DOI:10.11705/j.issn.1672-643X.2019.02.32

基于 FOA 法搜索危险滑动面的三维极限平衡分析

常晨莹1,林川1,袁占军2,赵兰浩1

(1. 河海大学 水利水电学院, 江苏 南京 210098; 2. 黄河水利委员会供水局, 河南 郑州 450003)

摘 要:针对三维极限平衡法分析边坡稳定时不能搜索最危险滑动面的问题,以索风营水电站 Dr2 危岩体加固工程为研究对象,采用果蝇优化算法搜索危岩体的滑动面,采用改进的三维极限平衡法对危岩体进行抗震稳定计算,提出基于果蝇优化算法的危岩体危险滑动面搜索方法,并分析了危岩体各种加固措施对稳定的贡献度。结果表明:加固后的危岩体在地震工况下可以维持稳定,其中泥岩灌浆对稳定的贡献最大,顶部锚索贡献最小。该方法弥补了传统极限平衡法无法所搜滑动面的缺陷,提高了边坡失稳的预测精度,可为类似工程提供一定的参考。
 关键词:危岩滑动面;果蝇优化算法;三维极限平衡法;稳定分析;安全系数
 中图分类号:TU457 文献标识码:A 文章编号: 1672-643X(2019)02-0205-07

Three-dimensional limit equilibrium analysis based on fruit fly optimization algorithm for searching the dangerous sliding surface

CHANG Chenying¹, LIN Chuan¹, YUAN Zhanjun², ZHAO Lanhao¹

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. Water Supply Bureau, Yellow River Conservancy Commission, Zhengzhou 450003, China)

Abstract: The three-dimensional limit equilibrium method cannot search the most dangerous sliding surface when analyzing the slope stability. Taking the Dr2 dangerous rock mass reinforcement project of Suofengying Hydropower Station as the research object, the fruit fly optimization algorithm (FOA) was used to search the sliding surface of the dangerous rock mass. An improved 3D limit equilibrium method was used to calculate the seismic stability of dangerous rock mass. A dangerous sliding surface search method based on the FOA was proposed and the contribution of various reinforcement measures to stability was analyzed. The results showed that the strengthened dangerous rock mass can maintain stability under the earthquake condition, and mudstone grouting contributes the most to the stability, and the top anchor cable contributes the least to the stability. This method helps solve the defect that the traditional limit equilibrium method cannot search the sliding surface, improves the prediction accuracy of slope instability, and can provide some reference for similar projects.

Key words: dangerous sliding surface; FOA(fruit fly optimization algorithm); three-dimensional limit equilibrium; stability analysis; safety factor

1 研究背景

在边坡稳定分析领域,刚体极限平衡法是理论 最成熟的方法之一,已经成功应用于许多工程实 践^[1-3]之中。陈祖煜等^[4]在二维 Spencer 法的基础 上进行了三维扩展,提出了一个理论基础更为严密、 计算步骤相对简单、收敛性能更好的三维极限平衡 分析法。极限平衡法对边坡进行稳定分析时,只能 对已确定的滑动面进行计算,这就需要先找到最不 利滑动面,再进行计算。传统的搜索滑动面的方法 有二分法、坐标轮换法等,这些方法对于复杂边坡, 搜索极易陷入局部极小值,很难搜索出真正的最不 利滑动面。随着科技的发展,一大批智能优化算法 随之涌现,主要有遗传算法、模拟退火法和仿生算

基金项目:国家重点研发计划项目(2018YFC0406705、2016YFC0401601)

收稿日期:2018-08-28; 修回日期:2018-12-13

作者简介:常晨莹(1993-),女,河北邢台人,硕士研究生,研究方向为水工结构抗震。

通讯作者:赵兰浩(1980-),男,山东临沂人,博士,教授,博士生导师,研究方向为流固耦合与水工结构抗震。

法。谢桂华等^[5]利用溃传算法建立边坡可靠度分 析模型,该方法对目标函数要求比较宽松,可以得到 全局最优解,但是遗传算法对实际问题的搜索空间 大小的变化适应能力较差,且计算量大,容易出现早 熟现象;李守巨等^[6]基于模拟退火法提出了一种搜 索边坡临界滑动面的数值方法,该法极大地提高了 计算速度,并可以保证全局收敛,但模拟退火法在搜 索滑动面时,参数的选择对计算的结果影响很大。 仿生算法^[7-8]是借助仿生智能思想和计算机技术而 设计的智能算法。其中,果蝇优化算法^[9]是一种过 程简单、全局收敛性高的仿生优化算法。一些学 者^[10-12]已成功将其应用到边坡稳定分析中。吴成 滨等^[13]在用果蝇优化算法对弹性模量进行反演计 算时,在算法中添加触壁机制,当果蝇种群越界后就 会自动返回,并且对果蝇种群的初始位置进行限定, 弥补了算法后期收敛速度慢的缺陷。

