

# 基于规划求解的暴雨强度公式推求方法研究

李莉<sup>1</sup>, 冷艺<sup>2</sup>, 黄俊<sup>1</sup>, 张赛<sup>1</sup>, 王子奇<sup>3</sup>, 邹浩东<sup>1</sup>, 洪毅怡<sup>1</sup>, 符荣松<sup>4</sup>

(1. 重庆大学 三峡库区生态环境教育部重点实验室, 重庆 400045; 2. 中国交通建设股份有限公司, 北京 100088; 3. 广东海洋大学 海洋与气象学院, 广东 湛江 524088; 4. 重庆工业职业技术学院, 重庆 401120)

**摘要:** 在编制暴雨强度公式时,存在原始降雨资料中包含的异常值影响暴雨强度公式的准确度,皮尔逊-III型理论频率曲线拟合工作量大的问题。针对以上问题,阐述了异常值剔除的方法,分析了变异系数( $C_v$ )、偏态系数( $C_s$ )对皮尔逊-III型分布曲线拟合的影响规律。同时,基于重庆市酉阳县1993-2013年共计21a的暴雨资料,采用Excel规划求解优化皮尔逊-III型分布曲线的拟合参数,分别利用基于规划求解的最小二乘法和高斯牛顿法,推求暴雨强度公式,并对其拟合精度和误差进行了对比分析。提出的规划求解法能有效避免拟合暴雨强度公式适线过程中目估适线法所导致的主观影响,通过对比分析解析了提高收敛速度和精度的暴雨强度总公式的推求方法。

**关键词:** 海绵城市; 暴雨强度公式; 异常值; 规划求解; 高斯牛顿法

中图分类号:TV125; TU992 文献标识码:A 文章编号:1672-643X(2019)03-0017-07

## Study on the deducing method of rainstorm intensity formula based on excel solver add - in

LI Li<sup>1</sup>, LENG Yi<sup>2</sup>, HUANG Jun<sup>1</sup>, ZHANG Sai<sup>1</sup>, WANG Ziqi<sup>3</sup>,  
ZOU Haodong<sup>1</sup>, HONG Yiyihui<sup>1</sup>, FU Rongsong<sup>4</sup>

(1. Key Laboratory of Three Gorges Reservoir Region's Eco-Environment, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. China Communications Construction Company Ltd., Beijing 100088, China; 3. College of Ocean and Meteorology, Guangdong Ocean University, Guangdong 524088, China; 4. Chongqing Industry Polytechnic College, Chongqing 401120, China)

**Abstract:** The outliers in the original rainfall samples could affect the accuracy of the formula, and the Pearson - III theory frequency curve fitting required a large amount of work when deducing the rainstorm intensity formula. Therefore, several methods of removing outliers were introduced and the influence of the coefficient of variation ( $C_v$ ) and the coefficient of skew ( $C_s$ ) on the Pearson - III Distribution were evaluated. Meanwhile, formula of rainstorm intensity was calculated using Excel Solver Add - in to optimize the Pearson - III curve parameters by the least square method and Gauss - Newton method based on the rainstorm data of the total 21 years from 1993 to 2013 in Youyang County of Chongqing City, and the fitting accuracy and error were analyzed. This method could effectively avoid the subjectivity of empirical fitting by eye in the process of fitting Pearson - III Curve. Through comparison and analysis, the proposed method of calculating the general formula of rainstorm intensity can improve the convergence speed and the accuracy.

**Key words:** sponge city; rainstorm intensity formula; outlier; solver add - in; Gauss - Newton method

## 1 研究背景

近5年来,我国300多个城市均发生了不同程度的内涝灾害,而暴雨是形成洪涝灾害的主要原因<sup>[1]</sup>。研究反映降雨规律的暴雨强度公式和参数对于城镇防

洪、海绵城市建设<sup>[2]</sup>有着重要的意义。目前我国暴雨强度公式的推求基本按照《室外排水设计规范》(GB50014-2006)推荐的基本步骤和方法进行,另外还有不少文献也对暴雨强度公式编制中的一些技术问题进行了研究<sup>[2]</sup>,使得暴雨强度公式的编制逐步规范化。

收稿日期:2018-08-17; 修回日期:2018-11-13

基金项目:科技部国家重点研发计划项目(2017YFC0404704)

