

仿生算法优化 BP 神经网络在降雨空间插值中的应用

王汉涛^{1,2}, 张潇潇³

(1. 中国长江三峡集团有限公司, 湖北 宜昌 443002; 2. 三峡水利枢纽梯级调度通信中心, 四川 成都 610042; 3. 四川大学 水利水电学院, 四川 成都 610065)

摘要: 人工神经网络能够充分挖掘已知样本中的规律, 从而对未观测数据进行预测, 可应用于降雨量空间插值计算中。在 BP 神经网络进行降雨空间插值的基础上, 引入遗传、粒子群和蚁群 3 种仿生算法对 BP 神经网络初始权值和阈值进行优化, 将优化后的 BP 神经网络应用于三峡区间流域年、月和日 3 个时间尺度的降雨空间插值中。结果表明: 仿生算法对 BP 神经网络初始权值和阈值优化求解后, 降低了 BP 神经网络陷入局部最小以及过拟合的风险, 在插值过程中表现出较好的稳定性, 取得了理想的插值结果。

关键词: 遗传算法; 粒子群算法; 蚁群算法; BP 神经网络; 降雨空间插值; 三峡区间流域

中图分类号: P426.6; TP183 文献标识码: A 文章编号: 1672-643X(2019)03-0106-07

Application of bionic algorithms optimizing BP neural network in spatial interpolation of rainfall

WANG Hantao^{1,2}, ZHANG Xiaoxiao³

(1. China Three Gorges Corporation, Yichang 443002, China; 2. Three Gorges Cascade Dispatching & Communication Center, Chengdu 610042, China; 3. College of Water Resource and Hydropower, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: The artificial neural network can dig out the regulation of the observed data fully to have a prediction to the unobserved data, and can be applied in the spatial interpolation of rainfall. Based on the traditional BP neural network in spatial interpolation of rainfall, this paper introduces the genetic algorithm, particle swarm optimization and ant colony algorithm to optimize the initial weights and thresholds of BP neural network, and are applied in the spatial interpolation of rainfall of year, month and day such three temporal scales in the Three Gorges region. The results showed that after the optimization of initial weights and thresholds of BP neural network by bionic algorithms, it can reduce risk of BP trapping in the partial smallest and the over fitting. There is a better stability in the interpolation process to get the ideal interpolation.

Key words: genetic algorithm; particle swarm optimization algorithm; ant colony algorithm; BP neural network; rainfall spatial interpolation; Three Gorges region basin

1 研究背景

降雨是影响流域水循环最活跃的因素, 对流域产汇流的形成起着决定性的作用。降雨空间插值研究有利于掌握降雨的空间分布特征, 对区域水文水情分析、水资源管理、旱涝灾害预报等具有重要意义^[1-2]。人工神经网络能通过对训练样本的学习有效地揭示变量间的非线性关系, 并具备对未知样点

的预测能力, 因此, 国内外学者将人工神经网络方法应用于降雨空间插值研究中。目前, 人工神经网络在降雨空间插值中的研究主要集中在以下两个方面: 一是直接采用人工神经网络(如 BP 神经网络、RBF 神经网络等)对降雨量的空间分布进行模拟及预测^[3-6]; 二是将人工神经网络与普通克里金、反距离权重等传统插值方法相结合得到一种新的混合插值法^[7-8]。本文直接采用 BP 神经网络构建降雨空

收稿日期: 2018-08-05; 修回日期: 2018-12-05

基金项目: 国家“十二五”水专项(2014ZX07104-005); 国家重点研发计划项目(2016YFC0402210)

