DOI:10.11705/j.issn.1672-643X.2017.06.35

# 黏土结合水起始剪切力对非达西渗流的影响

许增光,冯上鑫,柴军瑞,覃源,陈玺,黎康平 (西安理工大学西北旱区生态水利工程国家重点实验室培育基地,陕西西安710048)

**摘 要:** 黏土结合水对黏土的流变、膨胀以及渗透等有显著影响,了解黏土结合水性质变化对黏土研究具有重要意 义。基于黏土双电层理论,由黏土微电场推导黏土结合水抗剪强度与结合水到黏土颗粒距离的函数关系,并以此 解释黏土非达西渗流的机理。结果表明:黏土结合水具有类似非牛顿液体性质,双电层中每一处结合水存在"起始 剪切力",当水压力超过结合水的"起始剪切力"时,结合水将发生移动;黏土非达西渗流存在起始水力梯度,且起 始水力梯度与结合水的"起始剪切力"呈线性关系;当黏土开始发生渗流时,结合水在孔隙中流速呈曲线分布,流 量与水力梯度呈非线性关系,黏土渗流特征曲线出现下凹型非线性曲线。

关键词:黏土结合水;双电层理论;起始剪切力;非达西渗流

中图分类号:TU43 文献标识码: A 文章编号: 1672-643X(2017)06-0200-04

## The effect of initial shear stress of clay bound water on non – Darcy flow

#### XU Zengguang, FENG Shangxin, CHAI Junrui, QIN Yuan, CHEN Xi, LI Kangping

(State Key Laboratory Base of Eco - hydraulic in Northwest Arid Area, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract**: The properties of clay, such as rheology, expansion and penetration, were affected by clay bound water , and it was important to understand clay bound water for the study of clay. Based on diffuse double layer theory of clay, the relationship between the initial shear stress of clay bound water and the distance from the water to clay particles was derived in the micro electric field of clay bound water, Which was used to explain the mechanism of the non – Darcy flow of clay. The results show that clay bound water has proper Non – Newton liquid properties. There is an initial shear force in each location of bound water. When the water pressure exceeds the initial shear force, the flow will occur. There is an initial hydraulic gradient in non – clay Darcy flow. When the flow occurred, there is a linear relation between the initial hydraulic gradient and the initial shear stress. When the flow occurred, the distribution of bound water flow velocity appears curve and there is a nonlinear relation between flow and the initial hydraulic gradient. The percolation flow curve of clay appears downward concave curve.

Key words: clay bound water; diffuse double layer theory; initial shear stress; non - Darcy flow

# 1 研究背景

黏土颗粒表面聚集了大量的负电荷,并在黏土 颗粒周围形成电场,部分水分子和阳离子被吸附在 黏土颗粒表面,并与黏土颗粒形成扩散双电层。处 于固定层内的水形成强结合水,处于扩散层的水形 成弱结合水。受黏土颗粒表面电荷吸力作用,结合 水定向排列在黏土颗粒表面,具有一定黏滞性和抗 剪强度<sup>[1]</sup>。同时结合水本身具有复杂的流体性质, 导致结合水的物理、化学性质相对比较复杂。从而 影响黏土的流变、膨胀及固结等物理化学性质<sup>[3-5]</sup>, 进而引起浅层滑坡、建筑地基失稳等实际工程问 题<sup>[2]</sup>。因此分析黏土结合水的性质,对了解黏土的 工程特性具有重要科学价值。

自 Gouy – Chapman 双电层理论提出, 黏土结合 水理论方面研究甚少, 多为试验研究。理论研究方 面, 国内外学者主要对结合水物理性质、动力学等进 行一定的研究<sup>[6-7]</sup>, 但尚不系统。试验研究方面包 括黏性土在压力作用下释水过程<sup>[8]</sup>、结合水含量的

收稿日期:2017-07-21; 修回日期:2017-08-28

基金项目:国家自然科学基金项目(51409206、51679193);陕西省重点科技创新团队项目(2013KCT-15)

