但这种方法需要对表达式的阶次进行试算,同时由于是对每一条曲线的分别拟合,操作量极大。当前神经网络的处理方法主要有RBF神经网络^[8]和BP神经网络^[9-11]。这两种处理方法均能以一种未知的拟合关系准确描述水轮机模型综合特性曲线,但各有优缺点。RBF神经网络训练时间更短,逼近精度较低,易受分散常数的影响,且分散常数的选取没有具体的方法,只能尝试选取;而BP神经网络有着更好的逼近精度,但存在局部极小和训练时间长等缺陷^[12]。

不同的水轮机模型综合特性曲线数值处理方法可能得到不同的计算结果,各结果间的差别及反映的各参数间相关关系的差异性未知^[13-15],从而可能造成水轮机实际运行与预估值间产生较大的差异,严重

影响水轮机的安全经济运行。为比较不同数值处理方法对水轮机模型综合特性曲线数值处理的准确性和适用性,得到各数值处理方法的适用范围。考虑到在数据插值处理中,网格插值是基于面的插值,离散点插值是基于线或者点的插值,均是依赖于数据的平滑性,但基于面的插值包括了线的插值且不需要单独对每条曲线进行处理,其操作更为简单;同时,在基于网格剖分的面的插值中,考虑到厂家给定各等开度曲线及等效率曲线之间的间隔不一致,采用矩形网格插值在网格剖分过程中必然会出现较差的网格质量,进一步影响插值结果,所以不规则的三角形网格插值可能更为适用;而在非线性拟合的处理中,高阶曲面拟合可获得明确的表达关系式,神经网络拟合得到的权值阈值矩阵已知,但具体的表达关系未知,二者的处理具有对比分析的意义,而BP神经网络较RBF神经网络的操作更为简单。因此,本文以A858a-36.6水轮机模型综合特性曲线资料为例,分别进行基于最小二乘法的高阶曲面拟合、基于不规则三角形剖分的三维空间曲面插值及BP神经网络拟合,并以数据处理值与样本真实值间相对误差和的大小作为基准,对这3种数值处理的结果进行比较,评判其数值处理精度,探讨各方法的适用范围,研究结果对水轮机模型综合特性曲线的数值处理有一定的参考价值。

2 水轮机模型综合特性曲线的离散

图1为A858a-36.6型水轮机模型综合特性曲线模型综合特性曲线。图1中包括:(1)等开度曲线,即导叶开度 a 为常数时,单位流量 Q_{11} 与单位转速 n_{11} 的关系曲线;(2)等效率曲线,即效率 η 为常数时,单位流量 Q_{11} 与单位转速 n_{11} 的关系曲线;(3)5%出力限制曲线,规定水轮机只能在95%的最大处理范围以内工作,其余的5%出力作为裕量;(4)运转区域,即水轮机正常工作区间在综合特性曲线上的投影区域。

通常,厂家提供的水轮机模型综合特性曲线为图形资料中给出的单位流量 Q_{11} 、单位转速 n_{11} 、效率 η 及导叶开度 a 之间的相互关系。为确定参数 $Q_{11}-(n_{11}, a)$ 、 $\eta-(n_{11}, a)$ 的相关关系,需要先将图中的曲线处理成一系列的离散点,即为水轮机综合特性曲线的离散化及数据提取。特性曲线的数据提取有3种方法,即直接离散提取法、正交网络离散点提取法和非正交网络离散点提取法^[16]。在实际的处理过程中,采用直接离散提取法即可获得满足条件的离散点,同时操作也较为简单。在进行直接离散提取数据的过程中,采用

如下方法:将图像资料导入 CAD 软件中,新建图层绘制出相应各曲线,并外载入 AutoLisp 语言逐点输出坐标。依此提取了等开度曲线的 88 024 组工况离散点及等效率曲线的 227 712 组工况离散点,基于等效率曲线的数值处理与等开度曲线一致,本文主要以等开度曲线为样本进行数值处理及比较。

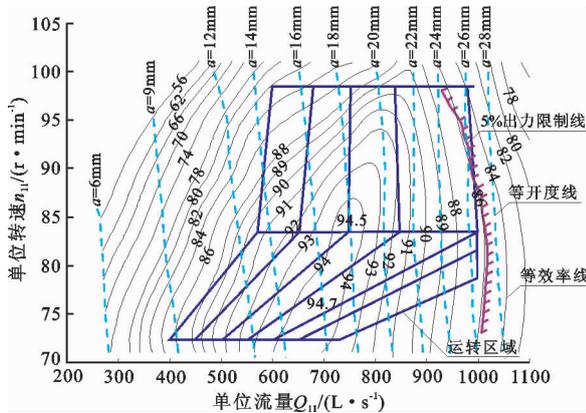


图 1 A858a-36.6 型水轮机模型综合特性曲线(试验水头:30m)