本文在三维极限平衡法基础上增加了地震惯性 力和加固措施力的作用,采用改进的果蝇算法不断 地搜寻可能的滑动面,再通过改进的三维极限平衡 法计算危岩体拟定滑动面的安全系数,最终得到危 岩体最危险滑动面的稳定安全系数。

2 计算方法

2.1 改进三维极限平衡法

原有的三维极限平衡法只能用来分析天然状态 下的边坡,本文对其进行改进,在力的平衡方程和力 矩平衡方程中增添地震惯性力和加固措施作用力, 使其既能进行危岩体动力稳定分析,又能进行加固 措施贡献度分析。

危岩体稳定性分析用的三维极限平衡法模型是 建立在三维极限平衡分析方法^[14]基础之上的。将 危岩体划分成若干条块,其中某一条块受力模型见 图 1。x和z的正方向分别为滑动方向和重力的反方 向,y轴的正方向按右手法则确定。列界面法向应力 Q,平行于y轴;行界面条间力E,平行于xoz面,且与 x轴夹角为 β ;底滑面法向力为 N_i ;底滑面剪切力 T_i , 与xoz面的夹角为 ρ 。

根据三维极限平衡分析法计算之前要建立 S - S' 坐标系,见图 $2_{\circ}S$ 轴与条柱体行界面上侧向力 E 方向一致,与水平面夹角为 $\beta_{\circ}S$ 轴与 S' 轴垂直。在 S - S' 坐标系中, N_i' 为滑动面法向力 N_i 在平面 XOZ 里分量, T_i' 为切向力 T_i 在滑动面内平行于平面 XOZ 方向上的分量,与水平面夹角为 α_x 。



图 2 条柱力在 S 方向上的投影

建立 S' 方向的静力平衡方程: $(W_i + F_{ei} + N_i + T_i + R_i)S' = 0$ (1) 摩尔 - 库伦准则:

$$T_i = (N_i - u_i A_i) \frac{\tan\varphi}{F} + \frac{cA_i}{F}$$
(2)

连理(1)、(2) 两式可得到 N_i 和 T_i ,其中 N_i 为: $N_i =$

$$\frac{(uA_i \tan\varphi_e - c_eA_i)T_iS'/T_i - (W_i + F_{ei} + R_i)S'}{N_iS' + \tan\varphi_eT_iS'/T_i} \quad (3)$$

式中: $tan\varphi_e = tan\varphi/F$, $c_e = c/F_{\odot}$ S方向的整体静力平衡方程式:

$$\sum (W_i + F_{ei} + N_i + T_i + R_i)S = 0$$
 (4)

$$(N_i + T_i + R_i)y = 0 (5)$$

绕 y 轴的整体力矩平衡方程式:

$$\sum (W_i \times C + F_{ei} \times C + N_i \times P + T_i \times P + R_i \times O)\gamma = 0$$
(6)

式中: F 为抗滑稳定安全系数; T_i 为滑动底面法向

力,其方向导数是关于ρ的函数; N_i 是滑动底面法向 力,其方向导数可由计算程序导出为已知量; W_i 为条 柱体的重力,作用在条块体的质心; Fe_i 为条柱体受 到的地震作用力,作用在条块体的质心,本文采用拟 静力法^[15] 考虑地震作用; R_i 为危岩体所受的加固措 施力; C 为条块的质心坐标; P 为条块滑动面的形心 坐标; Q 为加固措施作用力的作用点坐标。

