DOI:10. 11705/j. issn. 1672 - 643X. 2020. 01. 35

颗粒长轴比对粗粒土抗剪强度影响的细观机理

杨 豪, 魏玉峰, 潘远阳
(成都理工大学 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 四川 成都 610059)

摘　要: 长轴比是表征粗粒土颗粒形状的重要指标之一,研究长轴比在剪切过程中的影响和作用,对粗粒土抗剪强度特征的精确描述具有一定理论意义。以可视化直剪试验和数值分析为手段,研究剪切过程中剪切带内颗粒长轴旋转角度、剪切带宽度、空间位置差 Δ 和配位数等组构要素变化特征,并从细观尺度揭示不同颗粒长轴比粗粒土强度发挥过程中力链网络存在的差异性。研究结果表明:剪切过程中剪切带形成的空间分布位置存在差异性,颗粒长轴比 S_e 越大,剪切带的空间位置差 Δ 越小;剪切带内颗粒长轴平均旋转量较大,向两侧逐渐减小,同时长轴比 S_e 越大,颗粒长轴平均旋转量越小;S_e 影响着剪切带内强力链的密度和形态,S_e 越大的颗粒间接触越密集, 颗粒间空隙越小,剪切带内强力链密度越大,力的传递性越好,稳定性越强,在外力作用下断裂重组后形成更稳定的结构。

关键词: 粗粒土; 剪切带; 颗粒长轴比; 力链; 抗剪强度; 细观机理
中图分类号:TU43　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1672-643X(2020)01-0234-06

Meso-mechanism of the effect of particle aspect ratio on shear strength of coarse-grain soil

YANG Hao, WEI Yufeng, PAN Yuanyang
(*State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection, Chengdu University of Technology, Chengdu* 610059, *China*)

Abstract: The particle aspect ratio is one of the important indexes to characterize the shape of coarse-grain soil particles. Studying the influence and function of aspect ratio on the shear process of coarse-grain soil is of theoretical significance to the accurate description of shear strength characteristics of coarse-grain soil. In this paper, the variation characteristics of aspect rotation angle, shear band width, spatial position difference (Δ) and coordination number of particles in shear zone were studied by means of visual direct shear test and numerical analysis. The difference of force chain network in the process of strength development of coarse-grain soil with different particle aspect ratio (S_e) was revealed at the meso-scale. The results showed that the spatial distribution position of the shear band was different during the shear process, and the larger S_e was, the smaller Δ was. The average rotation of long axis of particles in shear zone was larger and decreased gradually on both sides. In addtion, the larger S_e was, the smaller the average rotation of long axis of particles was. It indicates that S_e affects the density and morphology of strong chain in shear zone. The larger S_e is, the denser the contact between particles is, the smaller the gap between particles is, the higher the density of strength chain in shear band is, the better the transmission of force is, the stronger the stability is, and therefore the more stable the structure is, which formed after fracture recombination under the action of external force.

Key words: coarse-grain soil; shear zone; particle aspect ratio; force chain; shear strength; meso-mechanism

---

收稿日期:2019-05-26; **修回日期**:2019-07-20
基金项目:国家重点研发计划项目(2017YFC1501000); 四川省教育厅科研计划重点项目(18ZA0045)
作者简介:杨 豪(1993-),男,江苏盐城人,硕士研究生,主要从事岩土工程方面研究。
通讯作者:魏玉峰(1979-),男,内蒙古赤峰人,博士后,副教授,硕士生导师,主要从事地质工程、岩土工程的科研和教学工作。

1　研究背景

粗粒土是典型的颗粒材料,由大量形状不同、粒径不等、排列各异的土石颗粒组成,力学性质极其复杂[1]。孔隙和固体颗粒构成了粗粒土的复杂体系,颗粒材料往往涉及到多个层次的结构体系,微观结构的力学、拓扑、组构变化等统计特征决定了其宏观物理力学的复杂性[2]。组构起初用来描述岩石内部组分间排列方式等几何要素与其物理特性的内部联系[3],后由于颗粒物质的力学特性与物理机制引起关注,颗粒的多尺度结构研究成为人们研究的热点。

