

考虑土体非线性时大直径端承桩竖向振动研究

阮瑀¹, 任青¹, 喻孟初²

(1. 上海理工大学 土木工程系, 上海 200093; 2. 永州市蓝山县交通运输局, 湖南 永州 425800)

摘要: 为了研究层状地基中大直径桩的竖向振动特性, 首先修正了经典土体振动模型, 进一步研究了塑性指数及桩周土体应变对土体的动剪切应力、动剪切模量和滞回阻尼比的影响, 并在此基础上将桩周土体分成不同区域, 求解了考虑非线性情况下土体动阻抗, 通过传递矩阵法得到了大直径端承桩在分层土体中的桩-土振动模型, 最后给出了桩底动阻抗的影响因素和变化规律。结果表明: 考虑土体非线性时, 塑性指数、桩周土体应变、桩土相对刚度、桩的长细比对大直径桩动阻抗的影响较大, 在工程设计中应重点考虑。

关键词: 大直径端承桩; 土体非线性; 传递矩阵; 竖向振动

中图分类号: TU473.1

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2018)06-0214-09

Research on vertical vibration of large-diameter end-bearing pile considering soil nonlinearity

RUAN Yu¹, REN Qing¹, YU Mengchu²

(1. Department of Civil Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;

2. Yongzhou Lanshan County Traffic and Transportation Bureau, Yongzhou 425800, China)

Abstract: In order to study the vertical vibration of large-diameter end-bearing pile in layered soils, we first modified the classical soil vibration model. Then the effects of plasticity index and the strain of soil around the pile on dynamic shear stress, shear modulus and hysteretic damping ratio of the soil were further studied. To solve the dynamic impedance of soil under nonlinear condition, soil around the pile was divided into different sections. The pile-soil vibration model of large diameter end bearing pile in layered soil was obtained by the transfer matrix method. Finally, the influencing factors and changing rules of dynamic impedance of pile bottom were obtained. The results showed that the plasticity index, strain of soil around the pile, pile-soil relative stiffness and slenderness ratio have great impacts on the dynamic impedance of the large diameter pile when the soil nonlinearity was considered, which should be considered in the engineering design.

Key words: large-diameter end-bearing pile; soil nonlinearity; transfer matrix; vertical vibration

1 研究背景

随着海洋资源的开发和利用, 大直径桩因其承载力大、沉降量小等特点, 在海洋工程中得到了广泛的应用。

目前, 针对大直径桩的承载特性、沉降特性及荷载传递机理, 学者们已做了大量的研究^[1]。高广运等^[2]利用有限差分法建立模型, 研究了扩底大直径桩承载力的影响因素, 结果显示持力层厚度增大能够提

高桩基承载力; 张开普^[3]通过现场试验发现后注浆工艺能够明显提高大直径单桩极限承载力; 李玲玲等^[4]基于原位试验探讨了大直径钻孔灌注桩的沉降特性; 高盟等^[5]运用 Mindlin 基本解推导出了一种大直径扩底桩沉降量的计算公式, 为实际工程提供了可靠的计算方法; 之后不少学者利用现场试验研究了大直径桩荷载传递规律及承载特性^[6-7]。

关于大直径桩的静力研究是其在工程中得到广泛应用的基础, 而在复杂的海洋环境下, 桩基会遭受

收稿日期: 2018-03-21; 修回日期: 2018-06-05

作者简介: 阮瑀(1994-), 男, 湖北黄冈人, 硕士研究生, 研究方向: 桩土共同作用。

通讯作者: 任青(1976-), 男, 宁夏银川人, 博士, 副教授, 主要研究方向为桩-土结构共同作用。

例如风浪、机械动力、地震等动力荷载,因此对大直径桩的动力特性的研究显得尤为重要。Mylonakis^[8]基于 Novak 的平面模型开创性地提出了动力研究模型,但是该方法并未考虑桩周土体的非线性,不能分析桩周土体的弱化影响,与实际工程有很大差别。此后,国内学者尚守平等^[9]和钟锐等^[10]分析了考虑非线性时单桩及群桩的动力特性,但不能直接应用于大直径桩;任青等^[11]通过对经典土体振动模型的改进,提出了一种比较符合实际工程的桩-土振动模型,同样未考虑土体的非线性;随后范仙明等^[12]、颜超等^[13]、刘阳等^[14]、程镇等^[15]诸多学者对桩基竖向和水平振动特性做了大量研究,周红杰等^[16]、余万等^[17]重点研究了海上单桩风力机的动力响应,但主要针对的是单桩基础的上部结构,大直径桩本身的动力性能还有待进一步研究。因此,本文在考虑桩周土体非线性的情况下,对经典动力分析模型进行修正,系统研究了土体的动剪切应力、动剪切模量和滞回阻尼比的影响因素,求解土体动阻抗,最后给出了桩底动阻抗的影响因素和变化规律,以期为工程实际提供可靠的理论依据。

$$\begin{aligned} & [(\lambda + 2\mu) + i(\lambda' + 2\mu')] \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} \right) u(r, z, t) + [(\lambda + \mu) + i(\lambda' + \mu')] \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial w(r, z, t)}{\partial r} - \right. \\ & \left. \frac{\partial u(r, z, t)}{\partial z} \right) = \rho_s \frac{\partial^2 u(r, z, t)}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & [(\lambda + 2\mu) + i(\lambda' + 2\mu')] \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) w(r, z, t) - [(\lambda + \mu) + i(\lambda' + \mu')] \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \left(\frac{\partial w(r, z, t)}{\partial r} \right. \\ & \left. - \frac{\partial u(r, z, t)}{\partial z} \right) = \rho_s \frac{\partial^2 w(r, z, t)}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (3)$$

式中: λ, μ 为拉梅常数; λ', μ' 为相关黏性系数; $u(r, z, t)$ 为土层水平位移, m; $w(r, z, t)$ 为土层竖向位移, m。

