DOI:10.11705/j.issn.1672-643X.2016.01.35

## 基于双面弹性地基梁的隧道纵向变形研究

璩继立,潘荣,唐瑞东

(上海理工大学环境与建筑学院,上海 200093)

**摘** 要:城市地铁隧道周边施工会造成地面大面积堆载,从而引起隧道结构的纵向变形。首先把深埋盾构隧道等 效为双面弹性地基梁,其次利用布辛奈斯克解求出隧道上部的附加应力,最后采用有限差分法和 Matlab 编程求出 隧道的纵向位移和内力,并与温克尔弹性地基梁模型的计算值进行对比。结果表明:双面弹性地基梁的内力和变 形的值明显小于弹性地基梁理论的内力和变形值。其结果可为深埋盾构隧道合理设计提供一定的依据。 关键词:堆载;深埋隧道;双面弹性梁模型;纵向变形

中图分类号:TU921 文献标识码: A 文章编号: 1672-643X(2016)01-0190-05

# Study on longitudinal deformation of tunnels based on foundationbeam of double elastic

#### QU Jili, PAN Rong, TANG Ruidong

(School of Environment and Architectural, University of Shanghai for Science & Technology, Shanghai, 200093, China)

**Abstract**: The construction around the subway will cause large heaped load and result in longitudinal deformation of tunnel structure. First, the deep-lying shield tunnel is equivalent to the beam on double elastic foundation. Second, Boussinesq's formula was used to calculate the additional stress above the tunnel. Finally, the longitudinal displacement and internal force of tunnels was solved by use of finite difference method and Matlab, and was compared with the calculated values of model of elastic foundation beam. The result showed that the deformation and internal force of the beam on double elastic foundation are much smaller than those of the beam on elastic foundation. The conclusion can provide certain basis for the rational design of deep-lying shield tunnel.

Key words: heaped load; deep-lying tunnel; model of double elastic beam; longitudinal deformation

## 1 研究背景

随着我国城市化进程的加快,城市人口越来越 多,交通越来越拥堵,为解决这一问题,修建了许多 地铁线路。而地铁沿边房价攀升,建筑不断涌现,新 建建筑周边的建筑材料堆积,可能会使盾构隧道产 生纵向变形,危及地铁的安全。上海地铁保护技术 标准<sup>[1]</sup>作出了建筑垂直荷载、降水等施工因素引起 的地铁隧道外壁附加荷载不得大于 20 kPa 的规定, 并提出了结构的绝对沉降量不能超过 20 mm,变形 曲线的曲率半径不小于 15 000 m,相对弯曲不大于 1/2500。

戴宏伟等<sup>[2]</sup>、刘庆晨<sup>[3]</sup>、吴庆等<sup>[4]</sup>研究了基于 弹性地基梁的地面施工荷载对地铁隧道纵向变形的 影响,为地面施工时盾构隧道的变形控制提供了一定的依据;林永国<sup>[5]</sup>、张治国等<sup>[6]</sup>通过两阶段应力 法计算基坑开挖对隧道纵向变形的影响;白海卫<sup>[7]</sup> 基于数值模拟分析了新建隧道对既有隧道的影响。 然而上述研究都是基于弹性地基梁的隧道变形分 析,地铁隧道一般是建于地层的一定深度之下。此 时,不仅隧道结构的下卧层对其变形产生影响,而且 隧道结构的上覆土层对其的影响也不可忽略。

Winkler 弹性地基梁模型是隧道纵向变形研究 应用最广泛的模型。浅埋隧道应用土柱理论和弹性 梁模型计算是合适的,但是用于深埋隧道时计算就 显得保守。为此,本文基于双面弹性地基梁理论推 导深埋盾构隧道上方大面积堆载所引起的隧道纵向 变形。