粗粒土的组构主要指土颗粒的几何排列方式,而颗粒形状是决定粗粒土宏观力学性质的根本因素[4]。现阶段常用物理试验、理论分析和数值模拟等方法[5-8]对粗粒土的组构进行研究。董启朋等[9]运用概率统计的方法研究分析了具有方向性和大小的粗粒土组构特性与本构之间的多尺度关系。Rothenburg 等[10]通过二维数值模拟直剪试验定量分析了组构张量、应力、接触力之间的关系;Jang 等[11]通过三维数值模拟方法分析了粗粒土组构的各项异性参数对应力应变的影响。Nicot 等[12]从微观尺度出发,从宏观层面推导了材料的多尺度本构模型,并对组构进行了统计描述。Li Xia 等[13]推导出了应力－组构关系的一般形式,证明了所提出的数学理论在颗粒材料微观力学研究中的应用。由此可以看出,粗粒土的形状在研究过程中被高度概化,颗粒形状较为理想,与现实情况中的粗粒土形状存在差异,因此有必要对其进行进一步的研究。

本文采用颗粒大小相似但长轴比明显不同的 3 种粗粒土颗粒进行室内直剪试验,通过拼装式中型可视直剪仪对两个可视面内颗粒的运动情况进行记录,直观地研究试验过程中粗粒土组构的变化,并通过数值模拟手段根据物理试验过程中的颗粒组构的变化情况,对 3 种不同类型粗粒土进行直剪过程中的力链演化分析,并通过细观力学的角度解释不同长轴比的颗粒力链演化中的差异性原因,加深对粗粒土应变局部化宏－细观组构的了解。

2　粗粒土直剪试验宏观组构要素分析

2.1　可视化直剪试验

在传统的室内直剪试验时,因试验手段局限,试样的局部化变形通常不能被直观地观察,为了使得室内直剪实验过程中颗粒组构变化能被清晰观察且可以分析组构变化对强度的影响,本文采用拼装式中型可视直剪仪(图 1)。直剪试验剪切盒长宽高均为 $L = 200$ mm,其中上半剪切盒 ABB′A′在剪切应力 τ 作用下向右移动,下半剪切盒 CDD′C′则是固定不变的,正应力 σ 通过钢板均匀作用在上部剪切盒,BCC′B′为预设的剪切缝,面 ADD′A′为可视面－A 面,其对面为可视面－B 面(下文中直接称为 A 面和 B 面),可通过其观察粗粒土剪切过程中颗粒组构的变化情况。

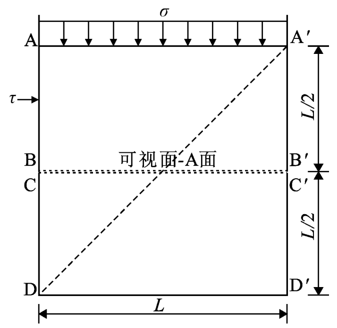


图 1　拼装式中型可视直剪仪示意图(正视图)

为了清晰地观测颗粒组构的变化情况,通过对比不同试验材料,本文选用粒径在 15 ~ 20 mm,长轴比明显不同的 3 种白色石英粗颗粒进行物理试验,Ⅰ型颗粒多呈棱角状,具有明显的长轴方向,密度为 1.81 g/cm^3;Ⅱ型颗粒为不规则次棱形块状,长短轴比值较小,密度为 1.76 g/cm^3;Ⅲ型颗粒近似于球体,表面无棱角,密度为 1.72 g/cm^3。用长轴比 S_e 来区分 3 种不同类型的颗粒,即 $S_{e\mathrm{I}} > S_{e\mathrm{II}} > S_{e\mathrm{III}}$。在正应力 100、200、300、400 kPa 下进行室内直剪试验,并对 A 和 B 面用固定的相机全程拍摄颗粒的组构变化情况。考虑到粗粒土在高正应力下可能发生颗粒破碎从而影响组构的观察,因此本文选用中低正应力,即以 200 kPa 作用下试验结果来分析不同 S_e 颗粒在剪切过程中的颗粒运动规律。

图 2 为 200 kPa 正应力下 3 种不同类型颗粒的剪应力－剪切位移曲线。由图 2 可知,粗粒土在剪切过程中有典型的密砂剪切性状,剪应力先增大后达到残余强度,此外 S_e 越大的粗粒土颗粒峰值强度和残余强度越大。