利用势函数对 $u(r, z, t)$ 和 $w(r, z, t)$ 解耦, 然后结合土体的边界条件, 可得土体的竖向位移表达式如公式(4) ~ (6):

$$w_0(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ b_n \cdot m_s \left[\frac{q_n}{d_s L^2} \cdot \frac{K_1(S_{Rn})}{K_1(g_{Rn})} \cdot K_0(g_{rn}) - m_s \cdot K_0(S_{rn}) \right] \cdot \sin(\sqrt{q_n} \cdot \frac{z}{L}) \right\} \quad (4)$$

其中:

$$q_n = \left(\frac{2n-1}{2} \pi \right)^2, S_{Rn} = \sqrt{q_n \frac{d^2}{4L^2} - a_R^2}, g_{Rn} = \sqrt{q_n \frac{d^2}{4L^2} - \frac{a_0^2}{\eta^2(1+i\xi)}} \quad (5)$$

$$g_{rn} = \frac{r}{R} g_{Rn}, S_{rn} = \frac{r}{R} S_{Rn}, m_s = \frac{S_{Rn}}{R}, d_s = \frac{g_{Rn}}{R}, a_R = \frac{a_0}{\sqrt{1+i\xi}}, a_0 = \frac{\omega R}{v_s} \quad (6)$$

式中: d, R 和 L 分别为桩的直径、半径和桩长, m; z 为桩身距桩底的距离, m; b_n 为由边界条件确定的参数; a_0 为线弹性情况下(自由场内)土体无量纲频率; v_s 和 ξ 分别为线弹性情况下(自由场内)土体的剪切波速(m/s)和滞回阻尼比, $K_0(\cdot)$ 和 $K_1(\cdot)$ 为第二类零阶和一阶修正 Bessel 函数。Mylonakis^[8]指出

2 均质土体中动剪切应力

2.1 土体振动分析

在简谐荷载作用下 Michaelides 等^[18]指出桩周土体竖向振动平衡方程式如下所示:

$$G(r) \frac{d^2 w}{dr^2} + \left(\frac{dG(r)}{dr} + \frac{G(r)}{r} \right) \frac{dw}{dr} = \rho_s \frac{d^2 w}{dt^2} \quad (1)$$

式中: $G(r)$ 为土体剪切模量, MPa; ρ_s 为土体密度, kg/m^3 ; w 为土体的竖向位移, m; r 为土体距离桩轴线的径向距离, m。在均质土体中 $G(r)$ 以及滞回阻尼比 ξ 均为常数, 因此可对上式进行简化计算。但是在均质土体中利用上式求解土体竖向位移和桩周土体动剪切应力的过程中存在以下不足:

(1) 忽略了土体横向位移的影响, 不能考虑土体横向和竖向位移耦合时桩周土体的动剪切应力;

(2) 不能考虑应力(如 $\partial\tau/\partial z, \partial\sigma/\partial z$) 随土体深度的变化;

(3) 求得的土体竖向位移和动剪切应力忽略了长细比(L/d) 的影响, 与工程实际情况不相符合。因此, 引入下式对上式进行修正:

$G \cdot (\partial w / \partial r)$, 因此可得一阶模态下桩周土体 ($r = R$) 的动剪切应力为:

$$\tau_R = b_1 \cdot \frac{G(R)}{R^3} a_R^2 S_R \cdot K_1(S_R) \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{L} \cdot z\right) \quad (8)$$

其中: $S_R = \sqrt{\frac{\pi^2}{16\left(\frac{L}{d}\right)^2} - a_R^2} \quad (9)$

式中: $G(R)$ 为桩周土体的剪切模量, MPa。

图 1 给出了不同无量纲频率下桩周土体应力随深度的变化曲线。由于大直径端承桩桩底处土体扰动较小, 使桩底处土体应力为 0, 另外当外界激振频率较小时, 桩身应力随桩身深度的变化较小, 当外界激振频率较大时, 土体应力显著增强。

图 2 给出了不同无量纲频率下桩直径对桩周土体应力的影响。桩基直径越大桩顶土体应力越小, 当激振频率较小时桩顶土体应力受桩基直径的影响较弱, 由于桩基尺寸效应桩基长细比对桩周土体应力有显著影响。

当土体发生竖向振动时, 桩顶距离桩中心 r 远处土体的动剪切应力为 τ_r (Pa), 其表达式如公式 (10) ~ (13) 所示:

$$\tau_r = \tau_R \frac{\frac{\pi^2}{16\left(\frac{L}{d}\right)^2} \frac{K_1(S_R)}{K_1(g_r)} K_1(g_r) - S_R^2 K_1(S_r)}{a_R^2 K_1(S_R)} \quad (10)$$

其中:

$$S_r = \frac{r}{R} S_R \quad (11)$$

$$g_R = \sqrt{\frac{\pi^2}{16\left(\frac{L}{d}\right)^2} - \frac{a_0^2}{\eta^2(1+i\xi)}} \quad (12)$$

$$g_r = \frac{r}{R} g_R \quad (13)$$

图 3 给出了不同无量纲频率下土体应力比值随径向的变化曲线。图 3 表明本文解与 Michaelides^[18] 解在土体应力比值上存在一定差异, 是由于 Michaelides 解忽略了土体的水平振动, 过高地估计了径向远处土体动应力值; 另外图 3 说明无量纲频率对土体应力比值影响较小, 但图 1 表明无量纲频率越大则桩周土体应力越大, 那么距桩 r 远处的土体应力实际上仍受无量纲频率的影响较大。

图 4 给出了不同长细比和土体泊松比下土体应力比值的径向变化曲线, 图 4 虽表明长细比对土体应力比值无影响, 但图 2 表明不同长细比对桩周土体应力影响较大, 那么距 r 远处的土体动应力实际上仍受长细

比影响较大, 但是 Michaelides 解由于忽略了土体水平振动对竖向振动的影响而不能引入长细比和泊松比等参数, 不能全面地反映桩尺寸对土体振动特性的影响; 同时图 4 表明距桩越远则土体应力越小。