作者简介:李莉(1984-),女,湖北武汉人,博士,副教授,主要研究方向为水污染控制与雨洪管理。

通讯作者:冷艺(1980-),女,辽宁大连人,博士,高级工程师,从事港航工程、岩土及水环境等相关研究。

但目前对编制过程中基础数据异常值的剔除、 $C_v$ 、 $C_s$  值对拟合曲线的影响、有约束的规划求解法在暴雨强度公式推求的应用等问题的研究较少。

现有的皮尔逊 - III 分布适线研究<sup>[6]</sup>和公式推求方法<sup>[8-11]</sup>很少涉及异常值的剔除,随着数据的更新、资料年限的增加,降雨资料中出现异常值的概率也随之增加,这直接影响暴雨强度公式的准确度。 $C_v$ 、 $C_s$  值的大小不仅反映实测数据的分布规律,还影响暴雨强度 - 降雨历时 - 重现期 ( $q-t-P$ ) 的关系,只有在明确把握  $C_v$ 、 $C_s$  的意义和影响的基础上,才能根据样本分布情况正确估计  $C_v$ 、 $C_s$  的大小关系,得到准确可靠的 ( $q-t-P$ ) 表。此外,皮尔逊 - III 型曲线适线过程中推荐采用的目估适线法具有

主观性,工作量大,精度不够高,通过约束条件采用规划求解不仅能解决研究者发现参数出现负值的问题<sup>[12]</sup>,还能提高拟合速度。因此本文以重庆市酉阳县 1993 - 2013 年共 21 a 的年最大降雨资料为例,研究了异常值的剔除方法、 $C_v$  和  $C_s$  值对拟合曲线的影响规律以及目标规划求解的应用,实现对公式的快速精确的推求。

## 2 降雨数据资料

本文收集了重庆市酉阳县 1993 - 2013 年共计 21 a 的逐分钟降雨资料,按年最大值法取样后将不同年份 5 ~ 120 min 共 9 个降雨历时下的最大雨量统计如下(表 1)。

表 1 降雨数据资料

年份	降雨深度/mm								
	5min	10min	15min	20min	30min	45min	60min	90min	120min
1993	12.2	18.8	20.3	22.0	24.7	26.9	28.8	32.2	33.8
1994	10.2	14.0	14.9	15.8	20.5	23.3	31.3	36.8	38.9
1995	9.9	15.1	18.9	27.3	36.5	40.3	40.8	52.6	56.5
1996	4.8	8.1	11.9	14.6	17.2	20.0	20.0	26.1	35.3
1997	8.6	11.7	12.6	13.2	16.9	20.4	20.5	21.2	21.4
1998	13.6	21.1	29.4	38.8	50.9	79.2	96.3	120.3	137.7
1999	7.8	13.2	15.9	17.6	21.7	24.4	31.7	38.7	42.4
2000	10.0	15.5	19.1	22.8	30.5	39.1	43.3	57.9	62.0
2001	12.2	15.0	16.7	19.3	22.3	28.6	31.2	33.2	34.4
2002	12.4	18.6	22.3	28.5	35.3	35.5	42.0	50.3	52.4
2003	7.8	14.8	21.1	26.1	33.9	42.9	52.1	58.2	62.0
2004	6.3	11.3	15.0	19.3	25.3	32.6	39.0	47.4	59.2
2005	7.8	12.2	16.9	20.5	30.7	34.6	39.7	40.1	40.2
2006	7.6	13.3	17.6	21.3	29.2	30.4	31.1	41.5	59.6
2007	8.0	13.4	18.6	24.7	32.3	36.5	38.7	44.7	52.7
2008	8.0	11.8	16.0	19.5	26.6	30.9	35.6	47.0	55.8
2009	11.4	19.6	24.4	26.8	31.2	32.9	33.5	34.4	35.8
2010	8.8	15.9	23.6	30.9	44.6	61.2	75.7	94.2	105.7
2011	12.5	24.0	30.6	37.0	44.4	58.4	62.0	62.5	62.5
2012	9.8	17.2	25.2	26.3	26.3	27.2	36.7	40.9	45.0
2013	7.9	13.4	17.3	20.5	27.4	38.0	46.8	54.3	73.9

## 3 暴雨强度公式拟合与分析

### 3.1 异常值的剔除

我国制定的城市暴雨强度公式编制和设计暴雨雨型确定技术导则(以下简称《导则》)<sup>[13]</sup>中提到了

数据筛选,但是并未提出数据筛选的方法。异常值可能是由于雪融水、飓风、人为等非正常因素造成的,将它们纳入计算范围会导致拟合曲线与普遍降雨规律偏离较远,因此需要根据气象历史资料剔除高异常值和低异常值。美国关于洪水控制的技术导