3 高阶曲面拟合法

3.1 高阶曲面拟合处理

高阶曲面拟合法以最小二乘法^[17]为理论基础,通过改变自变量的阶次,使得所确定的拟合关系尽可能多地通过原始样本点。其具体算法如下:

对于等开度曲线的离散点 (n_{11}, a, Q_{11}) ,非线性关系下各参数的阶次未知,寻求一高阶多项式:

$$Q'_{11} = \sum_{i=2}^m (\omega_i n_{11}^i + v_i a^i) \quad (m = 2, 3, 4, 5) \quad (1)$$

使得总误差为最小。

$$E = \sum_{j=0}^N (Q_{11} - Q'_{11})^2 = \sum_{j=0}^N (Q_{11} - \sum_{i=2}^m (\omega_i n_{11}^i + v_i a^i))^2 \quad (2)$$

公式(2)可看作多元函数的极值问题:

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_i} + \frac{\partial E}{\partial v_i} = 0 \quad (i = 2, 3, 4, 5) \quad (3)$$

式中: ω_i 和 v_i 分别为最小二乘法拟合的表达关系式所对应的 n_{11} 和 a 项的系数。

单位转速及导叶开度的阶次人为拟定,再代入公式(3)求解各阶次对应的参数权值及拟合表达式;然后通过拟合关系反向求解各样本值对应的数据求解值与真实值间的误差,比较确定最小误差所对应的导叶开度及单位转速的阶次,从而得到高阶曲面拟合的表达关系式。

3.2 高阶曲面拟合结果

基于最小二乘法的高阶曲面拟合,以误差值作为基准进行比较试算,求解得到单位转速的阶次为 3 次,导叶开度的阶次为 2 次。关系表达式如下:

$$Q_{11} = p00 + p10 \cdot n_{11} + p01 \cdot a + p20 \cdot n_{11}^2 + p11 \cdot n_{11} \cdot a + p02 \cdot a^2 + p30 \cdot n_{11}^3 + p21 \cdot n_{11}^2 \cdot a + p12 \cdot n_{11} \cdot a^2 \quad (4)$$

式中: p 为系数,是一个 95% 置信区间内的值; Q_{11} 为单位流量, L/s ; n_{11} 为单位转速, r/min ; a 为导叶开度, mm 。

在 XYZ 空间内绘出等开度曲线点及拟合的曲面,如图 2 所示。由图 2 可看出,拟合的曲面基本能通过所有的离散点,且曲面的光滑度较好;同时,该拟合关系下残差的平方为 0.999 3(残差的平方值在闭区间 $[0, 1]$ 范围内,越接近于 1 认为拟合效果越好),可认为该映射关系拟合度较高。

