

# 高层建筑沉降预测的灰色模型研究

闫爱军

(杨凌职业技术学院, 陕西 杨凌 712100)

**摘 要:** 针对高层建筑的沉降变形预测问题, 根据灰色系统为理论, 以杨凌示范区某高层建筑沉降观测的工程为例, 对工程案例的观测数据采用灰色 GM(1,1) 模型进行预测, 并将预测结果与实例数据进行比照分析。结果表明: 预测值与实测值吻合度良好, 预测精度为一级, 充分说明灰色模型对高层建筑沉降变形预测行之有效, 为高层建筑沉降变形预测提供典型案例, 也可设计为设计施工等方面提供借鉴。

**关键词:** 高层建筑; 沉降监测; 变形预测; 灰色模型

中图分类号: TU973.33

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2016)02-0227-04

## Research on grey model for settlement prediction of high rise building

YAN Aijun

(Yangling Vocational and Technical College, Yangling 712100, China)

**Abstract:** Aimed at the prediction problem of deformation and settlement of high-rise building, according to the grey system theory, the paper took a settlement and observation project of high-rise building in Yangling demonstration zone as an example, predicted the observation data of the project by grey GM(1,1) model, and analyzed and compared the prediction results and the instance data. The results showed that the predictive value and measured values coincide well. The prediction accuracy is first class, which indicated that the grey model was used to forecast the settlement and deformation of high-rise building is effective. The result can provide the typical instance for the prediction of settlement and deformation of high-rise building and offer reference for the design and construction of engineering.

**Key words:** high rise buildings; subsidence monitoring; deformation prediction; gray model

随着我国经济的不断发展, 高层建筑也如雨后春笋, 迅猛地增长着。以陕西杨凌为例, 在 2005 年以前, 90% 建筑物为多层(7 层及以下)建筑物, 而在 2010 年之后, 新建的建筑物 85% 为高层建筑物。人们之所以不断地加大高层建筑的规模, 不外乎是因为其具备以下几个优势: 其占地面积小, 提高了土地利用效率, 有利于城市绿化和缓解城市用地紧张, 使得城市道路与管线等设施更为集中, 从而更加节省市政投资等优点, 但随之而来也存在很多缺点, 例如: 其施工难度大, 投资成本高, 维护较为复杂等问题。

结合高层建筑施工和使用当中必须要考虑的沉降变形问题, 对其进行必要的沉降观测势在必行, 同时也是为了保证建筑安全的必要手段与措施。但高层建筑的沉降变形是一个影响因素众多、变化漫长的过程, 如何能够在较短的时间里得到较为准确的结

果, 已经是当前学者们探索和研究的重点方向, 例如: 目前最为广泛的修正分层总和法计算最终沉降量<sup>[1]</sup>; 2008 年侯建国等<sup>[2]</sup>发表了变形监测理论与应用; 2011 年陈伟清等<sup>[3]</sup>学者利用灰色模型对工程建筑变形进行了探讨; 2014 年唐争气等<sup>[4]</sup>将灰色时序组合模型应用到基坑监测中等等, 都取得了很明显的成绩。

灰色理论预测方法具有需要原始数据少, 同时所需数据之间的联系性与规律性要求不严, 预测模型可以较为完善地将主因子与变量因子的动态发展过程函数关系表达清楚, 这正符合高层建筑沉降变形的特点。因此, 对高层建筑物的沉降变形而言, 影响其诸多因素具有了不确定性, 其沉降变形过程就是一个灰色系统, 结合具体工程案例, 利用灰色系统理论对高层建筑基础沉降进行分析与预测, 并验证灰色理论的适用性, 为其他同类研究提供借鉴。

收稿日期: 2015-03-16; 修回日期: 2015-03-25

基金项目: 杨凌职业技术学院人文社科类基金项目(GJ1408)