则<sup>[14]</sup>(以下简称 Bulletin 17B)中提出,选取样本时会出现遇到特大值的情况,需要进行专门分析确认。一般特大值是指比相应历史资料序列的平均值(计入特大值后的均值)大2倍以上的稀遇暴雨值,合理取舍特大值有利于提升理论频率曲线拟合的准确度。通过分析研究,当数据服从对数皮尔逊分布且偏态值在-3~3之间时,采用如下的方法剔除异常值较为合理:

$$q_H = \bar{q} + K_N S \quad (1)$$

$$q_L = \bar{q} - K_N S \quad (2)$$

式中: $q_H$ 为对数形式的高限值; $q_L$ 为对数形式的低限值; $\bar{q}$ 为某一降雨历时下降雨资料的均值; $S$ 为该降雨历时下降雨资料的标准偏差; $K_N$ 为 Bulletin 17B 附录4中  $K$  值,其有剔除0.1显著性水平异常值的作用; $N$ 为观测值个数,即按年最大值选样的数据资料的年数。Bulletin 17B 的附录4仅给出了0.1显著水平下的  $K_N$  值,当设计的防涝防洪等级高的时候,可以参考不同水平下的  $K_N$  值<sup>[14]</sup>,对异常值进行适当取舍。样本量较大时异常值出现的概率也相应增加,高侧和低侧仅剔除一个异常值可能不够,如有50 a的降雨资料时,则需要剔除两个甚至更多异常的数据,可采用 Spencer 等<sup>[16]</sup>提出的数学模型,计算  $K_N$ ,有助于更准确地分析、剔除异常数据。

小于  $q_L$  的所有样本数据应被视为异常值而被剔除,而大于  $q_H$  的数据只能在有气象资料支撑的基础上剔除最大值。当样本偏态系数大于0.4时, Bulletin 17B 建议先剔除高异常值,偏态系数小于0.4时,先剔除低异常值,当偏态系数介于-0.4~0.4时,对高、低异常值的剔除顺序不作要求。

鉴于本文中酉阳的样本量仅有21 a,异常值出现的概率较低,同时修订公式时样本量不应小于20 a,对于每一个降雨历时在本次拟合中仅需检验是否存在一个异常值。同时,酉阳城市防涝仅需达到20年一遇的等级,故采用0.1显著水平下的  $K_N$  值。在拟合酉阳暴雨强度公式时,按照上述方法首先分析数据是否存在异常值,然后根据计算分别剔除了原始资料中45、60、90、120 min的最大暴雨强度值。

### 3.2 $C_v$ 、 $C_s$ 值对拟合曲线的影响规律

皮尔逊-III型分布的概率密度函数为:

$$f(q) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} (q-b)^{\alpha-1} e^{-\beta(q-b)} \quad (b < q < +\infty) \quad (3)$$

其中: $\Gamma(\alpha)$ 为Gamma函数, $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} q^{\alpha-1} e^{-q} dq$ ;  $\alpha, \beta > 0$ 。

由于累积分布函数表示的是小于等于某一暴雨强度  $q$  的概率,而理论频率是指大于等于某一暴雨强度  $q$  的概率,故按下式积分式计算理论频率:

$$P_{theoretical} = P(q \geq q_{theoretical}) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_{q_{theoretical}}^{+\infty} (q-b)^{\alpha-1} e^{-\beta(q-b)} dq \quad (4)$$

式中: $P_{theoretical}$ 为理论频率; $q_{theoretical}$ 为对应理论频率

下的暴雨强度; $\alpha = \frac{4}{C_s^2}$ ;  $\beta = \frac{2}{q C_v C_s}$ ;  $b = \bar{q}(1 -$

$\frac{2C_v}{C_s})$ ;参数  $\alpha, \beta$  可用统计参数表示。其中  $C_v$  为变异系数,反映概率密度曲线的平均情况和离散程度; $C_s$  为偏态系数,反映曲线对称情况(偏态情况)。在 Excel 中采用 AVERAGE 函数计算  $\bar{q}$ ,采用 STDEV 函数计算序列标准差  $\bar{V}$ ,其与序列均值  $\bar{q}$  之比即为变异系数  $C_v$ ,SKEW 函数计算偏态系数  $C_s$ 。由于暴雨强度  $q$  不能为负且公式(3)中的密度函数  $f(q) \geq 0$ ,故  $0 \leq b \leq q_{min}$ ,因此对  $C_v, C_s$  的约束为: $2 \leq \frac{C_s}{C_v} \leq \frac{2\bar{q}}{q - q_{min}}$ 。

对于公式(4)的求解方法可以参考罗雅文<sup>[17]</sup>的方法,令  $t = \beta(q-b)$ ,公式(4)变为:

$$P_{theoretical} = P(t > t_{theoretical}) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{t_{theoretical}}^{+\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt \quad (5)$$

公式(5)可通过 Excel 内置函数 GAMMAINV(1 -  $P_{theoretical}, \alpha, 1$ ) 返回  $t_{theoretical}$ ,然后再通过  $q_{theoretical} = \frac{t_{theoretical}}{\beta} + b = \bar{q} [1 + C_v (\frac{C_s}{2} t_{theoretical} - \frac{2}{C_s})]$  计算对应理论频率下的暴雨强度。