收稿日期:2015-06-15; 修回日期:2015-07-16

作者简介:璩继立(1964-),男,河南孟州人,博士后,副教授,硕士生导师,主要从事岩土工程、隧道沉降等方面的研究与 教学工作。

## 2 模型分析及基本假定

#### 2.1 模型概述

在隧道纵向变形的分析中,目前主要集中于3 种方法:理论计算、数值模拟、现场监测。而理论计 算中,Winkler 弹性地基梁理论是应用最广的纵向分 析模型。

城市地铁隧道目前是越建越深,因此上覆土层对 其结构变形的影响是不可忽略的。根据普氏压力 拱<sup>[8]</sup>理论,深埋盾构隧道(埋深超过1.5倍的隧道外 径)的上部会形成一个压力拱,可以把隧道上覆土的 自重卸载到周围土层中,实际上隧道承担的上覆土压 力比土柱理论的计算值要小。为了考虑压力拱的影 响,可以把隧道上覆土视为一个有固定边的弹簧,同 时符合温克尔弹性地基模型,压力减小等效为弹簧伸 长(隧道未变形时上部弹簧处于压缩状态)。即本文 采用双面弹性地基梁理论计算隧道纵向变形。

#### 2.2 基本假设

(1)假设隧道上覆土层对其结构的压力符合 Winkler 弹性地基模型。

(2)为简化计算,假设隧道上下土体的基床系数相同。

(3) 其余假设同 Winkler 弹性地基梁模型。

根据 Winkler 弹性地基模型, 地基中任一点所 受的应力 *p* 只与该点的地基变形 *s* 成正比, 即隧道上 覆土层对隧道的作用符合公式(1)。

 $p_1(x) = -k_1 s \tag{1}$ 

隧道下卧层对隧道结构的作用符合公式(2)。

 $p_2(x) = k_2 s \tag{2}$ 

式中: $k_1$ 、 $k_2$ 分别为上、下基床系, $kN/m^3$ ; s为地基 沉降量, $m_o$ 

#### 2.3 基本微分方程

建立如图 1 所示的直角坐标系,以隧道纵向位 移 w(x)作为基本未知量,取如图 2 所示微元体 dx 进行受力分析,设微元体在 q(x)作用下,产生垂直 位移 w(x),弹性梁所受上部弹性地基的反力  $p_1(x)$ ,下部弹性地基对梁的作用为  $p_2(x)$ 。

根据平衡条件得:

$$\sum F = 0 \tag{3}$$

 $Q + dQ - Q + p_1 Ddx + qdx - p_2 Ddx = 0$  (4)

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}x} = (p_2 - p_1)D - q \tag{5}$$

$$\sum M = 0 \tag{6}$$

$$M + dM - M - Qdx - p_2 Ddx \frac{dx}{2} + p_1 Ddx \frac{dx}{2} + qdx \frac{dx}{2} = 0$$

$$(7)$$

略去式(7)的高阶小量得

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x} = Q \tag{8}$$

联立式(5) 和(8) 得:  

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = (p_2 - p_1)D - q$$
(9)

在  $q(x)_{y_1}(x)$  和  $p_2(x)$  的共同作用下,梁的挠 度微分方程为:

$$EI\frac{d^{4}y}{dx^{4}} + (K_{1} + K_{2})Dy = q(x)$$
(10)

又  

$$K_1 = K_2 = K$$
  
所以代入式(10)得:  
 $EI \frac{d^4 y}{dx^4} + 2Ky = q(x)$  (11)

式中: EI 为隧道的抗弯刚度; K 为地基集中基床系数(K = kD,其中k 为地基基床系数); q 为地铁隧道上作用的线荷载(其中 $q(x) = \sigma_x D$ )。