作者简介:许增光(1982-),男,陕西富平人,博士,副教授,硕士生导师,主要从事水工渗流研究。

通讯作者:冯上鑫(1992-),男,江西余江人,博士研究生,研究方向为边坡灾害研究。

变化情况<sup>[9]</sup>以及改变土体性质探究结合水含量变 化对土体的影响<sup>[10]</sup>等。由于对结合水某些基本性 质不明,众多关于结合水的试验缺乏相应的理论进 行解释和验证,并产生一些关于结合水的讨论。有 学者认为黏土非达西渗流源自于黏土结合水具有非 牛顿液体性质,从而影响黏土起始水力梯度<sup>[11]</sup>。同 时由于结合水具有一定塑性特质,有学者认为结合 水异于自由水,不传递水压力,得到水土压力分算与 和算可以统一的结论<sup>[12]</sup>。而李广信<sup>[13]</sup>通过试验验 证弱结合水能有效传递水压力,强结合水对水压力 传递有一定的折减,认为水土压力分算与合算不可 以合并。产生上述疑惑主要是因为对黏土结合水基 本性质尚不清楚,因此需要从本质上进一步了解结 合水的基本性质。

本文以 Gouy - Chapman 双电层理论为基础,在 黏土微电场环境中,推导黏土结合水的抗剪强度表 达式,提出结合水"起始剪切力"概念并给出测定方 法。同时建立黏土起始水力梯度与"起始剪切力" 的关系,并探究黏土非达西渗流的机理。

# 2 黏土双电层的微电场

由 Gouy 等提出的 Gouy - Chapman 双电层理论 被认为是应用最广泛解释黏土微电场与水相互作用 的理论<sup>[14]</sup>。黏土表面的负电荷在黏土表面形成电 势,从而在双电层内形成电场。黏土颗粒表面静电 引力最强,并随距离的增加而减弱,离黏土颗粒较近 的水分子吸附在颗粒表面形成固定层;固定层以外 的水分子由于静电引力降低,束缚减弱形成扩散层。 土颗粒表面负电荷和固定层、扩散层中的阳离子 (反离子层)组成双电层。

图 1 是黏土双电层微电场模型。假设某黏土颗粒,双电层厚度为 d(m),以黏土颗粒表面为坐标原点,双电层厚度为横轴,黏土表面电势为  $\phi_0(V)$ , Mitchell 等<sup>[15]</sup>推导如下公式:

$$\begin{cases} n_i = n_{i0} e^{\left(\frac{-r_{i0}\phi}{kT}\right)} \\ \frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{q}{\varepsilon} \sum v_i n_{i0} e^{\left(\frac{-r_{i0}\phi}{kT}\right)} \end{cases}$$
(1)

式中: $n_i$ 为双电层中任意位置的离子浓度; $n_{i0}$ 为参 考位置处离子浓度; $v_i$ 为离子的价位数;q为单位电 荷(1.602×10<sup>-19</sup>c); $\phi$ 为电势,V;K为玻兹曼常数; T为绝对温度,K; $\varepsilon$ 为结合水的介电常数,F/m。

Mitchell 等<sup>[15]</sup> 经过一系列的简化和推导,得到下公式:

$$\frac{\mathrm{d}^2 \phi}{\mathrm{d}x^2} = \frac{2n_0 q v}{\varepsilon} \mathrm{sinh}\left(\frac{v q \phi}{KT}\right) \tag{2}$$

在边界条件,
$$x = d$$
;  $\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}x} \approx 0$ ,  $\phi = 0$ , 得:

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}x} = -\sqrt{\left(\frac{8n_0KT}{\varepsilon}\right)\sinh\left(\frac{vq\phi}{2KT}\right)} \tag{3}$$