作者简介: 王汉涛(1985-), 男, 四川都江堰人, 硕士, 工程师, 主要从事水文水资源工作。

间插值模型,用于三峡区间流域年、月、日降雨量空间插值计算中。

仿生算法是基于自然界生物种群的特殊行为方式提出的群体智能优化算法,同时具有全局和局部搜索能力,能快速收敛到全局最优解附近,适用于求解高维的复杂非线性优化问题^[9]。仿生算法优化神经网络,主要解决神经网络初始连接权值和阈值难以确定的问题,目前在水文、气象等领域都有大量研究成果,广泛应用于时间序列预测中^[10-15],但是运用在空间插值领域较少。本文采用遗传、粒子群、蚁群3种仿生算法来优化求解BP神经网络的初始连接权值和阈值,并构建了相应的降雨空间插值模型,以期提高BP模型插值的稳定性和精度。将插值结果分别与泰森多边形(Thiessen Polygon, TP)、反距离加权(Inverse Distance Weighted, IDW)和普通克里金法(Ordinary Kriging, OK)3种常规插值方法进行对比。

2 研究流域及数据

2.1 研究流域

以长江干流寸滩水文站和支流乌江武隆水文站到三峡大坝之间的三峡区间流域为研究对象。三峡区间流域集水面积约为 $6 \times 10^4 \text{ km}^2$,干流全长658 km,位于东经 $106^\circ 36' 00'' \sim 110^\circ 44' 00''$,北纬 $28^\circ 56' 00'' \sim 31^\circ 44' 18''$ 之间。区内地形地貌条件复杂,支流水系均较短小。

三峡区间属北温带与亚热带季风气候的过渡带,受峡谷地形影响,其气候要素东西差异大,具有多雨、多雾、湿润、冬暖夏热等特点。暴雨发生频繁、

降雨强度大,暴雨走向多为自西向东、沿干流向下游移动^[16]。

2.2 研究数据

研究流域雨量数据由三峡集团水雨情遥测系统提供。共计99个站点,随机选取89个站点作为插值训练站,10个站点作为测试站,10个测试站分别位于不同的子流域,站点分布见图1。

以研究区内2014年降雨量、2014年8月降雨量、2014年8月31日降雨量作为年、月、日降雨量空间插值对象。

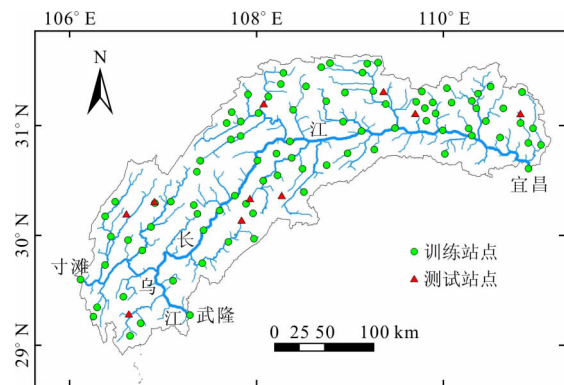


图1 研究区雨量站点空间分布

2.3 降雨量影响因子选择

地理位置、地形特征是影响降雨空间分布的重要因素,本文初步选择经度、纬度、高程、坡度和坡向等因子作为降雨影响因子^[17]。将各影响因子与降雨量进行相关性分析,见表1。结果显示,纬度与降雨量相关性最好、经度次之、其余因子相关性较差,因此,本文最终选择经度、纬度作为三峡区间降雨量的主要影响因子。

表1 降雨量与各影响因子的相关系数

降雨量	经度	纬度	高程	坡度	坡向
2014年降雨量	0.043	0.502**	0.320**	0.141	-0.038
2014年8月降雨量	0.230**	0.582**	0.247*	0.193	-0.060
2014年8月31日降雨量	0.355**	0.605**	0.127	0.203	-0.073

注:*表示在0.05水平(双侧)上显著相关,**表示在0.01水平(双侧)上显著相关。

3 研究方法

3.1 单纯BP神经网络模型

BP神经网络(Back Propagation Neural Network, 简称BP)是一种多层前馈神经网络,通过信号正向传播和误差反向传播不断调整连接权值、阈值,使预测输出不断逼近期望输出。正反两个阶段反复交