通过以上分析,对  $C_v, C_s$  赋不同的数值计算皮尔逊-III型概率密度曲线及其积分后的累积概率曲线,曲线作图详见图1所示。

由图1(a)可知,当  $C_s$  不变时,  $C_v$  越大,概率密度曲线矮且宽,累积分布曲线越来越缓,由此推导  $C_v$  越大,皮尔逊-III型曲线可拟合的范围也越大,此时曲线能拟合出离散程度高的数据。当实际降雨数据计算的概率集中在均值附近时,在进行适线时可适当减小  $C_v$ ,而当数据离散程度较大时,可以适当增大  $C_v$ 。由图1(b)可知,当  $C_v$  一定时,  $C_s$  越大,概率密度曲线越高且窄,左偏程度越高,累积分布曲线中部越向左偏,上段越陡,下段越平缓,由此可推导,当数据正偏态程度越大,即小于平均值的数据占总

数据的比例越大时,应该用更大的  $C_s/C_v$  曲线去拟合数据。

综上所述,在皮尔逊-III型曲线适线过程中,可通过计算样本均值,分析数据的离散与偏态程度,结合图1中数据离散程度与  $C_v$ 、 $C_s$  变化的相关关系,来调整  $C_v/C_s$  比值,提高适线拟合速度。

### 3.3 基于规划求解的分布曲线拟合及适线

为得到指定重现期及指定降雨历时下的暴雨强度,需按照理论频率分布拟合曲线,将分散的原始数据拟合得出内在趋势,为暴雨强度公式的外延计算创造条件。理论频率分布曲线包括:皮尔逊-III型分布曲线(P-III型曲线)、耿贝尔分布曲线(Gumbel曲线)和指数分布曲线。由于指数分布曲线适用于非年最大值法取样的数据<sup>[18]</sup>,耿贝尔曲线是皮尔逊-III型曲线  $C_s = 1.140$  的一个特例,其弹性不足,对样本适应性较差<sup>[19]</sup>,因此本研究采用皮尔逊-III型曲线来拟合暴雨强度-降雨历时-重现期( $q-t-P$ )的关系。

优化皮尔逊-III型曲线的  $\bar{q}$ 、 $C_v$ 、 $C_s$  3个参数时,一般不改变样本的均值,而是通过调整  $C_v$  和  $C_s$  使拟合值更接近于真实值,即使得  $\sum_{i=1}^n (q_{theoretical_i} - q)^2$  (残差平方和)最小。利用Excel规划求解时,目标设置为  $\sum_{i=1}^n (q_{theoretical_i} - q)^2$  取最小值,其中  $q_{theoretical} = \bar{q} [1 + C_v (\frac{C_s}{2} \text{GAMMAINV}(1 - P_{theoretical}, \alpha, 1) - \frac{2}{C_s})]$ , 约束条件为  $2 \leq \frac{C_s}{C_v} \leq \frac{2\bar{q}}{q - q_{min}}$ 。结合3.2节中论述的  $C_v$ 、 $C_s$  的影响规律调整  $C_v$ 、 $C_s$  的大小然后赋  $C_v$  和  $C_s$  初值,进行不断迭代计算,使目标函数值达到最小,从而确定各参数值。值得注意的是当对  $C_v$  和  $C_s$  的赋初值时,  $C_v$  的初值采用样本的变异系数,而  $C_s$  的初值采用2、3、3.5、4、... $n$  倍的  $C_v$  值。

将通过规划求解优化拟合的皮尔逊-III型分布曲线与经验频率点共同体现在海森频率格纸<sup>[20]</sup>上,得到如图2所示的暴雨强度-降雨历时-重现期( $q-t-P$ )关系图。

根据以上方法按照皮尔逊-III型分布拟合曲线,拟合的绝对均方误差为0.0557 mm/min,相对均方误差为6.27%。同时对未剔除异常值时误差进行了对比分析,发现未剔除异常值时理论频率曲线的绝对均方误差为0.0704 mm/min,相对均方误差为7.03%;剔除异常值后绝对均方误差值减小

0.0147 mm/min,相对均方误差值减小0.76%。

### 3.4 暴雨强度公式推求

通过计算  $q_{theoretical}$  或者由图2查询得到一组包含5个重现期(西阳县管网按20年一遇防涝等级设计,故只需20、10、5、3、2年的重现期)、9个降雨历时(5、10、15、20、30、45、60、90、120 min)的数据,分别采用最小二乘法和高斯牛顿法推导暴雨强度公式。