## 3 计算分析

#### 3.1 附加应力的求解

本文现只考虑邻近堆载产生的附加应力,假定 其余荷载对隧道结构的影响趋于稳定。地面邻近堆 载简化为地面均布荷载*p*,在其作用下,土体中会产 生附加应力并且传递到隧道结构上,这种附加应力 通过布辛奈斯克解可得。现在地表(*z* = 0)处以矩 形荷载范围中心为原点建立如图3和4所示坐标系, 隧道轴线上某一点在矩形均布荷载中某点(*x*,*y*) 上集中力*p*dxdy作用下,引起隧道轴线方向上的竖 向附加应力

$$\sigma_{z} = \frac{3pz^{3}}{2\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{l/2} \int_{-\frac{b}{2}}^{b/2} \frac{1}{((x-\xi)^{2} + (y-\eta)^{2} + z^{2})^{5/2}} d\xi d\eta$$
(12)

#### 3.2 有限差分法求解

隧道所受的附加应力为非均布力。故在对隧道 结构进行分析时,利用有限差分法,将隧道进行分段, 将隧道上的附加作用力看成无数个集中力进行计算, 有限差分方法是把梁上各点挠度即地基的沉降值作 为基本未知数,用一组差分方程替代微分方程,然后 求解线性代数方程组,从而得到地基各点的沉降值。







#### 图1 双面弹性地基梁模型

图 2 双面弹性地基梁微元体

把地铁隧道分成 n 段,每段长为 L;在隧道两端 补上虚节点,分别为 -2、-1、n + 1、n + 2。每分段的 位移分别为  $w_0, w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ ,如图 5 所示。对于 第 i 分段可将式(11)表示为:

$$EI\frac{\mathrm{d}^4 w_i}{\mathrm{d}x_i^4} + 2Kw_i = q_i \tag{13}$$

$$EI\frac{w_{i+2} - 4w_{i+1} + 6w_i - 4w_{i-1} + w_{i-2}}{L^4} = -2Kw_i + q_i$$
(14)

令
$$\frac{EI}{L^4} = C$$
,取 $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ,  
由式(14)可得:  
因此可得 $n - 3$ 个形如的方程  
 $C(w_{i+2} - 4w_{i+1} + 6w_i - 4w_{i-1} + w_{i-2}) + 2Kw_i = q_i$   
(15)

由边界条件得

$$\begin{cases} \left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x}\right)_{i=0} = \frac{w_1 - w_{-1}}{2l} = 0\\ M = -EI \frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}x^2} \Big|_{i=0} = -EI \frac{w_1 - 2w_0 + w_1}{l^2} = 0 \end{cases}$$
(16)

化简可得4个另外所缺的方程

$$\begin{cases} w_1 = w_{-1}, & w_2 = w_{-2} \\ w_{n+1} = 0, & w_{n+2} = 0 \end{cases}$$
(17)



#### 图3 地面临近堆载作用下隧道分析模型

联立式(15) 和(17) 可得 *n* + 1 个线性代数方程,用矩阵的形式表示如下:

$$[D] \{W\} = \{q\}$$
(18)

求得隧道单元的位移 $\omega_i$ 后,根据公式和可得隧 道各单元的弯矩*M*和剪力*Q*:

$$M_i = -EI \frac{w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1}}{L^2}$$
(19)

$$Q_i = -EI \frac{w_{i+2} - 2w_{i+1} + 2w_{i-1} + w_{i-2}}{2L^3}$$
(20)

## 4 算例分析

某地铁隧道附近由于施工,有一堆载区,如图 3 和 4 所示。荷载与地铁隧道纵轴线平行的方向长度 为  $L_2 = 40 \text{ m}$ ,宽度 b = 30 m,超载引起的隧道上方的 垂直荷载为 80 kPa,荷载中心与隧道中心的水平距 离  $L_1 = 10 \text{ m}$ ,地铁采用盾构施工,隧道埋深为 12 m, 隧道外径 6 m,隧道截面抗弯刚度  $EI = 9 \times 10^8 \text{ kN/}$ m<sup>2</sup>,假设隧道下卧层和上覆土层的地基基床系数为  $k = 1000 \text{ kN/m}^3$ (软土中的取值一般介于 1 M ~ 8 MPa/m,具体经验值可见文献[9])。隧道分段 n =40,分段长度为 L = 3 m。