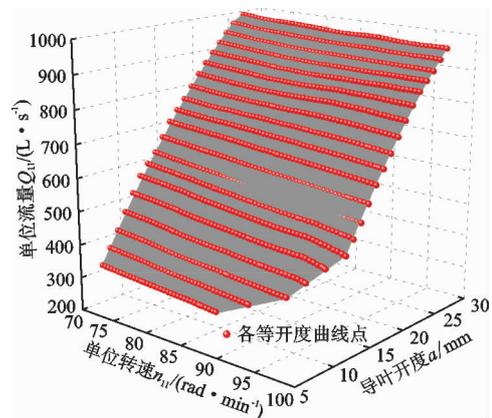


图 2 等开度曲线点及高阶拟合曲面

4 三维空间曲面插值

4.1 三维空间曲面插值方法

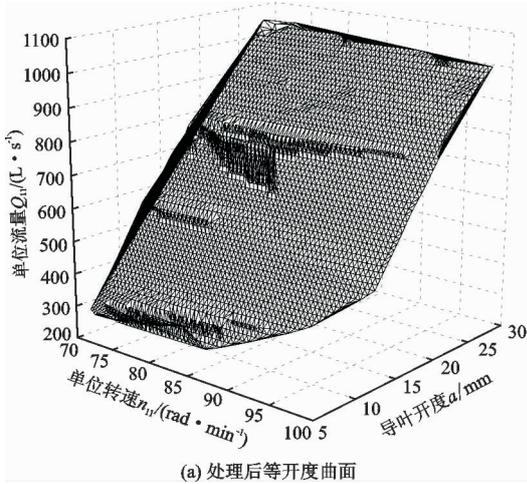
水轮机模型综合特性曲线中的等开度曲线 (Q_{11}, n_{11}, a) 及等效率曲线 (Q_{11}, n_{11}, η) 可看作一系列以开度 a 或效率 η 为高程,以 (Q_{11}, n_{11}) 为基底二维坐标的等高线图所形成的投影。因此,可以将这种二维的等高线图还原为三维的空间曲面进行处理。在空间曲面的处理过程中,网格的质量直接决定了曲面的顺滑程度,进而影响最终的插值结果。而 Delaunay 方法网格生成效率高,可以直接推广到三维问题,能保证水轮机模型综合特性曲线还原的三维空间曲面较为顺滑^[18]。

Delaunay 方法^[19]利用已知点集将已知平面划分为凸多边形,保证每个三角形的外接圆内不存在除自身三个角点外的其他点,以期得到等边的高质

量三角形单元。网格的剖分是基于以 (Q_{11}, n_{11}) 为基底的二维坐标,第三维数据开度的确立基于三次立方插值^[20],其基本原理是通过待插值位置周围最邻近点的 4×4 邻域的16个点的值按照一定比例加权平均得到插值结果。待完成插值后,将三维曲面还原到等高线即可得到插值结果。

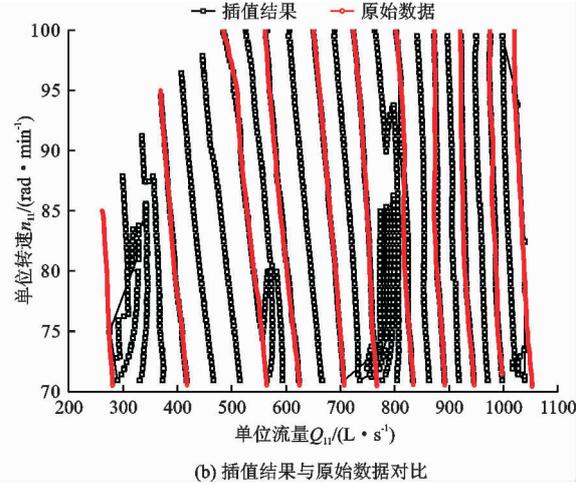
4.2 三维空间曲面插值结果

对离散后的二维等开度曲线进行三维空间曲面



(a) 处理后等开度曲面

插值,三维空间曲面插值处理结果见图3。由图3可看出,网格划分质量较差,局部甚至出现了网格间隙过大的问题(图3(a))。然后将三维空间曲面还原成一系列以导叶开度为高程的等高线,并与原始数据进行比较,二者间的差距也较大(图3(b))。在还原后的等高线图中,部分等高线处甚至出现了曲线的“回旋”,而这部分错误比较大的插值结果也恰好与较差的网格质量相对应。



(b) 插值结果与原始数据对比

图3 三维空间曲面插值处理结果

4.3 改进的三维空间曲面插值结果

由于单位流量与单位转速的量纲不一致,而忽略这种不一致直接进行网格剖分,将导致网格质量较差,影响插值结果。基于此,考虑对单位流量与单位转速同时进行去量纲化处理。将等开度曲线导入CAD软件,如图4所示,图4中所示样本点在等开度曲线中的含义是:导叶开度为16 mm,单位流量为700 L/s,单位转速为90 rad/s所对应的工况点。转换到CAD图中,该点对应以(295.7876, 135.8405)为基底坐标,等高线高程为16 mm的数值点。此时,单位流量与单位转速的值均由平面基底坐标所代替,转换为两个无量纲的纯数值。将等开度曲线在CAD图中所处的位置坐标命名为“像素坐标”,像素坐标值与曲线工况点数值在插值前后的对应关系,即为二者之间的映射。