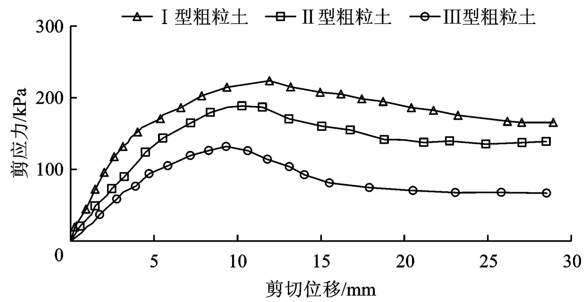


图 2　3 种类型粗粒土剪应力－剪切位移曲线

2.2 不同长轴比粗粒土剪切带内组构要素分析

土体内部的应变局部化与剪切带的形成和演化有着密切的关系,往往是由于土体在剪切过程中应力分布不均匀造成的。颗粒之间力的传递在细观层面上用力链来表示,力链是由若干颗粒组成的有方向性和强度的线段,线段可以连接或断裂。此外力链至少由 3 个接触颗粒按线性排列构成,其方向与外荷载的最大主应力方向一致,主要支撑轴向荷载,仅能承受很小的转动和切向滑动[14]。剪切峰值时土体颗粒变化见图 3。

图 3 中根据剪切力的方向与土体颗粒的运动方向,重点标明了到达剪切峰值过程中,A、B 两面上位置发生明显变化的颗粒,即图中轮廓线明显的颗粒,而连接颗粒间的线段则是根据力的变化情况,类比于细观层面的力链体系,标明体系内主要接触力的传递路径。