依据《室外排水设计规范》(GB50014-2006)<sup>[21]</sup>,暴雨强度公式定义为:

$$q = \frac{167A_1(1 + C \lg P)}{(t + b)^n} \quad (6)$$

式中:  $q$  为暴雨强度,  $L/(s \cdot \text{km}^2)$ ;  $P$  为重现期,  $a$ ;  $t$  为降雨历时,  $\text{min}$ ;  $A_1$ 、 $b$ 、 $C$ 、 $n$  为与地方暴雨特性有关且需求解的参数,其中  $A_1$  为雨力参数,即重现期为1 a时的1 min设计雨量,  $\text{mm}$ ;  $C$  为雨力变动参数;  $b$  为降雨历时修正参数,即对暴雨强度公式两侧求对数后能使曲线转为直线所加的时间参数,  $\text{min}$ ;  $n$  为暴雨衰减指数,与重现期有关。

3.4.1 最小二乘法推求结果 为求得暴雨强度公式,对于公式(6)两侧取对数得:

$$\ln q = \ln 167A_1 + \ln(1 + C \lg P) - n \ln(t + b) \quad (7)$$

令  $y = \ln q$ ,  $b_0 = \ln 167A_1$ ,  $x_1 = \ln(1 + C \lg P)$ ,  $b_2 = -n$ ,  $x_2 = \ln(t + b)$ , 公式(7)变为:

$$y = \beta_0 + x_1 + \beta_2 x_2 \quad (8)$$

公式(7)含有两个变量  $\ln(1 + C \lg P)$ 、 $\ln(t + b)$  (即公式(8)中的  $x_1$ 、 $x_2$ ), 因此需要计算含两个变量的最小二乘估计量,以  $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - x_{i1} - \hat{\beta}_2 x_{i2})^2$  最小为目标函数,偏导求解计算  $\hat{\beta}_2$  和  $\hat{\beta}_0$ :

$$\begin{cases} \hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{i2} - \bar{x}_2)(y_i - \bar{y}) - \sum_{i=1}^n x_{i1} x_{i2} + n \bar{x}_{i1} \cdot \bar{x}_{i2}}{\sum_{i=1}^n (x_{i2} - \bar{x}_2)^2} \\ \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \bar{x}_{i1} - \hat{\beta}_2 \bar{x}_{i2} \end{cases} \quad (9)$$

根据公式代换有  $167A_1 = e^{\hat{\beta}_0}$ ,  $n = -\hat{\beta}_2$ , 采用Excel规划求解,即设置目标函数  $\sum_{i=1}^n (\ln q_i - \hat{\beta}_0 - \ln(1 + C \lg P_i) - \hat{\beta}_2 \ln(t_i + b))^2$  最小,利用最小二乘法解此二元线性回归方程求得参数  $b$ 、 $C$  值,由此推导的暴雨强度公式为:

$$q = \frac{1429.8658(1 + 0.9720 \lg P)}{(t + 11.1217)^{0.6728}} \quad (10)$$

应用最小二乘法求解暴雨强度公式曲线与皮尔逊-III 频率分布设计值的比较如图 2 所示。最小二乘法求解暴雨强度公式的绝对均方误差为 0.0654 mm/min, 相对均方误差为 3.96%。最小二乘法是

以残差平方和最小为目标,对估量值求偏导从而求解参数,这种方法对异常值特别敏感,在计算中收敛速度不是很高,此外对于非线性函数需要进行线性转化,故最小二乘法在暴雨强度公式的拟合上具有一定局限性。