平衡方程中共有3个未知数,分别为 F、β、ρ,利 用牛顿 - 勒普生法来迭代求解。

2.2 果蝇优化算法寻找最不利滑动面过程

果蝇优化算法的思路是果蝇利用嗅觉搜寻食物,飞近食物后利用视觉飞向食物。它具有全局优化的能力且算法概念非常简单,已被成功地应用于 多个领域。

当滑坡的入滑点 A 与出滑点 B 坐标为已知时, 只要确定出滑点的 B 处切线的斜率便可确定一条圆 弧滑动线,进一步由若干条滑动线确定整个滑动面。 根据改进的果蝇算法,本文通过果蝇种群搜索出滑点 处切线的垂线的斜率 K 值来确定滑动面,并对搜索范 围进行合理限制。如图 3 所示,每条圆弧滑动线的圆 心都在入、出滑点 A、B 连线的垂直平分线 l₁ 上,K 值 下界为直线 l₁ 的斜率。K 值的上界要满足出滑的运动 容许条件,即圆弧滑动面在出滑点的切线斜率要大于 出滑边界的切线斜率,如图 4 所示,滑动线应像图 4 (a)一样顺滑,而避免出现如图 4(b)一样的折拐现 象,因此 K 值上界为出滑边垂线 l₂ 的斜率。



实现,程序流程图见图5,程序实现步骤如下:

步骤1:设置初始果蝇种群的数量以及计算时的迭代次数,并对果蝇位置(即K值)限制范围。

步骤2:在搜索范围内随机确定每个果蝇种群 的初始位置,提供滑动面给改进三维极限平衡法的 程序,计算得到该种群所在位置的抗滑稳定安全系 数值,并记录最优种群的位置。

步骤3:所有果蝇种群飞到的最优位置,再从该 位置向周围继续搜寻,并计算味道浓度(即安全系 数值)。

步骤4:对新位置的味道浓度值与原来的最优 值进行比较,如果前者优于后者,则新位置替换最优 位置,反之最优位置不变。

步骤 5:判断是否达到最大的迭代步数,是则循 环结束,否则回到步骤 3 继续循环。



3 工程实例

3.1 工程概况

索风营水电站位于乌江干流六广河河段, Dr2 危岩体在水电站进水口右上方的 T₁m 灰岩陡壁上, 最低处高程 870 m,最高处高程 1 085 m。Dr2 危岩 体内夹层较发育,对危岩体稳定影响较大的夹层有 4 条,分别为发育于 T₁y³ 底部的 J₁、中部的 J₂、发育 于 T₁y³ 顶部,与 T₁m¹ 接触的 J₃、发育于 T₁m¹ 下部, 出露于危岩体陡崖脚附近的 J₄。危岩体主要裂缝有 3 条,分别为位于危岩体后缘的 L₁;位于 L₁ 外侧的 L₂;位于 L₂ 外侧的 L₃,在高程 980 m 处露出陡壁外, 形成危岩体外侧倒三角体。

高程1070 m以上的部分为危岩体顶部,是由 灰岩 T₁m 形成的缓坡平台,地表有残破积黄色黏土 夹碎石层分布,坡度5°~10°;高程960~1070 m的 陡壁为中部危岩体,主要由 T₁m 灰岩构成,坡度大 于70°,局部呈倒悬状;底部是高程960 m以下部 分,外侧为早期上部倾斜滑倒下来的崩塌堆积物 (III 号堆积体)形成的斜坡,坡度24°~40°。

总体来看,危岩体呈单斜构造,下宽上窄,平面 长轴呈南北向,向西凸起,东侧由弧状拉裂缝 L₁构 成后缘边界,底部止于 T₁y³ 泥岩。危岩体剖面如图 6 所示。



水电站所处位置的地震基本烈度为6度,虽然 地震烈度不高,但危岩体的安全对电站运行有极其 重要的影响,电站运行期间该危岩体一旦失稳将影 响整个大坝的安全和正常运行。为防止危岩体上部 发生倾倒变形,主要以"拉"的方式对上部的进行加 固;中部和下部主要采用阻滑和抗剪的措施来防止 可能发生的座滑失稳。概括起来为"顶戴帽,腰系 带,脚穿鞋"。

"顶戴帽"主要是 Dr2 危岩体顶部裂缝外部设 置截水沟,并在裂缝处设置地梁,在混凝土地梁中设 47 根 1 000 kN 有粘结预应力锚索;"腰系带"主要 是在 L_1 外侧 1 040 ~ 1 060 m 高程崖面采用 176 根 倾角为 15°的 2 000 kN 无粘结锚索进行加固处理; "脚穿鞋"主要是在危岩体下部 T_1y^3 泥岩内布置一 排 6@ φ 7.0 m 的深层抗滑桩,930 m 高程施工平台 布置 7 条锚固洞,并设置倾角为 15°的 2 000 kN 有 粘结预应力锚索 20 根,形成洞、桩、锚联合加固;并 在危岩体倒悬体采用贴坡混凝土进行支撑。