由图 3 可以看出,同种粗粒土两面的核心剪切区的形状基本相似,均是在预设剪切带附近发展的一个不规则条带,但剪切带外局部化应变的位置则存在差异性。

通过观察剪切过程中剪切带内土体颗粒位置的变化情况,根据图 3 概化峰值强度时,将同一种颗粒 A、B 面上剪切带的形状并绘于同一张图中,如图 4 所示。

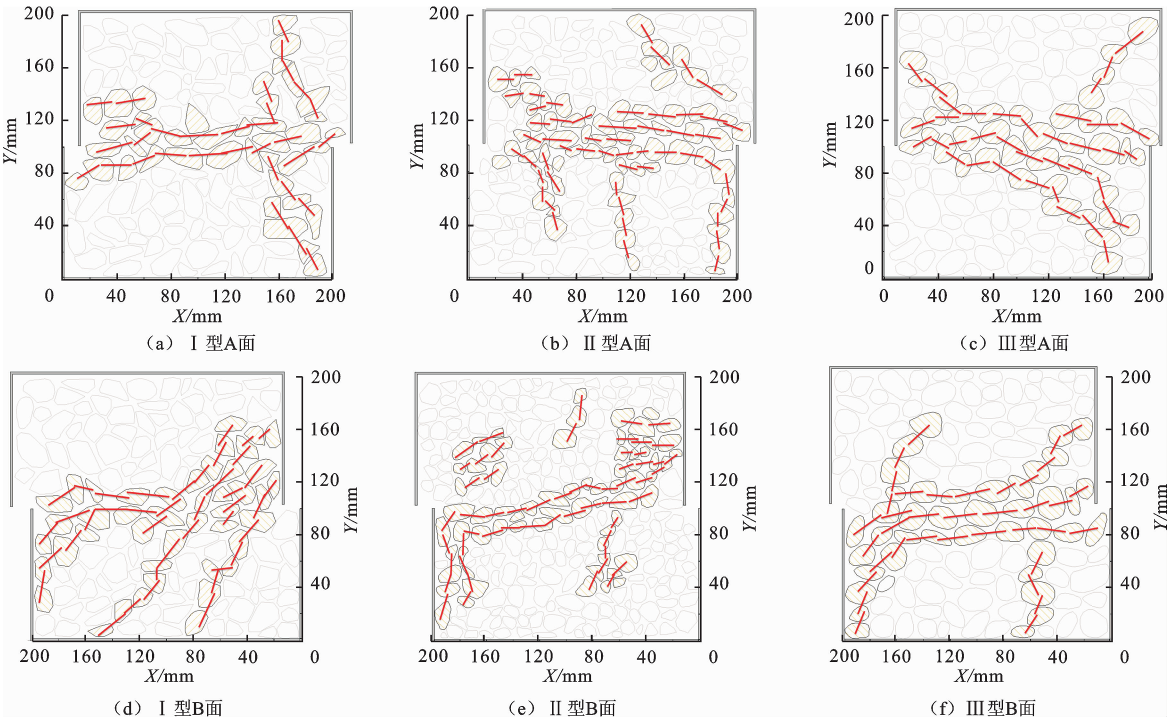


图 3 3 种类型粗粒土剪切峰值时土体颗粒变化图

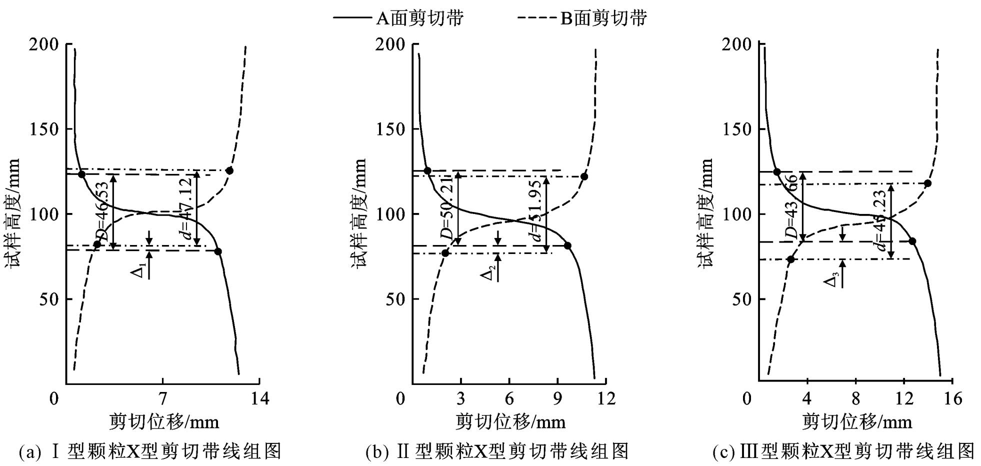


图 4 3 种类型粗粒土峰值荷载下剪切带位置和宽度图(单位:mm)

图 4 中:D 为 A 面剪切带的宽度,d 为 B 面剪切带的宽度,Δ 为 A、B 两面剪切带的空间位置差。由此可见不同 S_e 的粗粒土在峰值强度时,A、B 两面力的传递路径较为相似,均为从上剪切盒通过预设的剪切带往剪切盒下盒传递,但不同类型粗粒土剪切带出现的位置均在一定程度上偏离预设剪切带位置,从而导致了空间位置差 Δ 的存在;同时随着 S_e 的增大,剪切带空间位置差 Δ 越小,即 $\Delta_1 < \Delta_2 < \Delta_3$(见图 4)。其主要原因除了与下剪切盒固定有关以外,还与颗粒剪切过程中的各向异性有关,说明颗粒在宏观尺度上的应变局部化与细观尺度上颗粒接触力传递路径有着密切联系。

此外粗粒土的长轴定向性与应力的发展是密切相关的。在剪切过程中,长轴若在某一方向上具有较明显的定向排列时,说明该方向为其优势方向,在外力作用下粗粒土会在该方向上产生了较为明显的各向异性,因此颗粒长轴平均旋转量也是重要的剪切带演化的细观表征量。

图 5 为峰值荷载状态下较初始状态下不同类型粗土颗粒长轴的平均旋转量。由图 5 发现,旋转量较大的颗粒主要集中在剪切带内,而在剪切带外,则有一些小角度旋转峰值,这与颗粒系统局部变形不均有关。不同 S_e 的粗粒土在剪应力达到峰值强度时,A 与 B 面上的旋转量峰值较为对称地分布在预设剪切缝两边,且同种类型颗粒峰值旋转量存在一定的差异性,这与颗粒排列有关。在力的作用下,粗粒土之间相互接触,剪切过程中颗粒会发生滑移、转动,从而发生不连续的特征。S_e 越小其形状越趋于球形,其在剪应力作用下,更容易发生滑移和转动,而长短轴较明显的颗粒之间相互压实,颗粒之间在受力时“咬合”作用更加明显。

颗粒系统剪切过程中,剪切带内的长轴平均旋转量最大,并向两端逐渐减小;由于颗粒排列的差异性,同类型颗粒到达应力峰值时,长轴平均旋转量存在着差异;此外 S_e 越大的颗粒,其峰值旋转量越小。