替,直到网络收敛为止^[18]。

本次研究以降雨量的影响因子(经度、纬度)作为输入层变量、神经元数为2,降雨量作为输出层变量、神经元数为1,构建BP神经网络。隐含层神经元数在经验公式确定的范围内选取^[19-20]。随机生成输入层与隐含层、隐含层与输出层神经元之间的初始连接权值,隐含层、输出层神经元初始阈值。

通过对BP神经网络进行训练,能够逼近降雨量影响因子和降雨量之间的非线性函数关系,实现降雨空间插值。但是,BP神经网络对初始权阈值依赖较大,在训练过程中,初始连接权阈值的选取是随机生成的、具有很大的不确定性,若设置不合理,会出现收敛速度变慢或者陷入局部最优的情况,也可能出现震荡、不收敛的情况;此外,由于BP神经网络结构、参数设置的任意性,也会导致训练过程中出现过拟合现象。

3.2 仿生算法优化BP神经网络模型

仿生算法是基于自然界生物种群的特殊行为方式提出的群体智能优化算法,同时具有全局和局部搜索能力,能快速收敛到全局最优解附近,适用于求解高维的复杂非线性优化问题^[9]。本文采用遗传(Genetic Algorithm, GA)、粒子群(Particle Swarm Optimization, PSO)^[21]、蚁群(Ant Colony Optimization, ACO)3种仿生算法来优化求解BP神经网络的初始连接权值和阈值,分别构建了GABP、PSOBP、ACOBP模型,以降低BP神经网络在训练过程中陷入局部最小、过拟合的风险,提高降雨空间插值预测稳定性和精度;选择绝对误差和作为适应度函数。计算流程如图2所示。

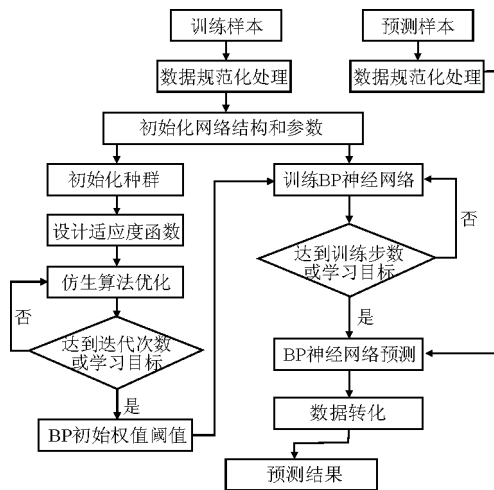


图2 仿生算法优化BP神经网络流程

遗传算法(Genetic Algorithms, GA)实现过程中对染色体数量、交叉概率、变异概率、迭代次数等参数进行了调节;粒子群算法(Particle Swarm Optimization, PSO)实现过程中对粒子群数量、飞行速度限制范围、迭代次数等参数进行了调节;蚁群算法(Ant Colony Optimization, ACO)实现过程中对蚁群数量、迭代次数等参数进行了调节。

3.3 误差评价指标

本次研究采用均方根误差和判定系数两个指标对测试站降雨量模拟精度进行评价。

(1)均方根误差。均方根误差 $RMSE$ 越小,表明预测值越接近实测值,预测的精度越高,见公式(1)。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Z_i^* - Z_i)^2} \quad (1)$$

式中: Z_i^* 为预测值; Z_i 为实测值; N 为站点个数。

(2)判定系数。判定系数 R^2 越接近1,表明模型对数据拟合得越好,见公式(2)。

$$R^2 = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (Z_i - \bar{Z})(Z_i^* - \tilde{Z})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (Z_i - \bar{Z})^2 \sum_{i=1}^N (Z_i^* - \tilde{Z})^2}} \right]^2 \quad (2)$$