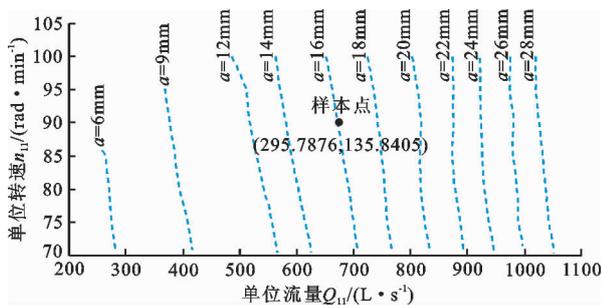


图4 等开度曲线原始坐标映射变换示意图

对等开度曲线进行坐标转换,再进行不规则三角形网格剖分及三次立方插值,绘成的等开度像素坐标曲面如图5(a)所示,与直接用等开度曲线绘成的曲面3(a)相比,进行映射变换后形成的等开度曲面明显网格质量更好,曲面也更加平滑。然后根据三维空间曲面的特点,将导叶开度视作等高线高程,依据等高线的性质对曲面进行还原,即将等开度曲面再次投影到二维平面,如图5(b)所示。经过映射变换后的插值结果较图3(b),曲线与原始数据明显更加吻合,也证明了这种去量纲化的映射变换的必要性,及三维空间曲面插值法的准确性。

5 BP神经网络拟合

5.1 BP神经网络的数值拓扑

基于大量试算基础,在进行BP神经网络^[21]的非线性拟合过程中,采用典型的双输入(单位转速 n_{11} 及导叶开度 a)、单输出(单位流量 Q_{11})的双层BP神经网络,水轮机模型综合特性曲线BP神经网络数值拓扑结构如图6所示。由15个神经元组成(图6)。由于BP神经网络对各参数较为敏感,训练之前,为了保证拟合精度,对各参数需要进行归一化,将各变量转化为 $[-1, 1]$ 范围内的同一量纲的数值。神经网络隐层神经元之间采用标准的log -

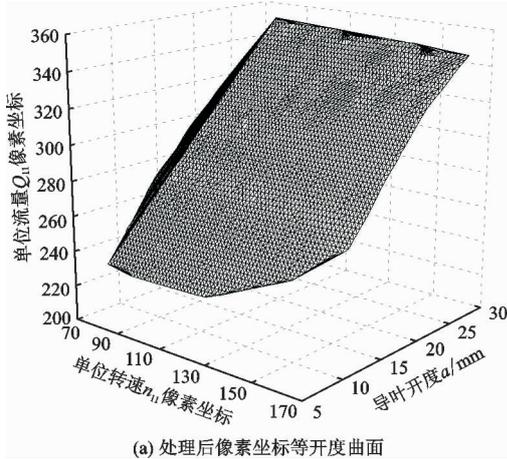
sigmoid 函数进行传递:

$$f(n) = \frac{1}{1 + e^{-n}} \quad (5)$$

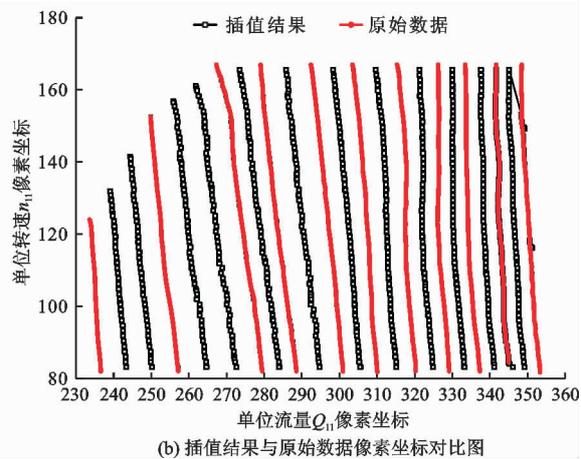
在经过神经网络的非线性拟合,且确定好权值

矩阵及阈值矩阵后,最终的非线性拟合关系可以表示为:

$$NN_{out} = \left[\sum_{i=1}^{15} f(n_{11}\omega_{1,i} + a\omega_{2,i} + b_i)\omega_{0,i} \right] + b_0 \quad (6)$$