配位数常用来衡量颗粒材料的密实程度,是指颗粒与周边固体相接触的颗粒数目,而平均配位数是衡量颗粒材料最直接最基本的微观标量指标。Oda[15] 通过对各种级配、孔隙比和粒径的球状颗粒集合体的研究,发现平均配位数与孔隙比有良好的相关关系,并且与粒径的分布无关。平均配位数 Z 的一般定义为:

$$Z = \frac{2N_c}{N_p} \tag{1}$$

式中:N_c 为体系内的总接触数目;N_p 为颗粒总数。因此从剪切带的微观结构考量,应该分析剪切带内平均配位数随剪切位移的变化规律(如图 6)。

通常来说,颗粒体系内部结构较为稳定时,其平均配位数均较大;而平均配位数减小则意味着颗粒体系变得松散或者各向异性程度增加,将有可能引起局部化或者全局化的失稳破坏[2]。粗粒土具有结构性,在剪切过程中,体系内的应力分布不均匀,应力大的点先达到临界状态,软化后强度降低,原先承担的剪应力超过了抗剪强度,此时超额的剪应力会传递到邻近的未发生软化的粗粒土,随着这一过程持续进行,最终整个体系将要达到剪应力的峰值强度时,完整的剪切带形成,在此过程中配位数是在增加的,随着剪应力达到临界状态,平均配位数出现了剧减,从而使得颗粒间的接触应力能够适应宏观中的各向异性,此时剪切带完整性被破坏,平均配位数减小,但由于粗粒土剪切破坏后结构性犹在,残余强度依旧存在,平均配位数并不会低于初始状态。

由图 6 可知:不同 S_e 的颗粒在同一正应力下剪切带内平均配位数随剪切位移变化规律较为一致,但Ⅲ型颗粒剪切过程中配位数的值明显低于Ⅱ型和Ⅰ型,由此可以说明 S_e 越大的颗粒在剪切过程中颗粒接触越密集,内部结构越稳定,抵御外界荷载的能力越强,这与图 2 的剪应力变化趋势吻合。

3　长轴比对力链演化差异性分析

图 3 中仅仅标明了体系内在到达峰值强度时所有发生明显转动的颗粒,但是剪切过程中的颗粒体系变化是一个随时间变化而表现出不连续变化的过程。系统内由于颗粒形状存在差异性,因此力的传递具有不均匀性,从而导致了应变的局部化。此外系统复杂的力学行为不仅导致颗粒组构的变化,还与力链网络的演化密切相关。因此采用数值方法模拟不同类型颗粒在剪切过程中的力的演化模式,从细观层面上来了解力的传递路径。选用 3 种与物理试验 S_e 较为吻合的颗粒,即:$S_{e\mathrm{I}} > S_{e\mathrm{II}} > S_{e\mathrm{III}}$,在 200 kPa 正应力下进行数值模拟,主要对比分析剪切带范围内的力链演化过程,以反映剪切过程中变形局部化特征和峰值荷载下剪切带内接触力的差异性。将颗粒间的接触力按是否超过平均值,分为强力链和弱力链。

3.1　不同 S_e 颗粒剪切带力链演化特征

图 7 为Ⅲ型 $S_e = 1$ 的圆形颗粒在剪切过程中剪切带内的强力链演化图,图中红色为强力链,蓝色为

弱力链。由图7可看出,在剪应力初始阶段,剪切带内的强力链无序且呈现断裂状的分布在剪切带内。随着剪切过程的进行,剪切带内的强力链比例开始增加且表现出一定的方向性,与上剪切盒运动方向保持一致,但此时强力链之间并未完全联通。当剪应力达到峰值强度时,强力链完全联通,而且所含比例大幅度提升。达到剪应力残余强度时,强力链和准直线性所占比例较峰值强度时均有所下降。