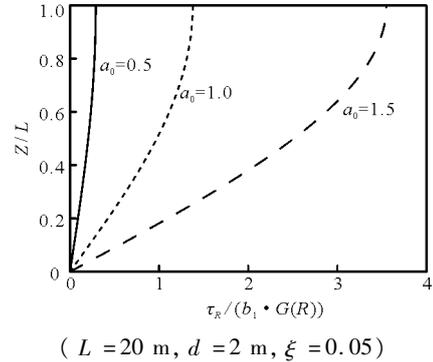


图 1 不同无量纲频率下桩周土体应力随深度的变化曲线

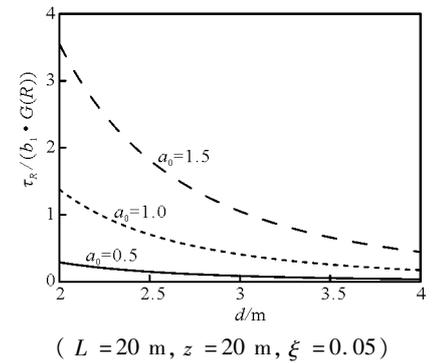


图 2 不同无量纲频率下桩直径对桩周土体应力的影响

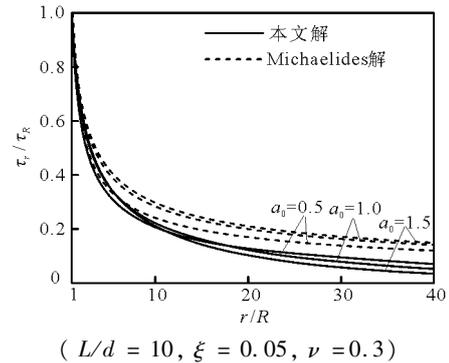


图 3 不同无量纲频率下剪切应力比值的径向变化曲线

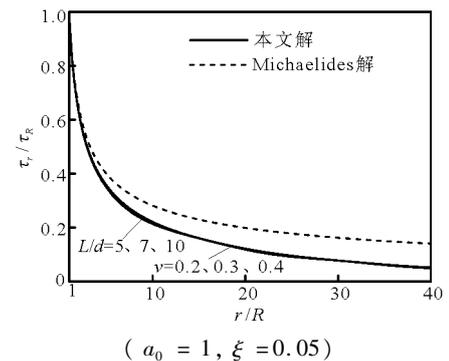


图 4 不同长细比和泊松比下剪切应力比值的径向变化曲线

3 剪切模量和滞回阻尼比径向变化

3.1 剪切模量的径向变化

Okur^[19]明确指出土体剪切模量和土体应变紧密相关,其表达式如公式(14)所示:

$$\frac{G(\gamma)}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \frac{100\gamma_r}{\gamma_a}} \quad (14)$$

式中: $G(\gamma)$ 为土体动应变 γ_r 对应的剪切模量, MPa; G_{\max} 为应变较小 ($\gamma_r \leq 5 \times 10^{-4} \%$) 时线性情况下土体对应的剪切模量, MPa, 可由平均有效围压和固结比确定 (Subramaniam 等^[20]); γ_a 为与塑性指数相关的应变函数, 其表达式如公式(15)所示:

$$\gamma_a = \frac{1}{21[1 - e^{(-106I_p - 1.585)}]} \quad (15)$$

式中: I_p 为土体的塑性指数 (本文中塑性指数以百分数的形式出现)。

图 5 给出了试验数据与公式(14) 的对比结果, 两者有着较高的吻合度。将土体剪切应力代入到公式(14) 可得土体剪切模量的径向变化如公式(16) ~ (21) 所示:

$$\frac{G(r)}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \delta \cdot ff(I_p)} \quad (16)$$

其中:

$$ff(I_p) = 1 - e^{(-106I_p - 1.585)} \quad (17)$$

$$\delta = \Lambda \cdot mm(r) \quad (18)$$

$mm(r) =$

$$\text{abs} \left(\frac{\left[\frac{\pi^2}{16 \left(\frac{L}{d} \right)^2} \frac{K_1(S_R)}{K_1(g_R)} K_1(g_r) - S_R^2 K_1(S_r) \right]}{a_R^2 \cdot K_1(S_R)} \right) \quad (19)$$

$$\Lambda = \frac{2100\tau_R}{G(r)} \quad (20)$$

$$\frac{G(R)}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \Lambda [1 - e^{(-106I_p - 1.585)}]} \quad (21)$$

将公式(16) ~ (21) 相结合可将 Λ 用下式表示:

$$\Lambda = \frac{2100\gamma_R \cdot mm(r) \cdot ff(I_p) - 1}{2 \cdot ff(I_p)} + \frac{\sqrt{[1 - 2100 \cdot \gamma_R \cdot mm(r) \cdot ff(I_p)]^2 + 8400 \cdot \gamma_R \cdot ff(I_p)}}{2 \cdot ff(I_p)} \quad (22)$$

式中: γ_R 为桩周土体的应变幅值; $\text{abs}(\)$ 为对括号内复数取模; Λ 可定义为外界作用力对土体的作用强度, 它是桩周土体应变幅值和 r 的函数。

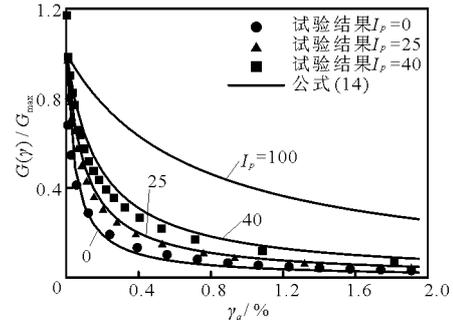


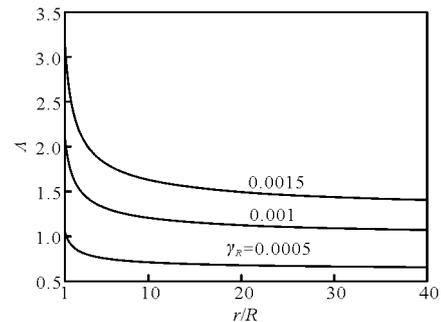
图 5 不同塑性指数下剪应变幅值对动剪切模量的影响

图 6 给出了不同桩周土体应变下作用强度随距桩距离的变化曲线, 图 6 表明桩周土体应变越大作用强度的值越大, 而应变一定时, 距桩越远土体的作用强度越小, 这是因为距桩越远土体受扰动的程度越小。