3.2 模型及计算参数

考虑到危岩体边坡特点且保证计算效果,将其 模型铅直剖分成 30 个块体(如图 7 所示),共5 行 6 列。其中 6 列对应 7 条滑动边界,每条滑动边界由 出滑点处切线的斜率 K 控制,入、出滑点分别为泥 岩与危岩体和泥岩与堆积体接触的边界,见图 8。 假定滑动边界为圆弧。每个滑动面是由两侧的滑动 边界、入滑边界和出滑边界组成的曲面。Dr2 危岩 体计算参数见表 1。

表1 危岩体计算参数表

部位	$\gamma/(g\cdot cm^{-3})$	c∕MPa	tan $arphi$	u
泥岩	2.65	0.300	0.5000	0.30
灌浆后的泥岩	2.65	0.315	0.5199	0.30
堆积体	2.00	0.015	0.4000	0.18

条柱体受力情况要考虑地震作用,水平地震惯 性力 *Fe_i* 的方向与危岩体滑动方向相同。考虑加固 措施的作用时,锚索锚固力、锚固洞抗滑力和抗滑桩 抗滑力的作用分解到加固措施所在的每个块体上 面,包括力的大小、方向和作用点,锚固洞和抗滑桩 按钢筋混凝土抗剪强度进行极限承载力计算,加固 措施作用力见表 2。泥岩灌浆加固通过修改灌浆后 泥岩材料的 *c*、φ 值来实现。

调用三维极限平衡法进行稳定分析时,设置 F、 β 、 ρ 初值分别为 1.3、28.66°、0°,最大迭代次数为 1000。用果蝇优化算法搜索滑动面时,令果蝇种群 数量为 5,最大迭代次数为 10;并对危岩体 7 条滑动 边界出滑点处的 7 个 K 值的搜索范围进行限制,上 界为出滑边界垂线斜率,下界为人、出滑两点连线的 垂直平分线的斜率,其取值见表 3,计算中为了降低 计算量,将 $K_1 \sim K_2$ 、 $K_3 \sim K_6$ 、 K_7 用 3 个 K 值等效,取 包含 K 界限的较小区间。

4 计算结果与分析

本工程为乙类建筑,根据《水利水电工程边坡设计规范》的规定,Dr2 危岩体等级为 A 类 II 级,在 短暂及偶然设计工况下抗滑稳定安全系数为 F = 1.10。

根据危岩体的加固情况,为反映单种加固措施 的抗震安全稳定贡献度,分6次单独添加单个加固 措施对危岩体进行抗震复核,计算结果见表4。



以添加了所有加固措施后的危岩体的稳定分析 为例,危岩体最危险滑动面安全系数的搜寻过程如 图 9、10 所示。历史最优值在迭代后期趋于稳定,最 终得到最不利稳定安全系数为 1.1138。危岩体最 危险滑动面见图 11。 从表4可看出:

(1)地震状态下,天然危岩体沿最危险滑动面的抗滑稳定安全系数为1.0124,略高于1,危岩体处于临界破坏状态,与实际工程情况相符,不满足规范要求。而采取了一系列加固措施加固后,危岩体最不利滑动面的抗滑稳定安全系数提高到了1.1138,达到预期目标,满足规范要求。



图 8 危岩体出、入滑点示意图

加田堆炭	块体	合力大小/		方向向量		合力作用点位置			
加固有胞	编号	kN	x	у	z	x	у	z	
顶部锚索加固	11	10000	-0.8656	0	-0.5	- 133. 238	81.672	181.221	
	16	26000	-0.8656	0	-0.5	- 134. 244	103.835	177.530	
	21	11000	-0.8656	0	-0.5	- 131.720	127.977	175.241	
上郊盘安加田	16	176000	-0.9659	0	-0.2588	- 126. 914	95.652	156.385	
上即油於加凹	21	176000	-0.9659	0	-0.2588	- 129. 553	131.441	156.747	
930m 高程锚索 加固	11	6000	-0.9659	0	-0.2588	- 115.341	80.764	31.812	
	16	16000	-0.9659	0	-0.2588	- 121. 511	104.367	31.930	
	21	18000	-0.9659	0	-0.2588	- 126. 426	142.429	31.632	
锚固洞	6	125690.86	0	0	1	- 130. 837	60.123	38.712	
	11	125690.86	0	0	1	- 131. 387	75.149	35.485	
	16	251381.73	0	0	1	- 132. 315	100.989	35.644	
	21	244761.34	0	0	1	- 133. 218	135.551	35.608	
	26	119070.48	0	0	1	- 131. 353	163.237	36.137	
抗滑桩	12	48984.75	- 1	0	0	- 80.608	75.305	7.865	
	17	97969.49	- 1	0	0	-90.710	100.979	-0.575	
	22	97969.49	- 1	0	0	- 99. 327	131.623	-6.214	
	27	42888.80	- 1	0	0	- 106. 441	163.253	- 12. 563	