(a) 处理后像素坐标等开度曲面



(b) 插值结果与原始数据像素坐标对比图

图 5 改进的三维空间曲面插值处理结果

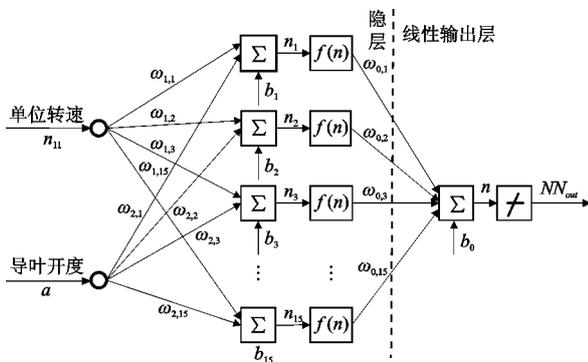


图 6 水轮机模型综合特性曲线 BP 神经网络数值拓扑结构

5.2 BP 神经网络数值化结果

将离散后的等开度曲线工况点进行归一化,随机取其 90% 样本容量的离散点为训练样本,按上述原理经过 BP 神经网络的训练和拟合,然后以剩下的 10% 样本容量点为检验样本,利用拟合好的非线性关系进行样本检验,取“(拟合结果 - 真实数值)/真实数值”所得到的相对误差为评判准则,若这种相对误差较大,则重新拟合,直至满足精度要求,最终处理结果如图 7 所示。由图 7(a)可知, BP 神经网络拟合的样本与检验样本之间的相对误差在范围 ± 0.004 内,拟合度较好。基于拟合好的非线性关系,设置样本点的单位转速 - 导叶开度为输入值,得到拟合的单位流量结果,进一步绘制 BP 神经网络拟合后的等开度曲面与原始的等开度曲线。如图 7(b)所示,拟合后的曲面光滑度较好,且基本能通过所有的离散点,拟合度较高。

6 水轮机模型综合特性曲线多方法数值处理比较

6.1 多方法数值处理精度比较

对等开度曲线分别进行高阶曲面拟合、三维空间曲面拟合及 BP 神经网络拟合后,可知这 3 种方法均适用于水轮机模型综合特性曲线的数值处理。为比较这 3 种方法的处理精度,以数值处理值和原始样本值间的相对误差的累加值为基准:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n \left| \frac{r_i - d_i}{r_i} \right| \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

式中: ε 为相对误差的累加值; r_i 为样本点的真实值; d_i 为数值方法处理值; n 为样本点的总个数。

对各开度曲线的拟合精度按公式(7)计算得到的结果如表 1 所示。由表 1 中数据可以直观的看出,对比这 3 种数值处理方法,高阶曲面拟合法的相对误差值最大,其精度也最差,但它在这 3 种方法中确最为简单;三维空间曲面插值及 BP 神经网络拟合方法均具有较高的精度,其中三维空间曲面插值的相对误差累加值是最小的,其精度最高。但这两种方法在处理时均需要对离散数据进行一定工作量的前处理及数值变换,三维空间曲面插值需要对数据进行去量纲化及映射变换, BP 神经网络拟合则需要进行归一化及反归一化的数值处理。