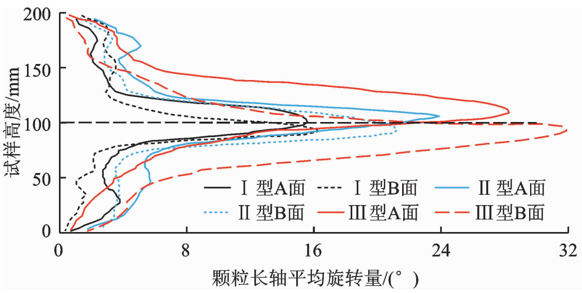


图5 不同类型颗粒长轴平均旋转量

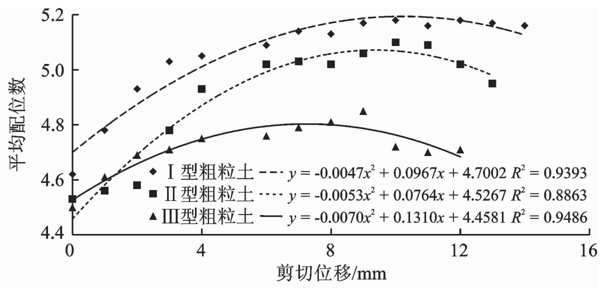
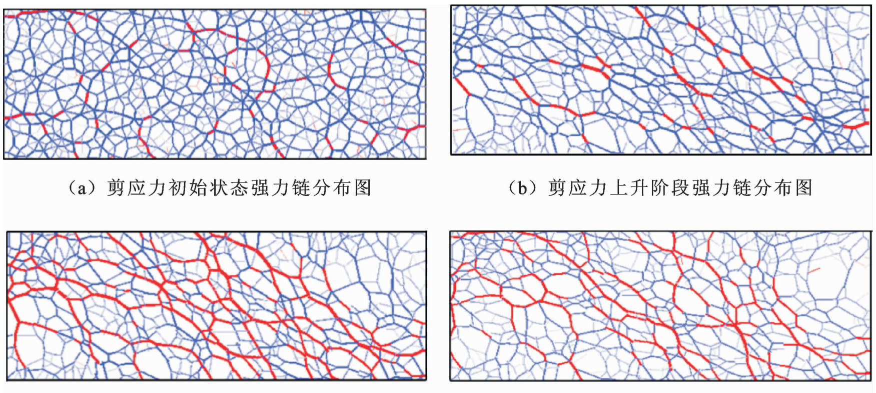


图6 剪切位移与剪切带内平均配位数关系图



(a) 剪应力初始状态强力链分布图 (b) 剪应力上升阶段强力链分布图

(c) 剪应力峰值状态强力链分布图 (d) 剪应力残余状态强力链分布图

图7 Ⅲ型 S_e =1 圆形颗粒剪切带内的强力链演化图

图8为不同类型的粗土粒剪切带内强力链比例变化图。由图8对比分析发现,不同类型的土体颗粒在相同正应力条件下,剪切过程中剪切带内的强力链演化模式较为相似,但Ⅰ型和Ⅱ型颗粒剪切带内强力链的比例要完全高于Ⅲ型颗粒,呈现出:S_e越大,剪切带内强力链的所占比例越大。这是与颗粒的长轴比密切相关的,S_e越大的颗粒,颗粒间相互接触越丰富,颗粒间咬合能力越强,抵抗外力作用的能力越强,从而强力链的比例越高,图6的配位数发展趋势也证明了这一点。

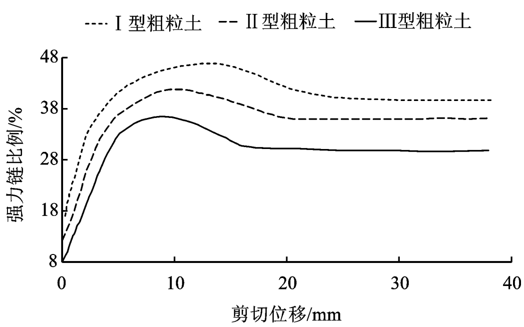
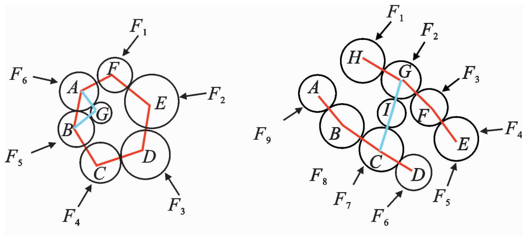


图8 不同类型的粗土粒剪切带内强力链比例变化

3.2 长轴比对力链受力特征影响分析

从细观的角度分析,在外力作用下颗粒系统内的力链网络形态主要有两种(见图9):力环和准直线型力链[16]。



(a) 力环示意图 (b) 准直线型力链示意图

图9 两种不同类型力链网络示意图(改编自文献[16])

由图9可以看出,在剪应力到达峰值荷载过程中,准直线型力链和力环均会在剪切过程中产生,但此时力链的形式以准直线型力链为主。当剪应力到达峰值时,剪切带内3种不同类型的颗粒力链的形式存在很大差异,Ⅰ型颗粒和Ⅱ型颗粒的力链复杂程度要高于Ⅲ型颗粒(见图7(c)、图10、图11)。此时应该考虑到颗粒形状对力链结构的影响,在准直

线型力链和力环两种基础力链形态的基础上,采用组合型力链网络(见图 12)。组合型力链在抵御横向荷载作用时,力链的承受能力要比单一形式力链模式的承受能力更强。

从力学角度分析,单一力环的稳定性要强于准直线的力链,力环能够在剪切过程中累积能量,当能量累积到一定程度时才会发生形态上的改变,从而更好地抵抗侧向压力;而准直线型力链的能量积聚效应较差,在受到一定的剪切力时,便会发生断裂和重组。而组合型力链网络上则考虑了颗粒形状对力链体系的影响。非圆颗粒相比于圆形颗粒而言,在横向荷载作用下,颗粒间接触更加紧密,空隙率减小,使得颗粒之间组成多边环形结构,有利于增强力链系统抵御外力的作用,此外组合型力链断裂重组更加灵活,在外力作用下断裂重组后能够形成更为稳定的结构。