作者简介: 闫爱军(1974-), 男, 陕西渭南人, 硕士, 讲师, 主要从事岩土工程的教学与研究。

1 预测原理与建模步骤

1.1 基本原理

灰色系统理论<sup>[5]</sup>是 1982 年我国邓聚龙教授创立的,它用于研究“少数据、贫信息”不确定性问题的新方法。自创立以来,其已经被广泛的应用于人们生产活动的各个领域,如:建筑、水利、区域经济、临床医学、工程技术等等。GM(1,1)模型是目前使用最为广泛的灰色模型,通过建立 GM(1,1)模型对实际工程案例基础沉降进行分析预测。

1.2 GM(1,1)建模步骤

依据灰色理论基本原理,将沉降观测数据进行一次累加处理,生成具有近似灰指数规律的数据序列,鉴于此,以原始沉降数据为  $h^{(0)}(i)$ ,作为观测序列,建立以相邻观测时间间隔设为权的序列:

$H^{(0)} = \{h^{(0)}(1), h^{(0)}(2), \dots, h^{(0)}(n)\}$ ,对原始序列  $H^{(0)}$  做 1-AGO 生成  $H^{(1)}$ ,即得到:

$H^{(0)} = \{h^{(1)}(1), h^{(1)}(2), \dots, h^{(1)}(n)\}$ ,其中数据序列  $H^{(0)}$  与  $H^{(1)}$  之间存在如下关系:

$$h^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k h^{(0)}(i) \tag{1}$$

根据灰色系统理论,拟合序列  $H^{(1)}$  可以建立白化微分方程为:

$$\frac{dH^{(1)}}{dt} + aH^{(1)} = b \tag{2}$$

式中: $a$  是发展系数, $b$  是灰作用量。

对参数列  $\hat{a} = [a, b]^T$  通过最小二乘法进行估计计算,得到: $\hat{a}[B^TB]^{(-1)}B^TY$ ,式中:

$$B = \begin{bmatrix} -0.5(h^{(1)}(1) + h^{(1)}(2)) & 1 \\ -0.5(h^{(1)}(2) + h^{(1)}(3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -0.5(h^{(1)}(n-1) + h^{(1)}(n)) & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = [h^{(0)}(2), h^{(0)}(3), \dots, h^{(0)}(n)]^T$$

可以确定模型的时间响应式为:

$$\hat{h}^{(1)}(k+1) = (h^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a} \tag{3}$$

根据公式(3),可以确定  $H^{(1)}$  的预测数值  $\hat{H}^{(1)}$  为:

$$\hat{H}^{(1)} = \{\hat{h}^{(1)}(1), \hat{h}^{(1)}(2), \dots, \hat{h}^{(1)}(n)\} \tag{4}$$

还原求出  $H^{(0)}$  的预测数据  $\hat{h}^{(0)}(k)$  为:

$$\hat{h}^{(0)}(k) = a^{(1)}\hat{h}^{(1)}(k) = \hat{h}^{(1)}(k) - \hat{h}^{(1)}(k-1) \tag{5}$$

对公式(3) 求极限,可以得到最终沉降变形值:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{h}^{(1)} = \frac{b}{a} \tag{6}$$

1.3 预测模型精度检验

目前 GM(1,1) 模型一般会从残值、关联度、后验差三个方面检验。此次数据通过后验差检验法进行精度检验。

根据后验差检验准则,应该确定两个评价参数,即为:后验差比值  $C$  和小误差概率  $P$ 。

(1) 后验差比值  $C$ :

$$C = \frac{S_1}{S_2} \tag{7}$$

式中:残差方差  $S_1 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\varepsilon^{(0)}(k) - \bar{\varepsilon})^2}$ ;原始

数据方差  $S_2 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (h^{(0)}(k) - \bar{h})^2}$