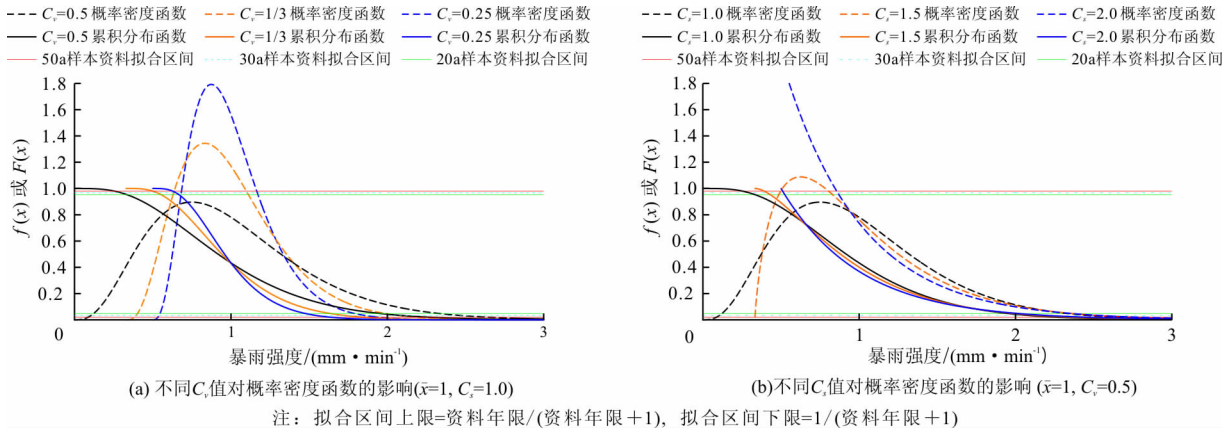


图 1 不同  $C_e$ 、 $C_s$  对概率密度函数和累积分布函数的影响

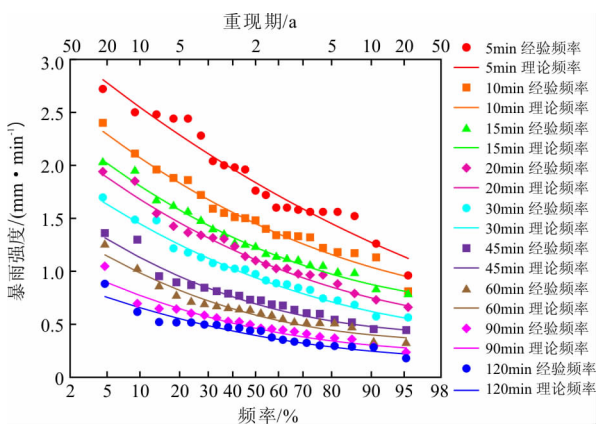


图 2 暴雨强度-降雨历时-重现期 ( $q-t-P$ ) 关系的经验频率点和理论频率曲线

3.4.2 高斯牛顿法推求结果 高斯牛顿法由于具有加快收敛等优点,可用于暴雨强度公式修订<sup>[22]</sup>,首先赋予  $A_1, c, b, n$  初值  $A_{1_0}, c_0, b_0, n_0$ , 让  $q(A_1, c, b, n, P, t) = \frac{167A_1(1 + C \lg P)}{(t + b)^n}$  在  $A_{1_0}, c_0, b_0, n_0$  处泰勒展开,保留一阶项,忽略高阶倒数,得到泰勒一阶近似表达式:

$$q(A_1, c, b, n, P, t) \approx q(A_{1_0}, c_0, b_0, n_0, P, t) + q_{A_1}^{(1)}(A_{1_0}, c_0, b_0, n_0, P, t) \cdot \Delta A_1 + q_c^{(1)}(A_{1_0}, c_0, b_0, n_0, P, t) \cdot \Delta c + q_b^{(1)}(A_{1_0}, c_0, b_0, n_0, P, t) \cdot \Delta b + q_n^{(1)}(A_{1_0}, c_0, b_0, n_0, P, t) \cdot \Delta n \quad (11)$$

将公式(11)代入  $\sum_{i=1}^n (q_i - \frac{167A_1(1 + C \lg P_i)}{(t_i + b)^n})^2$

式中,设置目标函数为残差平方和最小,利用最小二乘法正规方程组估计出  $\Delta A_1, \Delta c, \Delta b, \Delta n$ , 得到每一次迭代各参数的改变量,下一次迭代时以  $A_{1_0} + \Delta A_1, c_0 + \Delta c, b_0 + \Delta b, n_0 + \Delta n$  为参数计算式,依次迭代,程序的实现可以参考王杰等<sup>[23]</sup>的研究。采用高斯牛顿法时,初值选取不当会造成目标函数不收敛,因此可采用最小二乘法与 Excel 规划求解得出的参数值作为初值,然后进行迭代计算,既能保证收敛性,又能加快收敛速度。

高斯牛顿法采用 Matlab 程序求解,得暴雨强度公式为:

$$q = \frac{1299.1431(1 + 0.7663 \lg P)}{(t + 9.751)^{0.6275}} \quad (12)$$

应用高斯牛顿法求解暴雨强度公式曲线与皮尔逊-III 频率分布设计值的比较如图 4 所示。高斯牛顿法求解暴雨强度公式的绝对均方误差为 0.0502 mm/min, 相对均方误差为 5.38%。

图 3、4 表明,在暴雨强度较小的情况下,通过最小二乘法获得的暴雨强度公式与皮尔逊-III 频率分布设计值吻合较好;而在暴雨强度大时,通过高斯牛顿法获得的暴雨强度公式与皮尔逊-III 频率分布设计值吻合较好,正因为这个原因,最小二乘法得到暴雨强度公式相对均方误差比高斯牛顿法得到暴雨强度公式相对均方误差小。此外,由于高斯牛顿法的优化目标函数可定为非线性残差平方和



$$\sum_{i=1}^n (q_i - \frac{167A_1(1 + C \text{索} \lg P_i)}{(t_i + b)^n})^2$$
 或者平均绝对均方差  $\frac{1}{m_0} \sum_{j=1}^{m_0} \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (q_{ij} - \frac{167A_1(1 + C \lg P_{ij})}{(t_{ij} + b)^n})^2}$  最小 (式中  $m_0$  和  $m$  分别为重现期的个数和降雨历时的个数), 而最小二乘法的优化目标函数只是线性化后