图 7 给出了不同塑性指数下土体径向剪切模量比值随距桩距离的变化曲线, 图 7 表明塑性指数越小, 则土体剪切模量弱化越快, 塑性指数越大, 则土体非线性程度越弱, 这是因为塑性指数越大土体颗粒愈细、比表面积越大, 在相同的作用条件下土体承受的扰动能力越大, 剪切模量弱化的程度越小。当土体距桩较远时, 土体的剪切模量弱化程度较小, 这是因为距桩越远, 则土体扰动越小、应变越小, 而小应变情况下土体可视作线性材料。

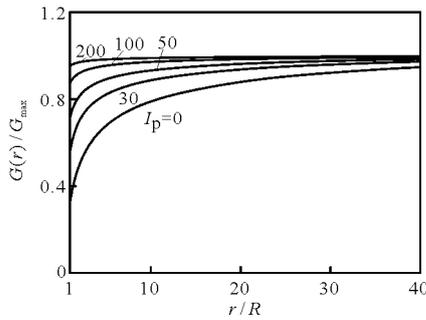
图 8 给出了不同桩周土体应变下土体径向剪切模量比值随距桩距离的变化曲线, 图 8 表明桩周土体应变越大, 则土体动剪切模量的弱化程度越强, 当土体为小应变时土体表现出线性特征, 这是因为桩周土体应变越小, 土体颗粒的扰动程度越弱。

图 9 给出了不同作用强度下桩周土体剪切模量比值随塑性指数的变化曲线, 图 9 表明作用强度越大, 则土体动剪切模量的弱化程度越强, 当作用强度为 0 时, 土体表现出线性特征, 这是因为桩周土体作用强度代表的是土体应变的大小。



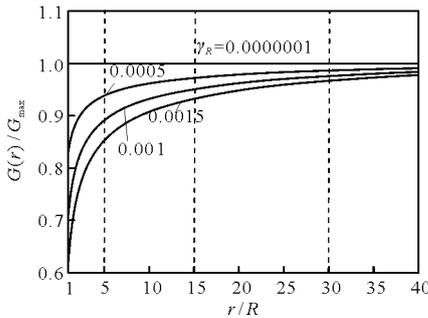
($L/d = 10, \xi = 0.05, \nu = 0.3, a_0 = 1, I_p = 0$)

图 6 不同桩周土体应变下作用强度的径向变化曲线



($L/d = 10, \gamma_R = 0.001, a_0 = 1, \xi = 0.05, \nu = 0.3$)

图7 不同塑性指数下剪切模量比值的径向变化曲线



($L/d = 10, I_p = 50, a_0 = 1, \xi = 0.05, \nu = 0.3$)

图8 不同土体应变下剪切模量比值的径向变化曲线

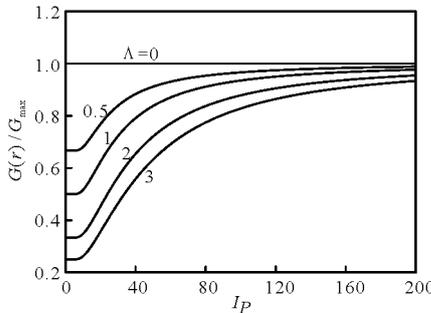


图9 不同作用强度下剪切模量比值随塑性指数的变化曲线

3.2 滞回阻尼比的径向变化

较多学者通过研究表明土体滞回阻尼比与土体塑性指数以及土体动剪切模量的变化有较大关系, Ishibashi 等^[21]指出土体滞回阻尼比可用公式(23)表达:

$$\xi(r) = \frac{1 + e^{(-0.0145I_p^{1.3})}}{6} \left[0.586 \left(\frac{G(r)}{G_{max}} \right)^2 - 1.547 \frac{G(r)}{G_{max}} + 1 \right] \quad (23)$$

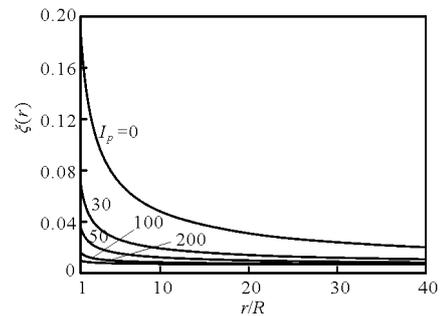
公式(23)能够准确地描述塑性指数和剪切模量的变化对滞回阻尼比的影响,因此将公式(16)~(22)与公式(23)相结合,可得塑性指数及作用强度与土体滞回阻尼比的关系如图10~12所示。

图10给出了不同塑性指数下滞回阻尼比随距桩距离的变化曲线,图10表明塑性指数越小土体滞回阻尼比越大,距桩越远土体的滞回阻尼比越小,这

是由于桩体在受到外界激振的过程中能量逐渐被桩周土体消耗,距桩越远耗散的能量越少,滞回阻尼比的值越小。

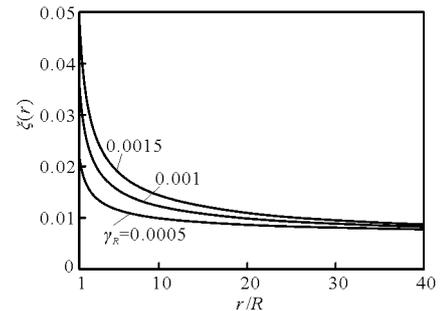
图11给出了不同桩周土体应变下滞回阻尼比随距桩距离的变化曲线,图11表明桩周土体应变越大土体滞回阻尼比越大,距桩越远土体的滞回阻尼比越小,这是因为土体应变幅值越大土体在振动的过程中耗散的能量越多,而此部分能量主要由滞回阻尼消耗从而对应的滞回阻尼比越大。