式中: \bar{Z} 为测试样本观测值均值; \tilde{Z} 为测试样本预测值均值。

4 结果分析与讨论

4.1 结果分析

算法参数的设置对解的质量有着非常重要的影响,因此需要对相关参数进行反复调试。选取4种BP模型在年、月、日降雨量空间插值中 $RMSE$ 值表现最优、最差的参数组合,列于表2。4种BP模型和3种常规插值方法得到的降雨量预测误差指标 $RMSE$ 统计及预测结果分别见表3、图3~5。

对3种常用插值方法得到的 $RMSE$ 进行比较:从图3~5可以看出,2014年、2014年8月降雨量OK方法插值效果较好,2014年8月31日降雨量IDW方法插值效果较好,TP方法整体误差较大。从表3可以看出,TP方法训练集 $RMSE$ 值为0, IDW方法训练集 $RMSE$ 值近似为0,体现了精确性插值方法的特点;OK方法训练集 $RMSE$ 值较大,符合其本身为非精确性插值方法的情况。

对BP模型和3种常用插值方法得到的测试集 $RMSE$ 进行比较(表3):2014年、2014年8月、2014年8月31日降雨量最小 $RMSE$ 、最大 $RMSE$ 均为BP模型。由此可见,通过调参,BP能够获得较好的降雨插值结果,但是稳定性较差。

对BP模型得到的测试集 $RMSE$ 与训练集 $RMSE$ 进行比较发现(表3):单纯BP模型得到的测试集 $RMSE$ 整体上大于训练集 $RMSE$, 存在过拟合的可能。有学者认为,网络学习过多是导致过拟合问题发生的重要原因^[22-24];本文将BP训练步数设

置为 500、1000、1500、2000、2500、3000 共 6 种情形,均没有获得较好的推广能力。因此,笔者认为,相比起训练步数,BP 的网络结构设置和模型参数选取对训练结果影响更大。通过仿生算法对 BP 神经网络初始权值和阈值进行优化,可以降低网络过度拟合的风险,GABP、PSOBP、ACOBP 模型较 BP 预测能力均有较大的提高。

对 BP 模型和仿生算法优化后的 BP 模型得到的测试集 *RMSE* 进行比较(表 3):GA、PSO、ACO 算法优化 BP 模型后,调试参数过程中出现的 *RMSE* 最大值有大幅度的下降, *RMSE* 平均值整体减小;2014 年降雨量 *RMSE* 最小值由 PSOBP 模型获得,但 2014 年 8 月、2014 年 8 月 31 日降雨量 *RMSE* 最小值仍由 BP 模型获得。因此,仿生算法优化 BP 神经网络能够从整体上提高 BP 神经网络的预测精度和稳定性;但 BP 神经网络本身的学习特点决定了它在训练和模拟过程中存在较强的随机性,不能保证

采用仿生算法对 BP 神经网络初始权值和阈值进行求解后一定会获得最好的插值结果。

对 3 种仿生算法优化后的 BP 模型得到的测试集 *RMSE* 进行比较(表 3):2014 年降雨量 *RMSE* 最小值由 PSOBP 模型获得、最大值由 GABP 模型获得,2014 年 8 月降雨量 *RMSE* 最小值由 ACOBP 模型获得、最大值由 PSOBP 模型获得,2014 年 8 月 31 日降雨量 *RMSE* 最小值、最大值均由 PSOBP 模型获得。3 种算法虽然原理、参数各不相同,但优化 BP 模型表现相当,没有明显的优劣之分。

对年、月、日插值结果进行比较:从图 3~5 可以看出,3 种常用插值方法对日降雨量的拟合程度较好,月降雨量的拟合程度次之,年降雨量的拟合程度较差。4 种 BP 模型通过调试参数,日降雨量拟合效果与 3 种常用插值方法相当,月、年降雨量均优于 3 种常用插值方法的效果;但 BP 模型稳定性欠佳,GABP、PSOBP、ACOBP 模型整体表现较好。