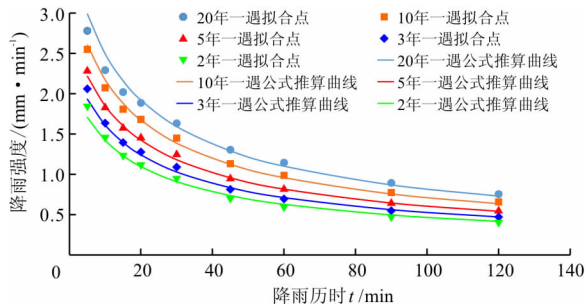


图3 最小二乘法求解暴雨强度公式推求值与 P - III 拟合值的比较

的残差平方和  $\sum_{i=1}^n (\ln q_i - \hat{\beta}_0 - \ln(1 + C \lg P_i) - \hat{\beta}_2 \ln(t_i + b))^2$ , 故高斯牛顿法推求的暴雨强度公式具有更高的精度, 对比可知高斯牛顿法拟合的暴雨强度公式的绝对均方误差更小。综上所述, 通过高斯牛顿法推求的西阳暴雨强度公式为公式(12) 较合理, 满足规范中对绝对均方误差不超过 0.05 mm/min 的要求。

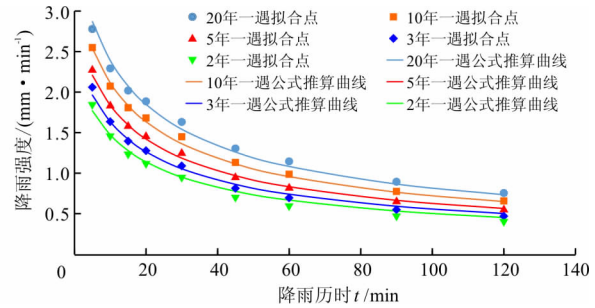


图4 高斯牛顿法求解暴雨强度公式推求值与 P - III 拟合值的比较

## 4 结 论

针对暴雨强度公式推求中存在的问题, 以实际暴雨强度数据结合理论知识对推求过程的几个问题进行了研究, 得到以下几个结论:

(1) 通过研究分析提出了异常值的剔除方法, 结合分析  $C_v$ 、 $C_s$  的意义总结其对适线的影响规律。当数据服从对数皮尔逊分布且偏态值在  $-3 \sim 3$  之间时, 采用对数形式的高低限值方法剔除异常值, 合理取舍异常值有利于提升理论频率曲线拟合的准确度; 当数据集中分布在均值左右时适当减小  $C_v$ , 当数据正偏程度较大时, 适当增大  $C_s/C_v$ , 为方便准确地拟合出暴雨强度 - 降雨历时 - 重现期 ( $q - t - P$ ) 曲线提供了支撑。

(2) 通过约束条件, 设置目标函数采用 Excel 规划求解  $C_v$ 、 $C_s$ , 与目估适线法相比, 明显提高了拟合速度和精度。

(3) 基于规划求解的最小二乘法推导的暴雨强度公式绝对均方误差为 0.0654 mm/min, 相对均方误差为 3.96%; 高斯牛顿法推导的暴雨强度公式绝对均方误差为 0.0502 mm/min, 相对均方误差为 5.38%, 通过高斯牛顿法推求的西阳暴雨强度公式较合理。高斯牛顿法可采用最小二乘法的计算值作为初始值进行迭代计算, 相比而言高斯牛顿法具有更快的收敛速度和更高的拟合精度。