图12给出了不同作用强度下桩周土体滞回阻尼比随塑性指数的变化曲线,图12表明当土体塑性指数超过一定值时桩周土体滞回阻尼比不再随作用强度变化,这是由于塑性指数超过一定值时,土体可视作弹性材料。



($L/d = 10, \gamma_R = 0.001, a_0 = 1, \xi = 0.05, \nu = 0.3$)

图10 不同塑性指数下滞回阻尼比的径向变化曲线



($L/d = 10, I_p = 50, a_0 = 1, \xi = 0.05, \nu = 0.3$)

图11 不同土体应变下滞回阻尼比的径向变化曲线

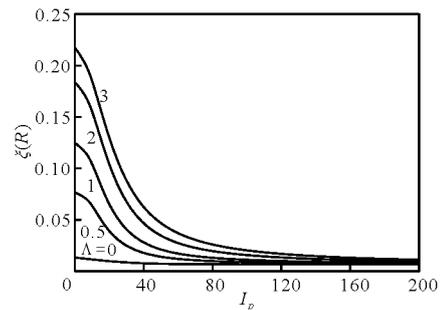


图12 不同作用强度下滞回阻尼比随塑性指数的变化曲线

4 非线性情况下土体的动阻抗

在简谐荷载作用下桩周土体发生振动,其竖向振动平衡方程式如下:

$$G(r) \frac{d^2 w}{dr^2} + \left(\frac{dG(r)}{dr} + \frac{G(r)}{r} \right) \frac{dw}{dr} = \rho \frac{d^2 w}{dt^2} \quad (24)$$

式(24) 将土体视作非均质土体,利用该偏微分方程在求解土体竖向位移和阻抗时并得不到精确解。通过对 $G(r)/G_{\max}$ 的图分析,将桩周土体分成 4 个区域(如图 13 所示),每个区域边界距离桩轴线的距离为 $r_j(j = 0,1,2,3)$, r_j 是与桩的长细比、土体泊松比、塑性指数、无量纲频率和作用强度相关的函数,通过拟合图形可将 4 个边界区域作如下近似划分: $r_0 = R, r_1 = 5R, r_2 = 15R, r_3 = 30R$ 。

$$\text{当 } r < r_1 \text{ 时: } G(r) = G_0^* \left(\frac{r}{R} \right)^{m_0} \quad (25)$$

$$\text{当 } r_1 < r < r_2 \text{ 时: } G(r) = G_1^* \left(\frac{r}{R} \right)^{m_1} \quad (26)$$

$$\text{当 } r_2 < r < r_3 \text{ 时: } G(r) = G_2^* \left(\frac{r}{R} \right)^{m_2} \quad (27)$$

$$\text{当 } r > r_3 \text{ 时: } G(r) = G_3^* \quad (28)$$

式中: $G_j^* = G_j(1 + 2i\xi_j)$, ξ_j 为每个边界处对应的滞回阻尼比(可由公式(23)得到),其中 G_j 为每个边界处对应的剪切模量,MPa,其值为:

$$G_1 = G_0 \left(\frac{r_1}{R} \right)^{m_0}, G_2 = G_1 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{m_1},$$

$$G_3 = G_2 \left(\frac{r_3}{r_2} \right)^{m_2} \quad (29)$$

$$m_j = \begin{cases} \lg \{ G(r_{j+1})/G(r_j) \} / \lg(r_{j+1}/r_j) & (j = 0,1,2) \\ 0 & (j = 3) \end{cases} \quad (30)$$

式中: G_0 为桩周土体剪切模量,MPa,(可由公式(21)得到),其中 $w(r,t) = w(r)e^{i\omega t}$ 对式(24)进行转化可得:

$$\zeta^2 \frac{d^2 w}{d\zeta^2} + (m_j + 1)\zeta \frac{dw}{d\zeta} + \lambda_j^2 \zeta^{2-m_j} w = 0 \quad (31)$$

$$\zeta = r/r_j, \quad \lambda_j = \frac{\omega r_j}{v_{s(r_j)}(1 + 2i\xi_j)} \quad (32)$$

式中: $v_{s(r_j)}$ 为边界区域处土体的剪切波速,m/s。

求解上式并结合边界条件($r \rightarrow \infty, w(r) \rightarrow 0$)可得:

$$w(r) = A \left(\frac{r}{r_j} \right)^{-\frac{m_j}{2}} K_{\frac{m_j}{2}} \left(\frac{2\lambda_j \left(\frac{r}{r_j} \right)^{1-\frac{m_j}{2}}}{-2 + m_j} \right) \quad (33)$$

其中 $i^2 = -1$,桩周土体的阻抗为:

$$I_z = \frac{2\pi G_0^* \lambda_0 i K_{\frac{2-m_0}{2}} \left(\frac{2\lambda_0 i}{-2 + m_0} \right)}{K_{\frac{m_0}{2}} \left(\frac{2\lambda_0 i}{-2 + m_0} \right)} \quad (34)$$

$$\text{其中: } \lambda_0 = \frac{a_0}{\sqrt{G(R)/G_{\max}}(1 + 2i\xi_0)} \quad (35)$$

式中: $G(R)/G_{\max}$ 可由公式(21)得到; a_0 为线弹性情况下(自由场内)土体无量纲频率; ξ_0 为桩周土体滞回阻尼比,可由公式(23)得到。

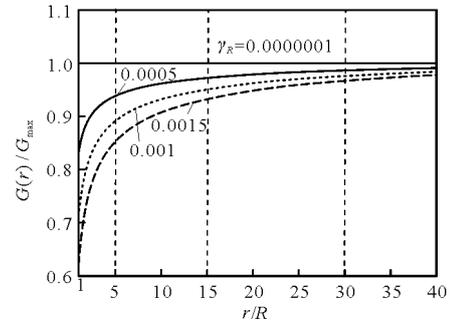


图 13 土体区域划分

5 层状地基中的桩-土振动模型

图 14 为分层土中单桩分析模型。图 14 中将桩侧土体分层,每层土体视为单个的弹簧和阻尼器。桩顶受竖向简谐荷载 $p_z e^{i\omega t}$ (N), 弹簧系数 k , 阻尼系数 c 。桩参数如下:桩长 L (m), 密度 ρ (kg/m³), 横截面积 A_p (m²), 弹性模量 E_p (MPa)。 H_i 为第 i 层土的厚度。