表 2 4 种 BP 模型在降雨量空间插值中 *RMSE* 值表现最优和最差的参数组合

方法	参数	2014 年降雨量		2014 年 8 月降雨量		2014 年 8 月 31 日降雨量	
		<i>RMSE</i> 最大值	<i>RMSE</i> 最小值	<i>RMSE</i> 最大值	<i>RMSE</i> 最小值	<i>RMSE</i> 最大值	<i>RMSE</i> 最小值
BP	网络结构	2-10-1	2-10-1	2-8-1	2-8-1	2-12-1	2-12-1
	训练步数	500	3000	1500	2500	500	1500
	网络结构	2-8-1	2-8-1	2-12-1	2-12-1	2-7-1	2-7-1
BP	训练步数	500	500	500	500	500	500
	权阈值	-800,800	-800,800	-200,200	-800,800	-800,800	-800,800
GABP	染色体数	50	40	40	40	30	30
	交叉概率	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
GA	变异概率	0.002	0.002	0.002	0.002	0.005	0.002
	迭代次数	300	300	200	200	300	300
	网络结构	2-8-1	2-8-1	2-8-1	2-8-1	2-12-1	2-12-1
BP	训练步数	500	500	500	500	500	500
	权阈值	-400,400	-800,800	-200,200	-800,800	-200,200	-800,800
PSOBP	粒子数	70	70	60	60	40	40
	飞行速度	-5,5	-5,5	-12,12	-12,12	-10,10	-10,10
PSO	迭代次数	200	200	300	300	450	450
	网络结构	2-10-1	2-8-1	2-8-1	2-8-1	2-10-1	2-10-1
BP	训练步数	500	500	500	500	500	500
	权阈值	-800,800	-800,800	-800,800	-200,200	-600,600	-800,800
ACOBP	蚂蚁数	40	40	50	40	40	40
	迭代次数	300	300	300	400	300	300

表3 4种BP模型和3种常规插值方法预测误差指标RMSE统计

mm

预测目标	方法	测试集			训练集		
		RMSE 最大值	RMSE 平均值	RMSE 最小值	RMSE 最大值	RMSE 平均值	RMSE 最小值
2014年 降雨量	BP	548.704	343.940	145.463	186.655	154.939	137.494
	GABP	224.923	141.908	92.156	254.636	235.455	215.635
	PSOBP	194.453	128.035	73.310	254.638	230.916	190.857
	ACOBP	150.248	121.473	102.429	254.637	245.971	209.097
	TP		346.828			0	
	IDW		197.766			1.681	
	OK		167.314			88.719	
2014年8月 降雨量	BP	151.317	81.075	45.266	76.881	66.974	55.885
	GABP	80.560	66.947	57.612	91.873	86.310	73.520
	PSOBP	96.294	71.728	58.811	94.056	88.153	80.394
	ACOBP	84.426	68.785	57.263	109.712	95.776	79.688
	TP		97.719			0	
	IDW		72.902			0.776	
	OK		67.797			36.600	
2014年8月31日 降雨量	BP	35.729	20.464	6.871	15.634	12.022	7.839
	GABP	19.042	16.626	7.081	33.422	24.312	16.960
	PSOBP	28.001	17.093	7.080	33.110	21.097	8.967
	ACOBP	27.615	20.178	17.066	33.850	29.008	19.979
	TP		19.019			0	
	IDW		8.821			0.204	
	OK		13.957			1.180	

4.2 讨论

整体来看,通过调试参数,仿生算法优化BP神经网络模型能够获得较好的降雨插值模拟和预测结果,若要将模型运用在长时间序列降雨量空间插值计算中,会面临以下两个问题:

(1)BP神经网络计算时间较短、通常1min能完成一次计算(训练步数设置为3000),但预测效果不稳定;采用仿生算法优化BP神经网络能够达到稳定的插值结果,但计算时间较长,不管是遗传、粒子群还是蚁群,通常要2h才能完成一次计算(算法迭代次数设置为300,BP神经网络训练步数设置为500;计算机采用Intel(R)Core(TM)i3-2310M/CPU@2.10GHz处理器,内存为4.00GB,32位操作系统)。究其原因,一是仿生算法本身的参数设置具有一定的随机性、影响算法的收敛性能,冗余迭代使求得精确解的效率低;二是计算机性能不高。整体来看,仿生算法优化BP神经网络模型的时效性需要改良。