(2) 小误差概率  $P$ :

$$P = P\{|\varepsilon^{(0)}(k) - \bar{\varepsilon}| < 0.6744S_1\} \tag{8}$$

式中: $\varepsilon^{(0)}(k)$  为残差; $\bar{\varepsilon}$  为残差均值。

依据后验差比值  $C$  和小误差概率  $P$  可以将预测等级划分为四等,如表 1 所示。

| 表 1 预测模型精度划分 |                     |                     |
|--------------|---------------------|---------------------|
| 预测精度等级       | $P$                 | $C$                 |
| 一级(好)        | $P \geq 0.95$       | $C \leq 0.35$       |
| 二级(合格)       | $0.8 \leq P < 0.95$ | $0.35 < C \leq 0.5$ |
| 三级(勉强)       | $0.7 \leq P < 0.8$  | $0.5 < C \leq 0.65$ |
| 四级(不合格)      | $0.7 < P$           | $0.65 > C$          |

2 工程案例应用分析

2.1 工程概况

杨凌某高层建筑物,地上 22 层,地下 1 层,地基基础设计等级为乙级,工程重要性等级为二级,建筑上部结构采用框架、剪力墙,基础采用筏板基础。2014 年 5 月 20 日到 2014 年 9 月 12 日,依据相关规范对建筑物进行沉降观测,期间共进行 12 个周期的观测,也获得 12 组观测数据,各组数据均满足建筑变形测量二级水准观测精度要求。

现随机选取 6 号观测点原始数据如表 2 所示,进行预测分析。

表 2 沉降观测原始数据

| 观测周期     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 原始沉降量/mm | 15.34 | 13.21 | 9.54  | 7.12  | 4.78  | 3.46  | 2.27  | 1.87  | 1.32  | 1.12  | 0.86  | 0.54  |
| 累计沉降量/mm | 15.34 | 28.55 | 38.09 | 45.21 | 49.99 | 52.45 | 54.72 | 56.59 | 57.91 | 59.03 | 59.89 | 60.43 |

2.2 建立预测模型

根据已知的 12 组观测数据,用前 6 个数据作为已知参数,对后续的 6 个参数采用灰色预测理论进行预测,并用已知的观测数据与预测数据进行对比,检查预测结论的准确程度。建立 GM ( 1, 1)模型,原始沉降数据序列  $H^{(0)}$ ,经过一次累加生成数据序列  $H^{(1)}$ ,如表 3 所示。

表 3 一次累加和紧邻均值生成数据

| 观测次数       | 1     | 2      | 3     | 4     | 5     | 6     |
|------------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
| 原始沉降量/mm   | 15.34 | 13.21  | 9.54  | 7.12  | 4.78  | 3.46  |
| 1 - AGO/mm | 15.34 | 28.55  | 38.09 | 45.21 | 49.99 | 53.45 |
| 紧邻均值 mm    |       | 21.945 | 33.32 | 41.65 | 47.60 | 51.72 |

构造矩阵  $B$  与  $Y$ ,分别为:

$$B = \begin{bmatrix} -21.945 & 1 \\ -33.320 & 1 \\ -41.650 & 1 \\ -47.600 & 1 \\ -51.72 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = [13.21, 9.54, 7.112, 4.78, 3.46]^T$$

对参数列  $\hat{a} = [B^TB]^{(-1)}B^TY$ ,通过最小二乘法进行估计计算,得到发展系数  $a$  和灰色作用量  $b$ , $a = 0.327$  和  $b = 20.453$ 。将  $a$  与  $b$  的数值代入公式 (3) 可以确定模型的时间响应式为:

$$\hat{h}^{(1)}(k+1) = (-47.207)e^{-0.327k} + 62.547$$

通过模拟预测与原始数值对比,可见表 4,同时,通过公式(6),也可以预测得到此建筑的最终沉降变形量为 62.547 mm。

表 4 原始数值与预测数值对比表

| 观测周期       | 1      | 2      | 3      | 4      | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10    | 11     | 12     |
|------------|--------|--------|--------|--------|-------|--------|--------|--------|--------|-------|--------|--------|
| 原始沉降量/mm   | 15.34  | 13.21  | 9.54   | 7.12   | 4.78  | 3.46   | 2.47   | 1.87   | 1.32   | 1.12  | 0.76   | 0.54   |
| 累计沉降量/mm   | 15.34  | 28.55  | 38.09  | 45.21  | 49.99 | 53.45  | 55.92  | 57.79  | 59.11  | 60.23 | 60.99  | 61.53  |
| 预测沉降量/mm   | 15.340 | 13.168 | 9.496  | 6.848  | 4.938 | 3.561  | 2.568  | 1.852  | 1.336  | 0.963 | 0.695  | 0.501  |
| 预测累计沉降量/mm | 15.34  | 28.508 | 38.004 | 44.852 | 49.79 | 53.351 | 55.919 | 57.771 | 59.107 | 60.07 | 60.765 | 61.266 |

2.3 精度检查

数据通过后验差检验,可以计算出差后验差比值  $C = 0.0228$ ,小误差概率  $q = 1$ ,通过表 1,可以确定预测等级为一级,结论为好。

2.4 预测的分析比较

(1) 通过建立 GM (1, 1)模型,预测建筑物沉降预测结论与观测数据对比分析,可以看到,如图 1 曲线所示,可以看到预测曲线基本与观测原始曲线吻合,又通过后验差检查法,得到后验差比值  $C = 0.0228$ ,小误差概率  $P = 1$ ,可以知道预测等级为一级。

(2)通过公式(3)可预测得到建筑物的最终沉降为 62.547 mm,与观测累计沉降量和预测沉降量对比,两个值均小于最终沉降为 62.547 mm,符合建筑物变形规律,通过图 1、2 可以说明,建筑物的沉降变形规律是随着时间的不断增长,沉降变形量逐步减小,而累计变形逐步增大,采用 GM(1,1)预测精

度为一级,满足工程需求。

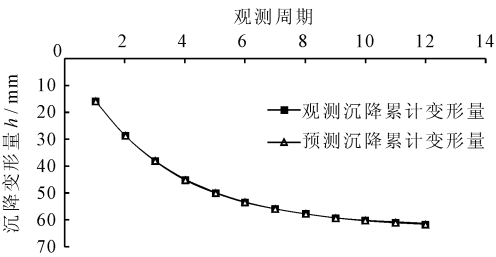


图 1 观测累计沉降与预测累计沉降变形曲线

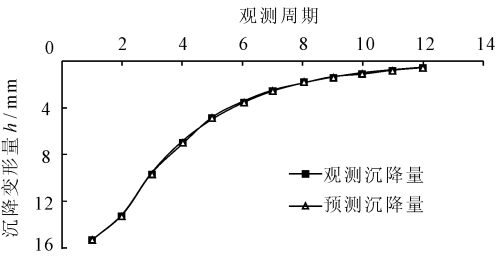


图 2 观测各级沉降与预测各级沉降变形曲线

### 3 结 论

(1) 高层建筑沉降变形是一个随时间推移不断连续变化的过程,灰色系统理论刚好就是这样的一种预测方法,恰当的选择好预测参数,能够快速准确的预测高层建筑沉降变形规律,能够及时的为建筑物的施工、维护提供科学的依据,其具有非常重要的实用价值。

(2) GM(1,1)模型是以严格的数学计算为基础,通过大量的科学计算对原始数据进行分析处理,虽然采用的原始数据较少,但没有影响其预测精度,完全可以为现实工程提供参考。

(3) 此次预测建立 GM(1,1)模型为等步长模型,在现在预测中,往往会遇到非等步长序列,那么,可以对原始数据序列通过插值处理,将其转化为步长模型处理。

#### 参考文献:

- [1] 中华人民共和国住房和城乡建设部,中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局. 地基基础设计规范 (GB50007-2011) [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.
- [2] 侯建国, 土腾军. 变形监测理论与应用 [M]. 北京: 测绘出版社, 2008.
- [3] 陈伟清, 田海涛, 陈佳佳, 等. 工程建筑变形分析的灰色模型探讨 [J]. 广西大学学报 (自然科学版), 2011, 36 (1): 64-70.