边界条件,x = 0; 
$$\phi = \phi_0$$
,得:  
 $\phi = \phi_0 e^{-\kappa x}$  (4)  
其中 $\frac{d\phi}{dx} = E, E$ 为双电层的场强,N/C。令:  
 $\kappa^2 = \frac{2n_0 e^2 v^2}{\varepsilon KT}$ 

$$\text{d}(4)$$
 式求导得:  
 $\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}x} = -\kappa\phi_0 \mathrm{e}^{-\kappa x}$ 
(5)

由公式(4)与(5)可知双电层的电势与场强呈 指数分布。当已知双电层内电荷密度等参数时,即 可得双电层内结合水的静电吸力大小。



## 3 起始剪切力

黏土结合水受微电场力作用,束缚在黏土颗粒表 面,具有一定的黏滞性和抗剪性。若要促使结合水的 移动则需要克服电场力的作用,作用在结合水上的水 压力应大于该电场力对结合水产生的束缚力。

图 2 为双电层中某结合水微元体。设微元体距 原点为 x, 棱边分别平行于三坐标轴, 长度分别为 OA = dx、OB = dy、OC = dz。微元体沿 轴方向在左 面的水压为 P(N), 右面水压为 P + dP。视微元体内 场强为 Ex, 微元体带电密度为  $\rho_s$ , 电荷数为  $\rho_e dx dy dz$ 。

若微元体发生移动,在微元体正面存在单位面积上的内摩擦力,即黏滞切应力 $\tau_0$ ,则微元体后面存在方向相反,大小为 $\tau_0 + \frac{\partial \tau_0}{\partial x} dx$ 的黏滞切应力。则微

元体的平衡方程:

$$\left(\tau_0 + \frac{\partial \tau_0}{\partial x} dx - \tau_0\right) dz dy = \eta' dF_e x$$
(6)

式中: $dF_e x = Ex \rho_e dx dy dz$ ;  $Ex = -\kappa \phi_0 e^{-\kappa x}$ ;  $\eta'$  为结合 水摩擦系数,假设为其值近似等于结合水黏度系数。



#### 图 2 微电场中的结合水微元体

整理得: $d\tau_0 = \eta' \rho_e E x dx$ 积分可得:

由公式(7)可知结合水受电场力作用,存在一定的抗剪强度。当某位置结合水的剪切力 $\tau$ 大于电场力在该位置产生的抗剪强度 $\tau_0$ 时,结合水会发生剪切移动,且该抗剪强度与结合水到黏土表面距离呈函数关系。因此结合水类似于宾汉流体,又有别于宾汉流体。从而定义结合水"起始剪切力"概念。黏土微电场对结合水产生的抗剪强度 $\tau_0$ 即为结合水 "起始剪切力" $\tau_0$ ,当结合水受到剪切力大于"起始剪切力" $\tau_0$ ,当结合水受到剪切力大于"起始剪切力" $\tau_0$ 时结合水保持固定。由公式(8)可知结合水的起始剪切力分布曲线与结合水电势分布曲线相似。张忠胤<sup>[6]</sup>通过黏土压缩曲线与剪切曲线推出结合水抗剪强度公式为 $\tau_0 = \alpha e^{-\beta \lambda}$ ,其形式与结合水起始剪切力相同。

结合水在被剪切的过程中,受到微电场的作用, 因而发生缓慢移动,这也是软土具有流变性的一种 微观解释。缓慢流动的结合水导致水压力的传递有 一定滞后性,所以水压力传递时并没有折减,而是传 递过程滞后,很难检测到实际值。

## 4 黏土非达西渗流

图 3 是黏土非达西渗流特征曲线, 当黏土水力

梯度小于起始水力梯度 j<sub>0</sub> 时渗流不会发生;当黏土 水力梯度处于起始水力梯度 j<sub>0</sub> 与临界水力梯度 j<sub>e</sub>之 间时渗流特征曲线呈下凹型非线性曲线;当黏土水 力梯度大于临界水力梯度 j<sub>e</sub> 时渗流特征曲线呈线性 关系。