(2)仿生算法的参数设置对最终插值结果有较大程度的影响,而降雨量具有较强的时空分布特性,每个地区、每个时间段的降雨量都不会完全相同,因此需要根据每组数据分别进行参数调试,工作量大且受主观经验、判断制约,仿生算法优化BP神经网络模型的通用性有待进一步加强。

此外,在降雨量影响因子识别过程中,本文虽然考虑了三峡区间流域高程、坡度、坡向等影响因素,但是根据相关性分析,最终仅选择经度、纬度作为输入变量,降雨量作为输出变量,建立BP神经网络降雨插值模型。降雨量受多种因素影响,除了代表地理位置的经纬度,地形和气候带特征亦不容忽视,在接下来的研究工作中,有待进一步掌握三峡区间地形地貌特点和降雨形成机理,更好地挖掘影响三峡区间降雨量的特征因子;其次,区域的卫星降水数据与地面实测降雨有很好的相关性,下一步尝试将卫星降水数据作为辅助变量,提高地面站点降雨空间插值精度^[25];同时,考虑采用模糊熵聚类分析算法,对流域内雨量站

进行模糊熵聚类研究,探索区间降雨的地理位置聚拢性,更好地进行降雨量空间插值研究^[26]。

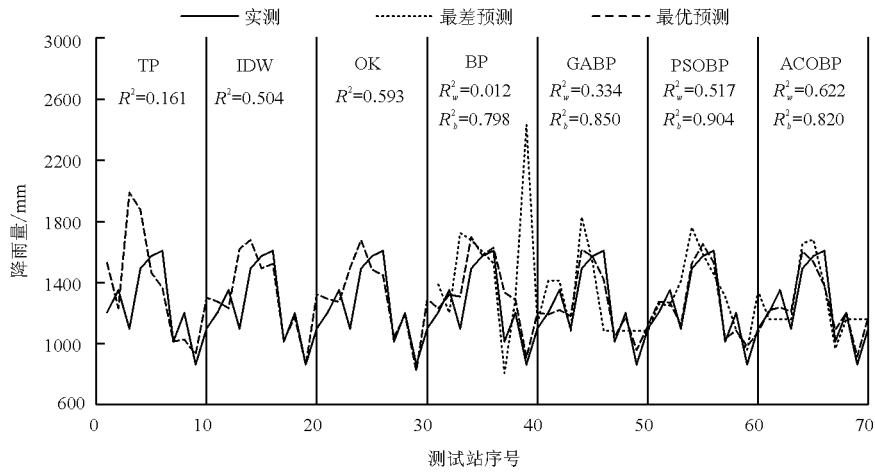