#### 4.1 附加应力分析

地面堆载作用在地面上,将会在隧道上方产生 附加应力,隧道纵轴上的附加应力如图6所示。



图4 计算模型平面图

图 5 有限差分网格

图6 附加应力分布图

4.2 基于双面弹性地基梁的隧道变形及内力分析

由图 6 可知,当隧道的纵向坐标值为  $x = \pm 60$  m 时,附加应力基本为 0,因此在坐标绝对值 60 m 以外的附加应力可忽略不计,因此隧道变形的有效 长度取  $L_0 = 3L_2$  是合适的。

在双面弹性地基梁分析中,取上覆土的地基基床 系数  $k = 1000 \text{ kN/m}^3$ 。在附加应力的作用下,隧道发 生纵向变形,其纵向位移、弯矩和剪力分析见图 7。



图 7 基于双面弹性地基梁的隧道纵向位移、弯矩和剪力曲线图

由图 7 可知,当隧道纵轴坐标 x = 0 m 时,隧道 的沉降和弯矩值达到最大,即隧道最大沉降量约为 19 mm,最大弯矩约为 2.7 × 10<sup>4</sup> kN.m,当隧道纵轴 坐标大约在 x = 20m 时,剪力值达到最大,约为 1 500 kN。 4.3 基于温克尔弹性地基梁的隧道变形及内力分析

在温克尔弹性地基梁分析中,不计上覆土对隧 道变形的影响,隧道结构的纵向位移、弯矩和剪力分 析如图8所示。





由图 8 可知,隧道最大沉降量约为 33 mm,最大 弯矩约为 4.1×10<sup>4</sup> kN·m,当隧道纵轴坐标大约在 *x* = 20 m时,剪力值达到最大,约为 2 000 kN。

#### 4.4 结果分析

从两种方法的分析中可以发现,当在荷载作用 的中心处(x = 0),地铁隧道结构的位移和弯矩达 到最大值,然后向两边逐渐减小,在 $x = \pm 60$  m时, 隧道的位移和弯矩基本为0,因此荷载作用下隧道 的影响长度约为 $L_0 = 3L_2$ 。而当隧道纵轴坐标x =20 m时,隧道结构的剪力值达到最大,即在隧道影 响长度的1/3 和2/3 处达到最大。

同时对比两种方法可以发现,基于双面弹性地 基梁的隧道结构的最大位移约为19 mm,最大弯矩 值约为2.7×10<sup>4</sup> kN·m,最大剪力值约为1500 kN,而基于温克尔弹性地基梁的隧道结构最大位移 约为33 mm,最大弯矩值约为4.1×10<sup>4</sup> kN·m,最 大剪力值约为2000 kN,因此按双面弹性地基梁计 算的最大位移约为弹性地基梁理论的计算值的 55%,弯矩最大值约为65%,剪力最大值约为75%。

## 5 结 论

(1)本文在计算地面大面积堆载引起的土体附加应力时,基于集中力作用下的布辛奈斯克解,用数 值积分解决了其竖向附加应力的求解,运用 Matlab 编程绘制出了土体附加应力分布图,概念清晰,精度 较高。

(2)目前新建盾构隧道大多采用深埋的方式, 为了考虑周围土体的抗剪性能对盾构隧道结构的约

束作用,本文从理论分析入手,提出基于改进的双面 弹性地基梁模型,从而分析了堆载条件下的地铁隧 道的纵向变形。

(3)本文分析表明:将上覆盖土假定为弹性地 基,采用双面弹性地基梁模型计算的变形和内力明 显比按弹性地基梁理论计算的变形和内力小。由此 发现,深埋隧道应用双面弹性地基梁理论进行隧道 纵向变形设计比温克尔弹性地基梁理论更加经济, 符合客观规律。