## **4.1** 起始水力梯度 *j*<sub>0</sub>

关于黏土之所以大于起始水力梯度时才出现渗 流,Swartzendruber 认为黏土和水相互作用导致结合 水等具有类似非牛顿液体的黏滞性质,从而导致起 始水力梯度存在。在微电场的作用下,孔隙中结合 水黏滞性较大。较小水压力下,未形成贯通的孔隙 通道,而未发生渗流。不同位置的结合水"起始剪 切力"值不一样大,当水压力增大,结合水发生剪切 并发生移动,并形成贯通的渗流通道时,渗流开始发 生,此时结合水的"起始剪切力" τ₀ 对应黏土的起始 水力梯度 j₀。对图 2 的结合水的微元体,水压强差应 与结合水黏滞切应力差相等,得到:

$$(p + dp - p) dx \times 1 = \left(\tau_0 + \frac{\partial \tau_0}{\partial x} - \tau_0\right) dx \times 1$$
(9)

其中 dp = 
$$\frac{\gamma dH}{dx \times 1}$$
,代入(9) 式得:  
 $j_0 = \frac{dH}{dy} = \gamma \tau_0$  (10)

由公式(10)可得"起始剪切力"τ<sub>0</sub>与起始水力 梯度 j<sub>0</sub> 呈线性关系。黏土的起始水力梯度受黏土的 电势影响,不同位置结合水的起始剪切力不同,所以 不同材质的黏土起始水力梯度不同,导致起始水力 梯度 j<sub>0</sub> 难以确定。以致有学者认为起始水力梯度 j<sub>0</sub> 不存在,是由试验误差造成的。

#### 4.2 非达西渗流特征曲线

如图 4,底部为黏土颗粒表面,上界为距黏土颗 粒为 d 的扩散层,设在水压力作用下,距黏土表面为 r 的结合水发生剪切。

由于结合水性质类似于宾汉流体,假设黏土结 合水流速梯度表达式采用宾汉流体流速梯度公式:

$$-\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{\eta} (\tau - \tau_0(x)) \quad (x \ge r) \tag{11}$$

式中: $\eta$ 为黏度系数; $\tau$ 为距离黏土表面r + x的结合 水的剪切力,N; $\tau_0(x)$ 为距离黏土表面r + x结合水 的起始剪切力,N,大小为 $\tau_0(x) = \alpha e^{-\kappa x}, \alpha = \eta' \rho_c \phi_0$ 。



图 4 结合水流速分布曲线

假设结合水的剪切力呈线性变化,所以距离黏 土表面 x 的结合水的剪切力  $\tau$  可由  $\tau_0$  表示为:

$$\tau = \frac{\tau_0 x}{r} \tag{12}$$

将公式(12)代入公式(11),求出结合水的流速 分布:

$$u = \int_{r}^{x} \frac{1}{\eta} \left[ \frac{\tau_0 x}{r} - \tau_0(x) \right] dx$$
(13)

得:

$$u(x) = \frac{1}{\eta} \left[ \frac{\tau_0 x^2}{2r} + \frac{\alpha}{\kappa} e^{-\kappa x} - \frac{\tau_0 r}{2} - \frac{\alpha}{\kappa} e^{-\kappa r} \right] (14)$$

由公式(14)可知 u(x)(呈曲线形式,其中 u 为 结合水移动速度分布,m/s,可知结合水离黏土表面 越远,流速增加梯度越大。

当水压力增大,发生剪切的结合水起始点越靠 近黏土表面。依次增加水力梯度,得出 $u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 4$ 条速度分布线,如图 4。水力梯度越大,发生移动的 区域越大。当移动区域越大,结合水流速 $u_1$ 曲线与x轴之间的面积即为流量 $Q_1$ ,依次可得 $Q_2 \ Q_3 \ Q_4$ 。由 图4可知当r越小,单位水力梯度下,流量增加越大, 即 $\frac{d(Q)}{d(j)} \ge 1$ ,流量与水压力的关系呈曲线关系,即 平均流速与水力坡降呈非线性关系。从而黏土渗流 特征曲线呈现下凹型特性。