图 3 测试站 2014 年降雨量插值结果

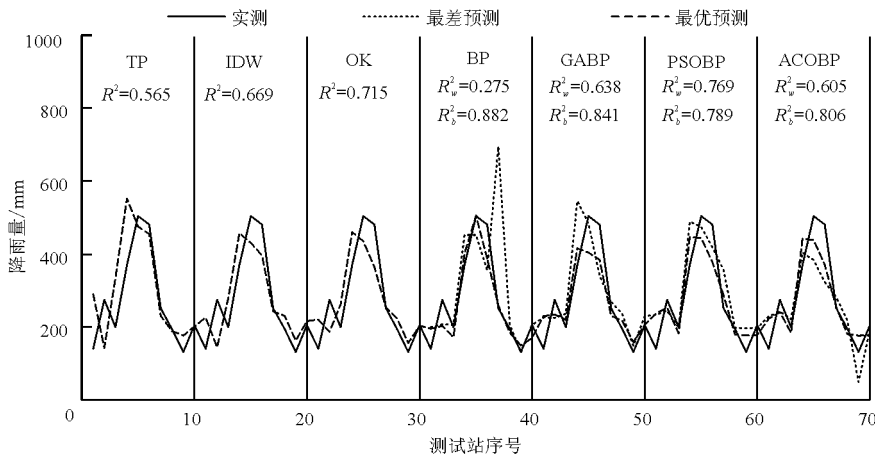


图 4 测试站 2014 年 8 月降雨量插值结果

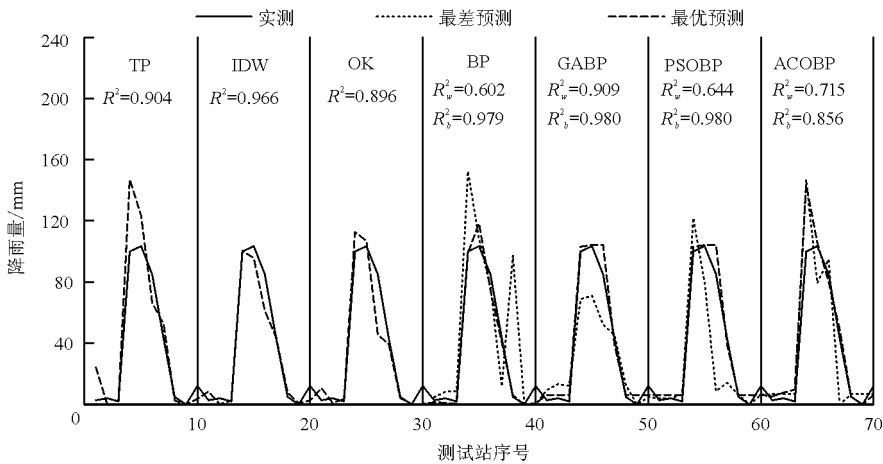


图 5 测试站 2014 年 8 月 31 日降雨量插值结果

5 结 论

(1)较传统插值方法而言,BP 神经网络能在一定程度上描述地理特征与降雨量的复杂非线性关

系,但预测稳定性较差。

(2)选用遗传、粒子群、蚁群算法对 BP 神经网络的初始连接权值和阈值同时进行全局和局部搜索,不再采用随机生成的初始权阈值,降低了 BP 神

神经网络陷入局部最优、过度拟合的风险,GABP、PSOBP、ACOBP模型较BP预测能力均有较大的提高,可以在降雨空间插值领域进行更深入地研究和推广。

经仿生算法优化后的BP神经网络在三峡区间流域年、月、日尺度降雨量空间插值计算中,取得了理想的插值结果;但BP神经网络的拓扑结构、学习特点和仿生算法本身的参数设置均具有一定的随机性,仿生算法优化BP神经网络模型的时效性、通用性有待进一步改良。

参考文献:

- [1] 张继国,谢平,龚艳冰,等. 降雨信息空间插值研究评述与展望[J]. 水资源与水工程学报,2012,23(1):6-9+13.
- [2] 张唯,龙亚斐,张剑波,等. 融合时序特征的湖北省降水空间分布估算[J]. 长江流域资源与环境,2014,23(10):1398-1405.
- [3] 胡广义,张秋文,张勇传. 基于BP人工神经网络的分布式降雨量插值估算[J]. 华中科技大学学报(自然科学版),2009,37(4):107-110.
- [4] 胡广义,张秋文,张勇传. GA优化的BPNN模型在分布式降雨量插值中的应用[J]. 武汉大学学报(工学版),2009,42(4):466-469.
- [5] 莫林,张秋文. 神经网络在降水量空间插值中的应用研究[J]. 计算机与数字工程,2007,35(9):9-12+207.
- [6] KAJORNIT J, WONG K W, FUNG C C. An interpretable fuzzy monthly rainfall spatial interpolation system for the construction of aerial rainfall maps[J]. Soft Computing, 2014,20(12):4631-4643.
- [7] SIVAPRAGASAM C, ARUN V M, GIRIDHAR D. A simple approach for improving spatial interpolation of rainfall using ANN[J]. Meteorology and Atmospheric Physics,2010,109(1-2):1-7.
- [8] PIAZZA A D, CONTI F L, NOTO L V, et al. Comparative analysis of different techniques for spatial interpolation of rainfall data to create a serially complete monthly time series of precipitation for Sicily, Italy[J]. International Journal of Applied Earth Observations & Geoinformation,2011,13(3):0-408.
- [9] 刘国东,戴振学,邢冰,等. 仿生算法在地下水模型反演中的应用现状与展望[J]. 水文地质工程地质,2016,43(1):41-49.
- [10] 杨鑫,任海霞,万芳. 水库径流预报的蚁群优化神经网络算法应用研究[J]. 中国农村水利水电,2013,(12):9-12+18.
- [11] 卜松,王军,郭力文. ACA-BP网络在冰塞水位预测中的应用[J]. 人民黄河,2009,31(5):45-47.
- [12] KIM S, SINGH V P, SEO Y, et al. Modeling nonlinear monthly evapotranspiration using soft computing and data reconstruction techniques[J]. Water Resources Management,2014,28(1):185-206.
- [13] BUYUKYILDIZ M, TEZEL G, YILMAZ V. Estimation of the change in lake water level by artificial intelligence methods[J]. Water Resources Management, 2014, 28(13):4747-4763.
- [14] ASADNIA M, CHUA L H C, QIN X S, et al. Improved particle swarm optimization-based artificial neural network for rainfall-runoff modeling[J]. Journal of Hydrologic Engineering,2013,19(7):1320-1329.
- [15] AZIZ K, RAI S, RAHMAN A. Design flood estimation in ungauged catchments using genetic algorithm-based artificial neural network (GAANN) technique for Australia[J]. Natural Hazards,2015,77(2):805-821.
- [16] 吴昌广,林德生,周志翔,等. 三峡库区降水量的空间插值方法及时空分布[J]. 长江流域资源与环境,2010,19(7):752-758.
- [17] 朱蕾,黄敬峰. 山区县域尺度降水量空间插值方法比较[J]. 农业工程学报,2007,23(7):80-85.
- [18] 王小川,史峰,郁磊. MATLAB神经网络43个案例分析[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2013.
- [19] 王德明,王莉,张广明. 基于遗传BP神经网络的短期风速预测模型[J]. 浙江大学学报(工学版),2012,46(5):837-841+904.
- [20] 胡广义. 分布式降雨量估算模型与方法研究[D]. 武汉:华中科技大学,2009.
- [21] 夏哲兵,刘国东,任玉峰,等. 基于遗传算法的模糊综合评价法在地下水水质评价中的应用[J]. 环境卫生工程,2014,22(6):75-77+80.
- [22] 李祚泳,蔡辉,丁晶. BP网络的学习能力与推广能力之间满足的不确定关系式[J]. 四川大学学报(工程科学版),2003,35(1):15-19.
- [23] 覃光华,李祚泳. BP网络过拟合问题研究及应用[J]. 武汉大学学报(工学版),2006,39(6):55-58.
- [24] 覃光华,丁晶,陈彬兵. 预防过拟合现象的人工神经网络训练策略及其应用[J]. 长江科学院院报,2002,19(3):59-61.
- [25] GONGA-SAHOLIARILIVA N, NEPPEL L, CHEVALLIER P, et al. Geostatistical estimation of daily monsoon precipitation at fine spatial scale: Koshi River Basin[J]. Journal of Hydrologic Engineering. 2016, 21(9):05016017.
- [26] 张继国,管耀宗,朱永忠. 降雨空间分布的模糊熵聚类分析[J]. 河海大学学报(自然科学版). 2016,44(4):353-357.