(4)本文结论是基于严格的理论推导得出的, 没有进行相应的模型试验以及数值模拟,在将来的 研究中可进一步验证。

#### 参考文献:

- [1] 上海市建设管理委员会. DGJ08-109-2004,城市轨道 交通设计规范[S]. 北京:人民交通出版社:2003.
- [2] 戴宏伟,陈仁朋,陈云敏.地面新施工荷载对临近地铁 隧道纵向变形的影响分析研究[J].岩土工程学报, 2006,28(3):312-316.
- [3] 刘庆晨. 邻近施工对天津既有地铁隧道的影响及保护 研究[D]. 天津:天津大学,2013.
- [4] 吴 庆. 地面堆载对既有盾构隧道结构的影响研究[D]. 上海:上海交通大学,2012.
- [5] 林永国. 地铁隧道纵向变形结构性能研究[D]. 上海: 同济大学,2001.

- [6] 张治国,张孟喜,王卫东. 基坑开挖对临近地铁隧道影响的两阶段分析方法[J]. 岩土力学,2011,32(7):2085-2092.
- [7] 白海卫. 新建隧道下穿施工对既有隧道纵向变形的影 响和工程措施研究[D]. 北京:北京交通大学,2007.
- [8] 夏明耀,曾进伦.地下工程设计施工手册[M].北京,中国建筑工业出版社,1999.
- [9] 中华人民共和国建设部. GB50307-1999,地下铁道、轻 轨交通岩土工程勘察规范[S]. 北京,中国计划出版社, 1999.
- [10] 李镜培,丁士君. 邻近建筑荷载对地下管线的影响分析[J]. 同济大学学报(自然科学版),2004,32(12): 1553-1557.
- [11] 戚科骏,王旭东,蒋 刚,等. 临近地铁隧道的深基坑开 挖分析[J]. 岩石力学与工程学报,2005,24(S2):5485
   -5489.
- [12] 郑 刚. 高等基础工程学[M]. 北京,机械工业出版社, 2007.
- [13] Mashimo H, Ishimura T. Evaluation of the load on shield tunnel lining in gravel [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2003, 18(2-3):233-241.
- [14] 余占奎. 软土盾构隧道纵向设计方法研究[D]. 上海: 同济大学,2006.
- [15] 孙杰,周晓智,袁磊. 基于 MATLAB 的圆形基础附加 应力的数值积分求解[J]. 工业建筑,2014,44(Z1): 847-849+856.

(上接第189页)

- [6] 聂利英,朱永虎,刘国光,等. 排架支撑式渡槽排架损伤 下地震响应分析[J]. 水电能源科学,2012,30(1):100-102.
- [7] 张社荣,冯 奕,王高辉.强震作用下大型排架式 U 型渡 槽的损伤破坏分析[J].四川大学学报(工程科学版), 2013,45(1):37-43.
- [8] 谈 政,张 华,傅玉珍.基于正则化频率变化率的排架渡 槽支撑体系损伤定位研究[J].水资源与水工程学报, 2014,25(1):28-32.
- [9] 周吉顺. 大型渡槽施工裂缝控制研究[D]. 天津:天津大 学,2011.

- [10] 姚 雄,赵海涛,王潘绣.大型 U 型渡槽正常运行期寒潮 降温影响分析[J].山西建筑,2011,37(36):197-198.
- [11] 李录贤,王铁军.扩展有限元法(XFEM)及其应用[J]. 力学进展,2005,35(1):5-20.
- [12] Liu XY, Xiao QZ, Karihaloo BL. XFEM for direct evaluation of mixed mode SIFs in homogeneous and bi – materials [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004, 59(8):1103 – 1118.
- [13] Rice J R. Elastic Fracture Mechanics Concepts for Interfacial Cracks[J]. Journal of Applied Mechanics, 1988, 55 (1):98-103.