6.2 多方法数值处理适用范围探讨

高阶曲面拟合法具有最差的精度,但这种处理较三维空间曲面插值及 BP 神经网络拟合,其明显的优

势体现在可以求解得到一个已知权值的映射关系,可以粗略地反映出各参数间的相关关系。此外,高阶曲面拟合较三维空间曲面插值而言,不需要进行数据的

去量化处理;较BP神经网络拟合法而言,不需要进行反复的训练。其操作时间最短,平均耗时3s左右,可以在短时间内获取一个粗略的表达式。

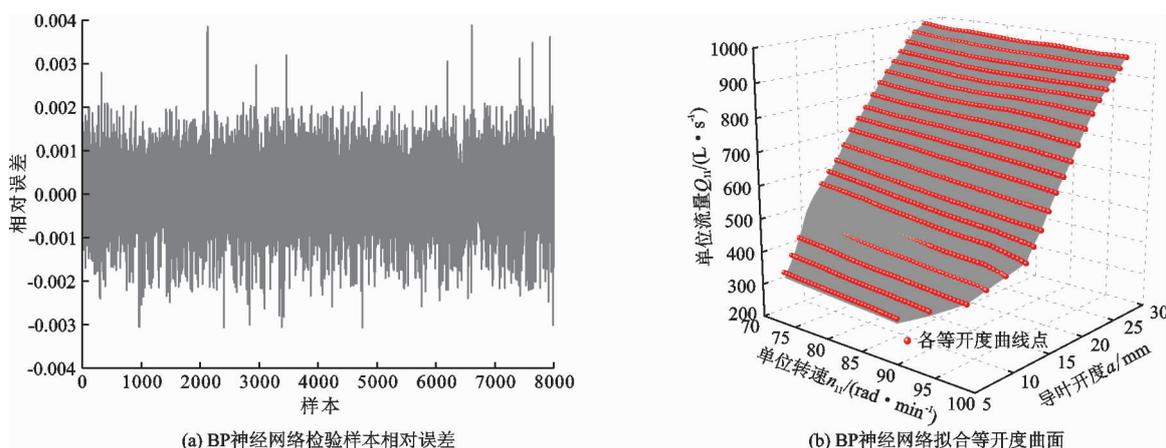


图7 BP神经网络处理结果

表1 水轮机模型综特性曲线在不同导叶开度下3种数值处理方法的相对误差比较

数值处理方法	导叶开度 a / mm									合计
	9	12	14	16	18	20	22	24	26	
高阶曲面拟合	0.624	1.058	1.133	0.387	0.105	0.266	0.213	0.296	0.096	4.178
三维空间曲面插值	0.017	0.066	0.038	0.019	0.007	0.011	0.007	0.006	0.006	0.177
BP神经网络拟合	0.053	0.062	0.054	0.03	0.036	0.037	0.038	0.036	0.053	0.399

三维空间曲面插值虽然具有最高的精度,但由于构成三维曲面的网格质量直接影响最终的插值结果,因而在使用这种方法时,为了构造出最佳的网格,必须找到某一特定的对应映射关系,将参量转换为同一量纲下的数值,最后再根据同一映射关系将处理后的数据进行还原操作。因此,三维空间曲面插值更适用于纯图像类型或可视化问题的数据处理。同时,在进行三维空间曲面插值后的等高线处理时,可看到在边界处(如本算例中的 $a = 6$ mm 及 $a = 28$ mm 的等开度曲线),三维空间曲面插值结果并不好(图5(b))。因此,三维空间曲面插值更适用于边界条件已知(如已知等开度曲线 $a = 0$)时的工况;或者将处理范围扩大,如本算例中欲获得 $a = 28$ mm 时的插值结果,可以再处理 $a = 30$ mm 时的等开度曲线结果,使 $a = 28$ mm 时的等开度曲线由边界条件变为内部条件,以减小误差。

BP神经网络拟合较高阶曲面时会耗费更多的时间,由于对大容量样本进行随机选择,根据每次选择的样本质量的不同,训练拟合的时长也有所不同,耗时在124~980s之间不等。同时,为了检验BP神经网络的处理对样本容量的需求量,用数值提取

软件共提取了等开度曲线上的869组工况离散点(远小于CAD软件提取的88024组工况离散点),进行归一化-训练-检验-反归一化,也以相对误差为检验值,当小样本容量的相对误差范围达到 ± 0.004 (同大容量样本时的相对误差范围一致)时停止训练,并用训练好的关系进行拟合,按公式(7)计算出各等开度曲线对应的相对误差累加值,计算结果如图8所示。图8显示,大样本容量下的BP神经网络拟合精度要明显高于小样本容量。因此,BP神经网络适用于映射关系未知时的数据处理,可作为三维空间曲面插值的一种补充处理,在数据样本容量越大时其处理精度也越高。

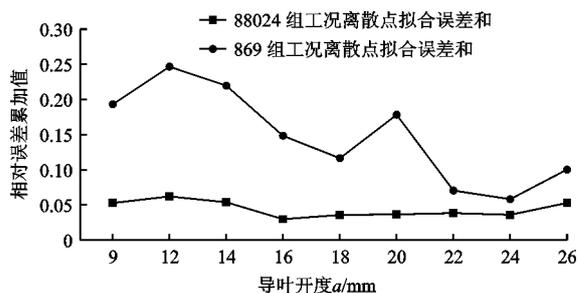


图8 BP神经网络拟合不同样本容量时的相对误差

7 结 论

(1)高阶曲面拟合、三维空间曲面插值及BP神经网络均可以对水轮机模型综合特性曲线进行数值处理。高阶曲面拟合基于最小二乘法,可以得到具体的映射关系;三维空间曲面插值依托于Delaunay三角网剖分及三次立方插值,然后由等高线的性质还原数据,其精度最高;BP神经网络则借助于其强大的非线性逼近能力,对权值进行修正,得到准确的拟合关系。