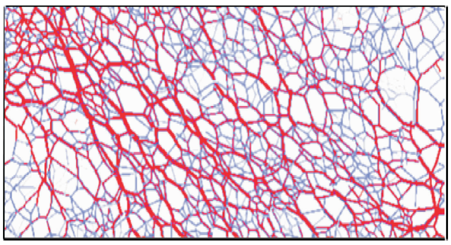


图 10　Ⅰ型颗粒剪应力峰值状态强力链分布图

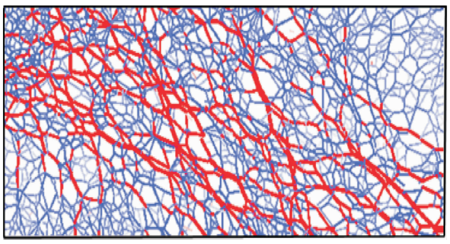


图 11　Ⅱ型颗粒剪应力峰值状态强力链分布图

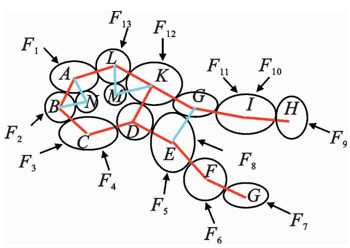


图 12　组合型力链示意图

4　结　论

本文基于室内可视化直剪试验和离散元数值模拟试验,从宏观角度分析了 3 种不同 S_e 的粗粒土达到峰值强度时剪切带内组构要素变化特征,并从细观尺度揭示不同 S_e 的粗粒土剪切过程中力链网络存在差异性的原因。取得了研究成果如下:

(1) 不同 S_e 的粗粒土在直剪过程中,力的传递路径较为相似,同一类型粗粒土两面的核心剪切区的形状基本相似,但 S_e 的越大,剪切带的空间位置差 Δ 越小。

(2) S_e 越大的颗粒峰值旋转量越小,剪切带内正反两面旋转量较大的颗粒较为对称地集中在预设剪切带两侧内,并向两端逐渐减小,同时剪切带内的平均配位数随着剪切过程的进行,先增大到达峰值后又减小,S_e 越大的颗粒剪切过程接触越密集,抵抗外力能力越强。

(3) 在剪切过程中,剪切带内强力链的变化趋势和平均配位数的变化趋势一致。不同类型的粗粒土颗粒力链形态存在差异性,S_e 越大,则颗粒间接触越密集,颗粒间空隙越小,剪切带内强力链密度越大,越易组成组合型力链,力的传递性越好,稳定性越强,力链更加灵活,在外力作用下断裂重组后形成更稳定的结构。

参考文献:

[1] 梁 彬. 粗粒土复杂应力路径试验研究[D]. 南京:河海大学,2007.

[2] 刘嘉英,周 伟,马 刚,等. 颗粒材料三维应力路径下的接触组构特性[J]. 力学学报,2019,51(1):26 - 35.

[3] 李学丰,王 奇,刘金峰,等. 考虑砂土颗粒形状的细观组构定量描述[J]. 中国公路学报,2016,29(10):29 - 36 + 53.

[4] 丰土根,杨贵,花剑岚,等. 高土石坝建设关键技术问题述评[J]. 河海大学学报(自然科学版),2010,38(4):392 - 401.

[5] 姜景山,程展林,刘汉龙,等. 粗粒土二维模型试验的组构分析[J]. 岩土工程学报,2009,31(5):811 - 816.

[6] LI Xiangsong, DAFALIAS Y F . Dissipation consistent fabric tensor definition from DEM to continuum for granular media[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2015, 78:141 - 153.

[7] ZHAO Jidong, GUO Ning . A new definition on critical state of granular media accounting for fabric anisotropy [C]// AIP Conference Proceedings. American Institute of Physics,2013.

[8] ODA M, NEMATNASSER S, MEHRABADIS M M . A statistical study of fabric in a random assembly of spherical granules [J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics,2010, 6(1):77 - 94.