## 参考文献:

- [1] 白珊, 赵莹, 赵然杭, 等. 山东省小流域短历时暴雨公式的优化及应用研究[J]. 水资源与水工程学报, 2016, 27(4): 50 - 54.
- [2] 王赫, 肖龙, 刘勇, 等. 基于城市内涝浅谈海绵城市建设[J]. 南昌工程学院学报, 2016, 35(6): 66 - 71.
- [3] 沈红霞, 杜付然, 江海涛, 等. 南京主城区设计暴雨计算研究[J]. 水资源与水工程学报, 2017, 28(6): 74 - 78.
- [4] 袁典, 陈军, 卿清涛, 等. 最小二乘法估算 Pearson - III 型分布参数的改进[J]. 地球信息科学学报, 2016, 18(9): 1167 - 1173.
- [5] 王金辉, 丛海兵. 暴雨强度公式编制中皮 - III 型频率曲线的快速拟合[J]. 中国给水排水, 2013, 29(1): 52 - 55.
- [6] 高琳, 周玉文, 唐颖, 等. 城市暴雨强度公式皮尔逊 III 型适线问题研究[J]. 给水排水, 2016, 52(8): 47 - 51.
- [7] 李龙. 宝鸡市暴雨强度公式推求与设计暴雨雨型分析[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2015.
- [8] 郭渠, 廖代强, 孙佳, 等. 重庆主城区暴雨强度公式推算和应用探讨[J]. 气象, 2015, 41(3): 336 - 345.
- [9] 白珊, 赵莹, 赵然杭, 等. 山东省小流域短历时暴雨公式的优化及应用研究[J]. 水资源与水工程学报, 2016, 27(4): 50 - 54.
- [10] 王睿, 徐得潜. 合肥市暴雨强度公式的推求研究[J]. 水文, 2016, 36(1): 71 - 74.
- [11] 王永静, 叶兴成, 王飞, 等. 不同拟合方法推求暴雨强度公式研究[J]. 水资源与水工程学报, 2017, 28(5): 76 - 79 + 86.
- [12] 张东海, 段莹, 周文钰, 等. 贵阳市暴雨强度公式推求

- [J]. 城市道桥与防洪, 2016(1):95-99+11-12.
- [13] 住房和城乡建设部, 中国气象局. 城市暴雨强度公式编制和设计暴雨雨型确定技术导则[Z]. 2014.
- [14] U. S. Water Resources Council. Guidelines for determining flood flow frequency[Z]. Bulletin of the Hydrology Committee (USA), No. 17B, 1982.
- [15] GRUBBS F E, BECK G. Extension of Sample Sizes and Percentage Points for Significance Tests of Outlying Observations[J]. Technometrics, 1972, 14(4):847-854.
- [16] SPENCER C S, MCCUEN R H. Detection of Outliers in Pearson Type III Data[J]. Journal of Hydrologic Engineering, 1996, 1(1):2-10.
- [17] 罗雅文. 新暴雨特性下重庆市暴雨强度公式修编[D]. 重庆:重庆大学, 2012.
- [18] 王俊萍. 推求绵阳市暴雨强度公式的问题研究[D]. 西安:西安建筑科技大学, 2007.
- [19] 翁窈瑶. 城市暴雨强度公式推求方法研究[D]. 北京:北京工业大学, 2012.
- [20] 黄泽钧. Excel 绘制水文计算海森机率格纸的方法[J]. 湖北水利水电职业技术学院学报, 2006(7):330+332.
- [21] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 室外排水设计规范:GB 50014-2006 [S]. 北京:中国计划出版社, 2014.
- [22] 陈鹏飞. 基于 MATLAB 的暴雨强度公式参数推求[D]. 广州:广州大学, 2010.
- [23] 王杰, 万程炜, 郑敏杰, 等. 高斯牛顿法在皮尔逊Ⅲ型曲线适线中的应用[J]. 人民黄河, 2014, 36(9):27-30.

(上接第 16 页)

- [17] MCFEETERS S K. The use of the normalized difference water Index (NDWI) in the delineation of open water features[J]. International Journal of Remote Sensing, 1996, 17(7):1425-1432.
- [18] HALL D K, BAYR K J, SCHÖNER W, et al. Consideration of the errors inherent in mapping historical glacier positions in Austria from the ground and space (1893-2001) [J]. Remote Sensing of Environment, 2003, 86(4):566-577.
- [19] RAY R D, BECKLEY B D. Calibration of ocean wave measurements by the TOPEX, Jason-1, and Jason-2 Satellites [J]. Marine Geodesy, 2012, 35(sup1):238-257.
- [20] SANTOS DA SILVA J, CALMANT S, SEYLER F, et al. Water levels in the Amazon basin derived from the ERS 2 and ENVISAT radar altimetry missions[J]. Remote Sensing of Environment, 2010, 114(10):2160-2181.
- [21] PHAN V H, LINDENBERGH R, MENENTI M. ICESat derived elevation changes of Tibetan lakes between 2003 and 2009[J]. International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation, 2012, 17(1):12-22.
- [22] 吴红波, 杨萌, 杨春利, 等. 冰川亏损对哈拉湖流域湖泊水位波动的影响[J]. 水资源与水工程学报, 2016, 27(4):13-20.
- [23] 郭梦京, 周孝德, 李鹏, 等. 近 50 年博斯腾湖水位变化特征分析[J]. 水土保持研究, 2015, 22(2):52-57.