# 5 起始剪切力的测定

计算黏土起始水力梯度与结合水流速分布,须

知"起始剪切力"。由公式(7)可知为求得"起始剪切力",须测定黏土结合水摩擦系数 $\eta'$ 、带电密度 $\rho_e$ 以及黏土颗粒表面的电势 $\phi_0$ 。

黏土结合水摩擦系数 η',尚无可靠的测量手 段,由于与结合水黏度系数相关,可近似认为与结合 水黏度系数值相等。

黏土结合水的电荷密度  $\rho_e$ , Mitchell 等<sup>[15]</sup> 根据 Poisson 公式等推出如下公式:

$$\frac{\mathrm{d}^2 \phi}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{\rho_e}{\varepsilon} \tag{15}$$

由公式(5)和公式(15)可得:

$$\rho_e = -\varepsilon \kappa^2 \phi_0 \mathrm{e}^{-\kappa x} \tag{16}$$

式中: $\varepsilon_{\kappa}$ 均为常数,为已知量。

由公式(4)可知黏土结合水电势取决于黏土表 面电势大小。

梁健伟等<sup>[5]</sup> 通过试验测得不同矿物成分的黏 土的表面电势。

由以上结果可得黏土结合水"起始剪切力",可 写成如下表达式:

$$\tau_0 = -\eta' \varepsilon \kappa^2 (\phi_0 \mathrm{e}^{-\kappa x})^2 \tag{17}$$

当测得黏土表面电势,即可确定"起始剪切力"。然后通过公式(10)和(15)计算黏土起始水力 梯度与结合水流速分布。

## 6 结 论

本文基于双电层理论,推导黏土结合水抗剪强 度公式,并以此解释黏土非达西渗流机理,得出如下 结论:

(1)黏土结合水具有类似非牛顿液体性质。推导双电层内每一处结合水的"起始剪切力"公式,当水压力超过该起始剪切力时,结合水会发生移动。并解释黏土发生流变的机理。

(2) 黏土渗流存在起始水力梯度, 与结合水"起 始剪切力"呈线性关系。当水压力超过某位置结合 水"起始剪切力"时, 结合水发生移动, 黏土有效孔 隙扩大, 形成贯通的渗流通道, 发生渗流。

(3) 黏土发生渗流后, 推导出孔隙中结合水的 流速分布公式,可知流量与水力梯度呈非线性关系  $(\frac{d(Q)}{d(j)} \ge 1)$ ,因而黏土非达西渗流出现凹型非线 性曲线。

(4)给出黏土"起始剪切力"的测定方法,使本 文一些结论能应用于实际工程。

(下转第208页)

3208.

从图 7 中可以看出,本文估算结果在  $b_0/D = 0$ 以及  $b_0/D$  较大时出现较大误差。这主要是由于夹 层土情况的土体边界条件与双层土情况相比更为复 杂,而本文对该问题并没有做出适当修正。

# 4 结 论

本文提出的成层土情况静力触探锥头阻力估算 方法与现有方法相比,直观易懂,与模拟值较为接 近,并得到如下主要结论:

(1)本文方法基于同心分层土体球孔扩张解答,能够反映上、下土层性质对锥头阻力的影响。

(2)由较硬土层进入较软土层的超前深度大于 由较软土层进入较硬土层的超前深度。

(3)在估算双层土情况锥头贯入阻力时本文方 法较为准确,而在估算夹层土情况时存在较大误差, 这主要是由于成层土边界条件过于复杂,为减小误 差,有待于进一步完善。

### 参考文献:

- [1] 马海鹏,陈祖煜,于 沭. 上海地区土体抗剪强度与静力 触探比贯入阻力相关关系研究[J]. 岩土力学, 2014, 35
   (2): 536-542.
- [2] 付超. 静力触探实验在土层划分中的应用研究[J]. 信阳 师范学院学报(自然科学版) 2013, 26(2): 305-308.