(下转第 253 页)

[2] 杨 笛,熊 伟,许吟隆,等. 气候变化背景下中国玉米单产增速减缓的原因分析[J]. 农业工程学报,2017,33(S1):231－238.
[3] 程 朋,任鸿瑞. 山西高原气温空间插值分析[J]. 河北师范大学学报(自然科学版),2016,40(1):73－79.
[4] 马秀霞,黄领梅,沈 冰. 陕西省月平均气温空间插值方法研究[J]. 水资源与水工程学报,2017,28(5):100－105.
[5] 占龙飞,张传江,胡菊芳,等. 基于DEM的复杂地形气温空间插值研究[J]. 气象与减灾研究,2018,41(1):57－62.
[6] 聂 磊,舒 红,刘 艳. 复杂地形地区月平均气温(混合)地理加权回归克里格插值[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2018,43(10):1553－1559.
[7] 崔晓临,程 赟,张 露,等. 基于DEM修正的MODIS地表温度产品空间插值[J]. 地球信息科学学报,2018,20(12):1768－1776.
[8] 毕 旭. 湖北省气温和降水的变化特征及其与地理因子的相关性分析[D]. 武汉:华中师范大学,2013.
[9] ARULMOZHI V,REGHUNADHAN R. Predicting the protein localization sites using artificial neural networks [J]. Journal of Cheminformatics,2013,5(1):46.
[10] 花晓蕾,唐慧强,张红燕,等. 基于RBF神经网络的空间插值法在空气质量监测中的应用[J]. 传感器与微系统,2015,34(1):157－160.
[11] 王尔申,李兴凯,张芝贤,等. 基于广义回归神经网络的粒子滤波算法研究[J]. 沈阳航空航天大学学报,2014,31(6):54－58.
[12] 何报寅,张 文,乔晓景,等. 基于GRNN模型的悬浮物遥感反演研究——以长江城陵矶段为例[J]. 华中师范大学学报(自然科学版),2014,48(5):737－742.
[13] 白 琳,徐永明,何 苗,等. 基于随机森林算法的近地表气温遥感反演研究[J]. 地球信息科学学报,2017,19(3):390－397.
[14] 徐永明,覃志豪,沈 艳. 基于MODIS数据的长江三角洲地区近地表气温遥感反演[J]. 农业工程学报,2011,27(9):63－68.
[15] VANCUTSEM C,CECCATO P,DINKU T,et al. Evaluation of MODIS land surface temperature data to estimate air temperature in different ecosystems over Africa [J]. Remote Sensing of Environment,2009,114(2):449－465.
[16] 赵颖慧,吕泓辰,甄 贞,等. 黑龙江省气象因子插值优化及与落叶松NPP相关性分析[J]. 南京林业大学学报(自然科学版),2018,42(3):1－9.
[17] 何咏琪. 基于遥感及GIS技术的寒区积雪水文模拟研究[D]. 兰州:兰州大学,2014.
[18] 赵万里. 混凝土抗渗性能预测的广义回归神经网络模型及应用[J]. 混凝土,2011(2):46－48＋127.
[19] 吴耀华. 基于GM－GRNN的电力系统长期负荷预测[J]. 继电器,2007,35(6):45－48＋53.

(上接第239页)

[9] 董启朋,姚海林,卢 正,等.粗粒土三维细观组构与本构关系研究[J].岩石力学与工程学报,2014,33(S2):4334－4342.
[10] ROTHENBURG L,KRUYT N P. Micromechanical definition of an entropy for quasi－static deformation of granular materials [J]. Journalof the Mechanics and Physics of Solids,2009,57(3):634－655.
[11] JANG E R,JUNG Y H,CHUNG C K. Stress ratio－fabric relationships of granular soils under axisymmetric stress and plane－strain loading [J]. Computers and Geotechnics,2010,37(7－8):913－929.
[12] NICOT F, DARVE F, RNVO Group, et al. A multi－scale approach to granular materials [J]. Mechanics of Materials, 2005, 37(9):980－1006.
[13] LI Xia, YU Haisui. Tensorial characterisation of directional data in micromechanics[J]. International Journal of Solids and Structures,2011, 48(14－15):2167－2176.
[14] 孙其诚,金 峰,王光谦,等.二维颗粒体系单轴压缩形成的力链结构[J].物理学报,2010,59(1):30－37.
[15] ODA M. Co－ordination number and its relation to shear strengthof granular materials[J]. Soils and Foundations,1977,17(2):29－42.
[16] 杨 涵, 徐文杰, 张启斌. 散体颗粒介质变形局部化宏－细观机制研究[J].岩石力学与工程学报,2015,34(8):1692－1701.