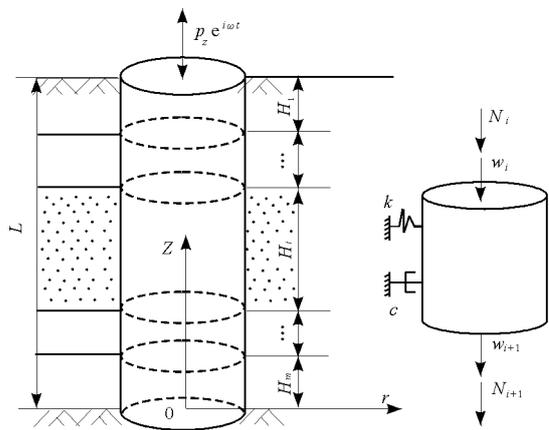


图 14 分层土中大直径单桩简化模型

5.1 大直径端承桩竖向振动分析模型

按对应的土层对单桩进行划分,用 $w_i(z,t)$ 表示每个单元的位移(m),根据平衡条件,单元的竖向振动微分方程为:

$$E_p A_p \frac{\partial^2 w_i(z,t)}{\partial z^2} - I_{zi} w_i(z,t) = m \frac{\partial^2 w_i(z,t)}{\partial t^2} \quad (36)$$

式中: I_{zi} 为第 i 层土体的阻抗, 对于稳态振动有 $w_i(z, t) = w_i(z) e^{i\omega t}$, 得公式(36)的通解为:

$$w_i(z) = A_i e^{\Gamma_i z} + B_i e^{-\Gamma_i z} \quad (37)$$

$$\Gamma_i = \left[\frac{I_{zi} - m\omega^2}{E_p A_p} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (38)$$

式中: 积分常数 A_i 和 B_i 由其他条件确定。

桩单元所受的轴向力 N_i (N):

$$N_i(z) = E_p A_p \frac{dw_i(z)}{dz} \quad (39)$$

对于第 i 段桩单元, 顶部的位移和轴力为:

$$w(H_i) = A_i e^{\Gamma_i H_i} + B_i e^{-\Gamma_i H_i} \quad (40)$$

$$N(H_i) = \Gamma_i E_p A_p (A_i e^{\Gamma_i H_i} - B_i e^{-\Gamma_i H_i}) \quad (41)$$

顶部的位移和轴力为:

$$w(0) = A_i + B_i \quad (42)$$

$$N(0) = \Gamma_i E_p A_p (A_i - B_i) \quad (43)$$

则两端的位移和轴力的关系式为:

$$\begin{Bmatrix} w(H_i) \\ N(H_i) \end{Bmatrix} = [t^w]_i \begin{Bmatrix} w(0) \\ N(0) \end{Bmatrix} \quad (44)$$

其中:

$$[t^w]_i = \begin{bmatrix} \frac{e^{\Gamma_i H_i} + e^{-\Gamma_i H_i}}{2} & \frac{e^{\Gamma_i H_i} - e^{-\Gamma_i H_i}}{2\Gamma_i E_p A_p} \\ \frac{\Gamma_i E_p A_p (e^{\Gamma_i H_i} - e^{-\Gamma_i H_i})}{2} & \frac{e^{\Gamma_i H_i} + e^{-\Gamma_i H_i}}{2} \end{bmatrix} \quad (45)$$

由矩阵递推法, 得:

$$\begin{Bmatrix} w(L) \\ N(L) \end{Bmatrix} = [T^w] \begin{Bmatrix} w(0) \\ N(0) \end{Bmatrix} \quad (46)$$

$$\text{其中: } [T^w] = [t^w]_1 [t^w]_2 \cdots [t^w]_m \quad (47)$$

$$N(0) = -k_b w(0) \quad (48)$$

式中: k_b 为桩底的土体阻抗。

则由公式(46) ~ (48) 可得:

$$w(L) = T_{11} w(0) - k_b T_{12} w(0) \quad (49)$$

$$N(L) = T_{21} w(0) - k_b T_{22} w(0) \quad (50)$$

式中: T_{11} 、 T_{12} 、 T_{21} 和 T_{22} 为传递矩阵 $[T^w]$ 的4个元素。

由上可得层状土中单桩的竖向振动阻抗为:

$$k_p = \frac{N(L)}{w(L)} = \frac{T_{21} - k_b T_{22}}{T_{11} - k_b T_{12}} \quad (51)$$

由于大直径端承桩 k_b 趋于无穷大, 因而公式(51)可简化为:

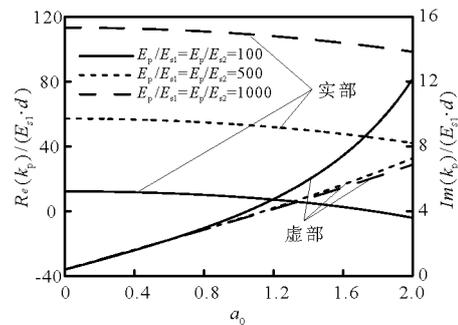
$$k_p = \frac{T_{22}}{T_{12}} \quad (52)$$

5.2 大直径端承桩阻抗影响因素分析

分析阻抗公式(52)可知, 在层状地基中, 当大直径桩发生竖向振动时, 桩底阻抗主要由桩和土体的特性

决定。本文主要讨论桩土相对刚度、桩的长细比、土体塑性指数、桩周土体应变、土体泊松比和桩土相对密度等多个主要因素, 如图15~20, 实部 $Re(K_p)$ 和虚部 $Im(K_p)$ 表示桩基刚度(N/m)和阻尼, E_{s1} (MPa)表示分层地基中第1层土体的压缩模量。