(上接第203页)

### 参考文献:

- [1] 崔德山,项伟,曹李靖,等. ISS 减小红色黏土结合水膜的试验研究[J]. 岩土工程学报,2010,32(6):944-949.
- [2] 陈 琼. 黏土吸附结合水动力学模型及机理研究[D]. 武 汉:中国地质大学,2013.
- [3] 房营光,谷任国.结合水对软黏土流变性质影响的试验 研究[J].科学技术与工程,2007,7(1):73-78.
- [4] 刘清秉,项 伟,崔德山.离子土固化剂对膨胀土结合水 影响机制研究[J].岩土工程学报,2012,34(10):1887 -1895.
- [5]梁健伟,房营光,谷任国.极细颗粒黏土渗流的微电场效应分析[J].岩土力学,2010,31(10):3043-3050.
- [6] 张忠胤.关于结合水动力学问题[M].北京:地质出版 社,1980.
- [7] Singh P N, Wallender W W. Effects of adsorbed water layer in predicting saturated hydraulic conductivity for clays with kozeny – carman equation [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2008, 134(6):829 – 836.
- [8] 张炳峰,赵坚,陶月赞. 饱水黏性土释水响应压力规律

- [3] Ahmadi M M, Robertson P K. Thin layer effects on the CPT qc measurement[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2005, 42(5): 1302 - 1317.
- [4] Xu Xiangtao, Lehane B M. Pile and penetrometer end bearing resistance in two-layered soil profiles [J]. Géotechnique, 2008, 58(58): 187 - 197.
- [5] Walker J, Yu H S. Analysis of the cone penetration test in layered clay[J]. Géotechnique, 2010, 6001(12):939-948.
- [6] 李月健,陈云敏,凌道盛.静力压桩临界深度和最小厚度 探讨[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(5): 584-587.
- [7] 李 波,王铁良,栾茂田.砂土静力触探锥头阻力增量弹 塑性解[J].武汉理工大学学报,2010,32(6):6-10.
- [8] 周 瑜,晏鄂川,李 辉,等.基于静力触探曲线的土体量化 分层方法[J].工程勘察, 2011, 39(3): 24-26.
- [9] 宋 玲,刘奉银,李 宁. 旋压人土式静力触探机制研究 [J]. 岩土力学, 2011,32(S1): 787-792.
- [10] 李 鹏,许再良,李国和,等. 软土地基静力触探机理分 析[J]. 铁道工程学报, 2012(6): 37-44+49.
- [11] Mo P , Alec A M, Yu H . Elastic plastic solutions for expanding cavities embedded in two different cohesive – frictional materials [J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 2014, 38 (9): 961-977.
- [12] Yu H S, Houlsby G T. Finite cavity expansion in dilatant soils: loading analysis[J]. Géotechnique, 1991,42(4): 649-654.

研究[J]. 岩石力学与工程学报,2012,31(S1):3203 -

- [9] 刘勇健,符纳,林辉.冲击荷载作用下海积软土的动力 释水规律研究[J]. 岩土力学,2014,35(S1):71-77.
- [10]项伟,崔德山,刘莉.离子土固化剂加固滑坡滑带土的试验研究[J].地球科学一中国地质大学学报,2007,32
   (3):397-402.
- [11] 欧光照,吴益平,王增帅,等. 黏土介质地下水非达西渗 流的研究进展[J]. 安全与环境工程,2013,20(5):140 -143.
- [12] 王洪新.考虑土对水吸附性的渗流破坏理论与应用 [J]. 岩石力学与工程学报,2013,32(3):563-571.
- [13]李广信.关于有效应力原理的几个问题[J].岩土工程 学报,2011,33(2):315-320.
- [14] 叶为民,黄伟,陈宝,等.双电层理论与高庙子膨润土的体变特征[J].岩土力学.2009,30(7):1899-1903.
- [15] Mitchell J K, Madsen F T. Chemical effects on clay hydraulic conductivity [C]//. Geotechnical Practice for Waste Disposal, 1987, New York: ASCE Geotechnical Special Publication, 1987:87-116.