(2)这3种不同的数值处理方法在具体使用中均具有各自的优缺点:高阶曲面拟合较三维空间曲面插值及BP神经网络拟合,具有最差的精度,但其直接对离散值进行拟合,操作最为简单,处理时间最短;三维空间曲面插值及BP神经网络拟合均有较高的处理精度,但二者均需要对离散数值进行转换及处理——三维空间曲面插值需要对离散值进行坐标的映射变换,BP神经网络则需要对数据进行归一化;在进行相应的数值处理后,三维空间曲面插值又需要再一次将像素坐标转换为实际数值,BP神经网络则需要对数据进行反归一化处理。同时,三维空间曲面插值的数据处理较BP神经网络繁琐,但在得到精细的网格之后,可以直接插值得到准确的结果;而BP神经网络则需要较长的训练时间,要经过多次训练才可以得到一个精度较高的拟合结果。

(3)高阶曲面拟合适用于在短时间内粗略地获得水轮机模型综合特性曲线的各参数间的相关关系;三维空间曲面插值适用于纯图像类型或可视化问题,且已知边界处相关关系时的数据处理;BP神经网络拟合则可作为三维空间曲面插值的补充处理,尤其在样本容量更多时,其拟合精度也更高。

参考文献:

[1] 金钟元. 水力机械:第2版[M]. 北京:中国水利水电出版社,2007.

[2] 向培林,彭小东,张海江,等. Delphi和MATLAB的混合编程在水轮机特性曲线处理中的应用[J]. 水电与新能源,2011,4(3):45-48.

[3] 谭剑波. 水轮机综合调节特性神经网络数字化建模仿真[D]. 杨凌:西北农林科技大学,2010.

[4] 赵国生. MATLAB完全学习手册[M]. 北京:清华大学出版社,2015.

[5] 刘泽,张蓉生,张友才,等. 基于Delaunay三角网的水轮机模型效率计算[J]. 水电能源科学,2011,29(2):

123-125.

[6] 张蓉生,刘泽,王立闯,等. 基于Delaunay三角网剖分的水轮机综合特性曲线数据插值[J]. 水力发电学报,2011,30(4):197-201+221.

[7] 陈德新. 水轮机综合特性曲线的二元多项式最佳拟合[J]. 华北水利水电学院学报,1986,3(2):24-38.

[8] 黄贤荣,刘德有. 利用径向基函数神经网络处理水轮机综合特性曲线[J]. 水力发电学报,2007,26(1):114-118.

[9] LI Junyi, HAN Canfeng, YU Fei. A new processing method combined with bp neural network for francis turbine synthetic characteristic curve research[J]. International Journal of Rotating Machinery, 2017: 1-11.

[10] 李俊益,陈启卷,陈光大. 水轮机综合特性曲线BP神经网络拟合方法研究[J]. 水力发电学报,2015,34(3):182-188.

[11] 谭剑波,把多铎,高立明,等. 基于BP神经网络的水轮机综合特性建模仿真[J]. 中国农村水利水电,2010,21(3):140-142+145.

[12] 张培,陈光大,张旭. BP和RBF神经网络在水轮机非线性特性拟合中的应用比较[J]. 中国农村水利水电,2011,5(11):125-128+131.

[13] LI Chaoshun, CHANG Li, HUANG Zhengjun, et al. Parameter identification of a nonlinear model of hydraulic turbine governing system with an elastic water hammer based on a modified gravitational search algorithm[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2016, 50: 177-191.

[14] ZHANG Nan, LI Chaoshun, LI Ruhai, et al. A mixed-strategy based gravitational search algorithm for parameter identification of hydraulic turbine governing system[J]. Knowledge-Based Systems, 2016, 109: 218-237.

[15] WANG Xingjian, LIN Siru, WANG Shaoping. Dynamic friction parameter identification method with lugre model for direct-drive rotary torque motor[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2016, 2016: 1-8.

[16] 梁芝兰. 用智能模块进行水轮机综合特性曲线的计算机处理[J]. 江苏理工大学学报,1995,16(2):38-42.

[17] 梁武科,罗兴镛,吴广宽. 混流式水轮机叶片自由曲面的延展[J]. 水利学报,2003,12(5):69-73.

[18] 纪兵兵,张晓霞,古艳. ANSYS ICEM CFD基础教程与实例详解[M]. 北京:机械工业出版社,2015.

[19] KLEIN R. Voronoi diagrams and Delaunay triangulations[M]. Singapore: World Scientific, 2016.

[20] 李彦璇. 人脸图像重建方法研究[D]. 北京:中国人民公安大学,2017.

[21] 王小川. MATLAB神经网络43个案例分析[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2013.