表 2 加固措施合力作用表

表 3 K 值取值范围表

滑动边界	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	<i>K</i> ₇
上界	3.423428	4.064516	4.573519	4.681080	5.055997	4.273541	3.248412
下界	1.145636	1.094970	2.178283	2.288368	2.059416	2.002880	2.323950

地震状态中各种工况下危岩体的抗滑稳定安全系数及滑动参数

计算	加田地佐	中人石料	最不利滑动面参数							安全系数
加回措施 工况	女主糸剱 -	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	增加值	
1	未加固	1.01243	3.3824	3.3824	4.27	4.27	4.27	4.27	3.2484	
2	顶部锚索	1.0156	3.3824	3.3824	4.27	4.27	4.27	4.27	3.2484	0.00317
3	上部锚索	1.0358	3.3824	3.3824	4.27	4.27	4.27	4.27	3.2484	0.02338
4	锚固洞	1.0343	1.9090	1.9090	4.27	4.27	4.27	4.27	2.8912	0.02182
5	抗滑桩	1.0304	3.3824	3.3824	4.27	4.27	4.27	4.27	3.2484	0.01797
6	泥岩灌浆	1.0492	3.4200	3.4200	4.27	4.27	4.27	4.27	3.0181	0.03677
7	洞桩锚联合加固	1.0543	1.9692	1.9692	4.27	4.27	4.27	4.27	2.8834	0.04187
8	所有加固措施	1.1138	2.6739	1.8520	4.27	4.27	4.27	4.27	3.2415	0.10137



表 4

图 11 最危险滑动面图

(2)地震工况下,单种加固措施安全稳定贡献 度由大到小排序为:泥岩灌浆加固>上部锚索>锚 固洞>抗滑桩>顶部锚索。顶部锚索设置在危岩体 最顶部,主要用于防治顶部危岩体倾倒破坏,对整体的稳定的贡献几乎为零。泥岩灌浆加固增加了岩体抗剪断摩擦力,再联同上部锚固索的锚固作用,危岩体与 L₁裂缝后的 T₁m 灰岩贴合得更加紧密,限制危岩体上部的倾倒变形。下部930 m 高程联系大梁设置 20 根 2 000 kN 锚索,与锚固洞和抗滑桩形成联合加固,既为危岩体整体增大了阻滑力,又增强了危岩体底部基座的刚度,极大地限制了底部危岩体的坐滑变形。

(3)在不同的加固措施作用下,最危险滑动面 位置变化幅度不大,比较稳定,其中*K*₃ ~ *K*₆ 一直稳 定于4.27,*K*₇稳定在3.24左右,两者分别为*K*₆和*K*₇ 的上界。由此可见出滑点处最不稳定,危岩体最危险 滑动面在 Ⅲ 号堆积体与泥岩接触边界。

5 结 论

本文以索风营 Dr2 危岩体为背景,采用果蝇优 化算法搜索危岩体最不利滑动面,并以三维极限平 衡法对危岩体进行了地震工况下的安全稳定分析, 具体结论如下:

(1)对三维极限平衡法的平衡方程进行改进, 增添地震惯性力和加固措施作用力,使方法不仅可 以进行动力分析,还可以分析加固措施对危岩体稳 定的贡献度。

(2)建立了以改进果蝇智能算法为基本框架的 三维极限平衡法,改善了传统极限平衡法无法所搜 滑动面的缺陷,从而降低人为因素对参数选取的干 扰,提高了边坡失稳的预测精度。

(3)加固前的危岩体在地震状态下处于危险临 界状态,加固后的危岩体抗滑稳定安全系数为 1.1138,满足规范要求,可以维持稳定。

参考文献:

- [1] 陈际唐,游万敏.关于坝基深层抗滑稳定刚体极限平衡 法的改进[J].水利学报,2011,42(8):963-969.
- [2] 王瑞红,黄飞,蒋昱州,等.基于极限平衡法的金川泄洪 洞稳定性分析[J].水利水电技术,2018,49(4):123-129.
- [3] 乔 翔. 基于极限平衡法的高边坡稳定性分析及处治措 施[J]. 铁道建筑,2017,57(8): 89-93.
- [4] 陈祖煜,弥宏亮,汪小刚. 边坡稳定三维分析的极限平衡 方法[J]. 岩土工程学报,2001,23(5):525-529.
- [5] 谢桂华,张家生,李继祥.基于改进遗传算法的边坡可靠 度分析[J]. 岩土力学,2009,30(6):1815-1820.
- [6] 李守巨,刘迎曦,何翔等.基于模拟退火算法的边坡最小 安全系数全局搜索方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2003,22(2):236-240.
- [7] 李 亮,褚雪松.边坡稳定分析中的优化方法[M].北京: 中国建筑工业出版社,2016.
- [8] 赵建强,李克民.基于智能算法的边坡稳定性评价研究 [M].北京:煤炭工业出版社,2016.

- [9] PAN W T. A new fruit fly optimization algorithm: Taking the financial distress model as an example[J]. Knowledge – Based Systems. 2012, 26:69 – 72.
- [10] 贺子光,赵法锁,武斌,等.果蝇优化算法在边坡最小安全 系数搜索中的应用[J].灾害学,2015,30(4):29-33.
- [11] 王海军,涂 凯,闫晓荣.基于果蝇优化算法的 GRNN 模型在边坡稳定预测中的应用[J].水电能源科学, 2015,33(1):124-126.
- [12] 李 胜,韩永亮. 基于 MFOA SVR 露天矿边坡变形量预测 研究[J]. 中国安全生产科学技术,2015,11(1):15-16.
- [13] 吴成滨,林川,曾树元,等.基于改进果蝇算法的危岩 体弹性模量反演计算[J].水利水电技术,2016,47 (10):115-118.
- [14] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析[M]. 北京:中国水利水电 出版社,2003.
- [15] 水电水利规划设计总院.NB 35047-2015:水电工程水 工建筑物抗震设计规范[S].北京:中国电力出版社, 2015.

- (上接第204页)
- [18] 陈 贺. 岩石宏微观力学特性及高陡岩质边坡的离散元数值模拟[D]. 上海:同济大学,2013.
- [19] 蒋明镜,孙亚,王华宁,等.全断面隧道掘进机破岩机 理离散元分析[J].同济大学学报(自然科学版), 2016,44(7):1038-1044.
- [20] 中华人民共和国建设部. 岩土工程勘察规范(2009 年版):GB 500212001 [S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2009.
- [21] MARTIN D C. The strength of massive Lac du Bonnet Granite around underground opeanings[D]. Winnipeg:University of Manitoba, 1993.
- [22] 黄书岭. 高应力下脆性岩石的力学模型与工程应用研 究[D]. 武汉:中国科学院研究生院,2008.
- [23] 吕 品. 锦屏水电站绿片岩段扩挖及落底开挖稳定研究 [D]. 大连:大连理工大学,2011.
- [24] CIANTIA M O, CASTELLANZA R, PRISCO C D. Experimental study on the water – induced weakening of calcarenites[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2015, 48(2):441-461.
- [25] PARMA M, NOVA R. Effects of bond crushing on the settlements of shallow foundations on soft rocks [J]. Géotechnique, 2011, 61(3):247 - 261.

- [26] JIANG M J, KONRAD J M, LEROUEIL S. An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM studies[J]. Computers and Geotechnics, 2003, 30(7): 579-597.
- [27] INNAURATO N, OGGERI C, ORESTE P P, et al. Experimental and numerical studies on rock Breaking with TBM tools under high stress confinement [J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2007, 40(5):429-451.
- [28] 袁聚云,蒋明镜,廖优斌,等.全断面隧道掘进机滚刀 破岩尺寸效应离散元分析[J].同济大学学报(自然科 学版),2017,45(10):1437-1445.
- [29] SANIO H P. Prediction of the performance of disc cutters in anisotropic rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1985, 22(3):153 - 161.
- [30] MOON T, OH J. A study of optimal rock cutting conditions for hard rock TBM using the discrete element method
 [J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2012, 45
 (5):837-849.
- [31] 谭 青,张逸超,夏毅敏,等. TBM 盘形滚刀切削饱水岩 石试验研究[J]. 浙江大学学报(工学版),2017,51 (5):914-921.