(1) 桩土相对刚度。如图15所示阻抗受桩土相对刚度的变化影响明显, 随着桩土相对刚度的降低, 动刚度有所减小, 动阻尼在一定程度上增大, 因此在设计大直径端承桩时可通过改变桩体材料来改变桩基的承载能力。



$$\begin{aligned} (\nu_1 = 0.3, \nu_2 = 0.4, \gamma_{R1} = 0.0015, \gamma_{R2} = 0.001, \\ \xi_1 = 0.02, \xi_2 = 0.05, H_1/d = 3, H_2/d = 4, \\ \rho_p/\rho_{s1} = 1.3, \rho_p/\rho_{s2} = 1.2, I_{p1} = 0.1, I_{p2} = 50) \end{aligned}$$

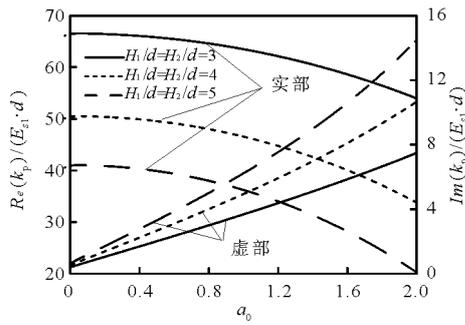
图15 不同桩土相对刚度下桩基阻抗随无量纲频率的变化

(2) 长细比。如图16所示长细比的改变显著影响桩基阻抗的大小, 桩长细比越小则刚度越大、阻尼越小, 这说明在设计大直径端承桩时考虑桩基的尺寸效应可显著改变桩基的承载能力。

(3) 塑性指数。如图17所示塑性指数越大桩基的刚度和阻尼越大, 这是因为塑性指数越大土体弱化程度越小, 土体对桩基约束能力越强, 另外刚度随外界激振频率的增加而减小, 阻尼随外界激振频率的增加而增大, 这是因为外界激振频率越大依靠土体阻尼消耗的能量越多。

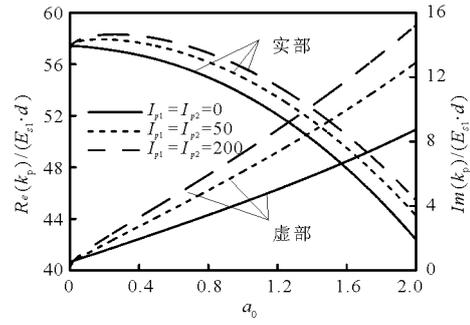
(4) 桩周土体应变。如图18所示桩周土体应变越大桩基的刚度和阻尼越小, 这是因为桩周土体应变反映土体弱化程度的大小, 当桩周土体应变较大时土体弱化程度较大, 致使桩周土体阻抗减小。

(5) 土体泊松比和桩土相对密度。如图19所示在较低频段 ($a_0 \leq 0$) 时土体泊松比对桩基阻抗影响较小, 而在较高频段 ($a_0 > 1$) 时泊松比越大刚度越大、阻尼越小; 如图20所示桩土相对密度对桩基阻尼影响较小, 可以忽略, 而桩土相对密度越小桩基刚度越大(增大幅度最大约300%), 同样表明大直径桩基的材料对桩和地基的动力特性影响明显。



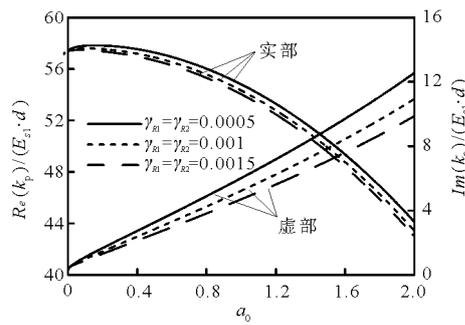
($\nu_1 = 0.3, \nu_2 = 0.4, \gamma_{R1} = 0.0015, \gamma_{R2} = 0.001,$
 $\xi_1 = 0.02, \xi_2 = 0.05, E_p/E_{s1} = 500, E_p/E_{s2} = 200,$
 $\rho_p/\rho_{s1} = 1.3, \rho_p/\rho_{s2} = 1.2, I_{p1} = 0.1, I_{p2} = 50$)

图 16 不同长细比下桩基阻抗随无量纲频率的变化曲线



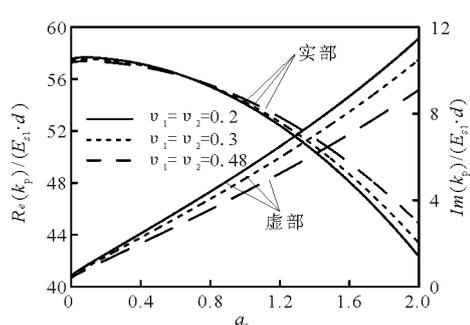
($\nu_1 = 0.3, \nu_2 = 0.4, H_1/d = 3, H_2/d = 4, \xi_1 = 0.02,$
 $\xi_2 = 0.05, E_p/E_{s1} = 500, E_p/E_{s2} = 200, \rho_p/\rho_{s1} = 1.3,$
 $\rho_p/\rho_{s2} = 1.2, \gamma_{R1} = 0.0015, \gamma_{R2} = 0.001$)

图 17 不同塑性指数下桩基阻抗随无量纲频率的变化曲线



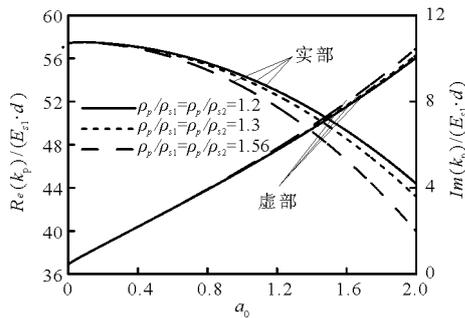
($\nu_1 = 0.3, \nu_2 = 0.4, H_1/d = 3, H_2/d = 4,$
 $\xi_1 = 0.02, \xi_2 = 0.05, E_p/E_{s1} = 500, E_p/E_{s2} = 200,$
 $\rho_p/\rho_{s1} = 1.3, \rho_p/\rho_{s2} = 1.2, I_{p1} = 0.1, I_{p2} = 50$)