- [4] 唐争气, 谭志强. 灰色时序组合模型在基坑监测中的运用 [J]. 测绘工程, 2014, 23 (2): 9-53.
- [5] 邓聚龙. 灰理论基础 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.
- [6] 李文渊. 基于灰色理论的基坑变形预测预报系统研究 [J]. 成都大学学报 (自然科学版), 2012, 31 (3): 279-283.
- [7] 王 磊. 基于非等时距灰色自回归模型的建筑物变形分析应用研究 [D]. 桂林: 桂林理工大学, 2011.
- [8] 李 智. GM(1,1)模型在高层建筑沉降预测中的应用 [J]. 北京测绘, 2013 (2): 28-30.
- [9] 冯锦明, 李炳芳. 灰色预测模型在建筑物沉降监测中的应用 [J]. 地矿测绘, 2008 (2): 7-9.
- [10] 李 斌, 朱 健. 非等间隔灰色 GM(1,1)模型在沉降数据分析中的应用 [J]. 测绘科学, 2007, 32 (4): 52-55.
- [11] Erma Suryani, Shuo - Yan Chou, Chih - Hsien Chen. Air passenger demand forecasting and passenger terminal capacity expansion: A system dynamics framework [J]. Expert Systems With Applications, 2009 (3): 2324-2339.
- [12] Malyshkina N V, Mannering F L. Markov switching multinomial logit model: An application to accident - injury severities [J]. Accident Analysis and Prevention, 2009, 41 (4): 829-838.
- [13] 卓金武. MATLAB在数学建模中的应用 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2011.
- [14] 董 杰. 高层建筑物变形监测方法的探讨 [J]. 科技风, 2010, 22 (4): 45-47.
- [15] 张正禄, 黄全义, 等. 工程的变形监测与分析预报 [M]. 北京: 测绘出版社, 2007.

(上接第 226 页)

(3) 随荷载距离增大,抗隆起安全系数先减小,后增大,最后减小并趋于稳定,围护结构最大位移逐渐减小趋于稳定。

(4) 综上结果可表明,地面局部荷载在圆弧滑动法假定的滑裂土体上部范围作用时,基坑稳定性变化明显,工程施工时应重点关注。

#### 参考文献:

- [1] 黄茂松, 秦会来. 基坑抗隆起稳定分析的现状与进展 [J]. 岩土工程学报, 2008, 30 (S): 182-186.
- [2] 刘国斌, 王卫东. 基坑工程手册 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009.
- [3] 孔德森, 门燕青, 王丽华, 等. 各向异性软土深基坑抗隆起稳定性分析 [J]. 中南大学学报 (自然科学版), 2012, 43 (11): 4472-4476.

- [4] 王洪新, 陈建军, 刘冀山. 基坑抗隆起稳定安全系数实用计算分析与应用 [J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26 (S1): 3223-3230.
- [5] 张 震, 冯 虎, 刘国彬. 基坑抗隆起稳定三维分析的极限平衡法 [J]. 沈阳建筑大学学报 (自然科学版), 2012, 28 (1): 37-43.
- [6] 郑 刚, 程雪松. 考虑弧长和法向应力修正的基坑抗隆起稳定计算方法 [J]. 岩土工程学报, 2012, 34 (5): 781-789.
- [7] Spangler M G. Soil engineering [M]. International textbook company, 1960
- [8] 徐中华, 王卫东. 敏感环境下基坑数值分析中土体本构模型的选择 [J]. 岩土力学, 2010, 31 (1): 258-264.
- [9] 范 巍, 王建华, 陈锦剑. 连续墙与土体接触特性对深基坑变形分析的影响 [J]. 上海交通大学学报, 2007, 40 (12): 2118-2121.