图 18 不同土体应变下桩基阻抗随无量纲频率的变化曲线



($E_p/E_{s1} = 500, E_p/E_{s2} = 200, \gamma_{R1} = 0.0015,$
 $\gamma_{R2} = 0.001, \xi_1 = 0.02, \xi_2 = 0.05, H_1/d = 3, H_2/d = 4,$
 $\nu_1 = 0.3, \nu_2 = 0.4, I_{p1} = 0.1, I_{p2} = 50$)

图 19 不同泊松比下桩基阻抗随无量纲频率的变化曲线



($E_p/E_{s1} = 500, E_p/E_{s2} = 200, \gamma_{R1} = 0.0015, \gamma_{R2} = 0.001,$
 $\xi_1 = 0.02, \xi_2 = 0.05, H_1/d = 3, H_2/d = 4,$
 $\nu_1 = 0.3, \nu_2 = 0.4, I_{p1} = 0.1, I_{p2} = 50$)

图 20 不同桩土相对密度下桩基阻抗随无量纲频率的变化曲线

6 结 论

考虑了土体竖向振动时发生水平位移的情况下,系统地讨论了土体的动剪切应力、剪切模量和滞回阻尼比的影响因素和变化规律,在此基础上提出分层土中桩-土振动模型,分析了非线性情况下桩基阻抗的影响因素,得出以下结论:

(1)外界激振频率显著影响桩周土体的应力,在工程中要尽量控制桩基所受激振频率从而减小桩周土体应变和扰动。

(2)土体塑性指数和桩周土体应变是影响土体剪切模量弱化和滞回阻尼比的主要因素,当塑性指数较小或者土体应变达到一定值时,桩周土体动力特性主要表现为非线性,距桩较远时土体仍表现为一定的线性特性。

(3)桩土相对刚度、大直径桩的长细比、土体塑性指数以及桩周土体应变对大直径桩动阻抗的影响较大;而土体剪切模量的弱化受土体泊松比、密度等影响较小,在计算大直径端承桩的动阻抗时无需过多考虑。

参考文献:

[1] 应亦凡,熊良宵. 大直径桩承载特性的研究进展评述[J]. 地质灾害与环境保护, 2014,25(2):104-112.
 [2] 高广运,杨成斌,高盟,等. 持力层对大直径扩底灌注桩竖向承载力性状的影响[J]. 岩土工程学报, 2012, 34

- (7):1184-1191.
- [3] 张开普. 大直径桩端后注浆灌注桩的竖向抗压静载荷试验及成果分析[J]. 建筑技术, 2015, 46(6):520-523.
- [4] 李玲玲, 王立忠, 邢月龙. 大直径钻孔灌注桩负摩阻力试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(3):583-590.
- [5] 高盟, 高广运, 顾宝盒, 等. 一种大直径扩底桩的沉降计算实用方法[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(8):1448-1452.
- [6] 赵春风, 鲁嘉, 孙其超, 等. 大直径深长钻孔灌注桩分层荷载传递特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(5):1020-1026.
- [7] 刘福天, 赵春风, 吴杰, 等. 常州地区大直径钻孔灌注桩承载性状及尺寸效应试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(4):858-864.
- [8] MYLONAKIS G. Elastodynamic model for large-diameter end bearing shafts [J]. Soils and Foundations, 2001, 41(3):31-44.
- [9] 尚守平, 任慧, 曾裕林, 等. 非线性土中单桩竖向动力特性分析[J]. 工程力学, 2008, 25(11):111-115.
- [10] 钟锐, 黄茂松, 任青, 等. 考虑土体非线性的部分埋入群桩竖向振动分析[J]. 同济大学学报, 2011, 39(12):1760-1766.
- [11] 任青, 高战士, 吕洪勇. 层状地基中大直径端承桩的竖向振动特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(S2):4193-4202.
- [12] 范仙明, 任青, 高战士. 层状地基中大直径端承桩水平和摇摆耦合振动特性[J]. 工业建筑, 2014, 44(10):96-102.
- [13] 颜超, 任青, 范仙明, 等. 考虑土塞效应端承桩竖向振动特性的研究[J]. 水资源与水工程学报, 2015, 26(6):212-219.
- [14] 刘阳, 任青, 张良. 水平循环荷载作用下单桩桩顶位移变化模型试验研究[J]. 水资源与水工程学报, 2016, 27(3):200-204.
- [15] 程镇, 任青, 吕洪勇, 等. 分布荷载作用下部分埋入群桩的水平振动研究[J]. 水资源与水工程学报, 2017, 28(4):216-222.
- [16] 周红杰, 李春, 丁勤卫, 等. 单桩基础海上风力机遭遇船舶撞击的动力响应分析[J]. 水资源与水工程学报, 2017, 28(3):173-178+185.
- [17] 余万, 丁勤卫, 李春, 等. 风荷载对单柱式海上风力机船舶碰撞影响研究[J]. 水资源与水工程学报, 2017, 28(5):212-178, 218.
- [18] MICHAELIDES O, BOUCKOVALAS G, GAZETAS G. Non-linear soil properties and impedances for axially vibrating pile elements [J]. Soils and Foundations, 1998, 38(3):129-142.
- [19] OKUR D V, ANSAL A. Stiffness degradation of natural fine grained soils during cyclic loading [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2007, 27(9):843-854.
- [20] SUBRAMANIAM P, BANERJEE S. Shear modulus degradation model for cohesive soils [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2013, 53(10):210-216.
- [21] ISHIBASHI I, ZHANG Xinjian. Unified dynamic shear moduli and damping ratios of sand and clay [J]. Soils and Foundations, 2008, 33(1):182-191.