

# 考虑单元划分方式的平动挡墙主动土压力分析

王梅<sup>1,2</sup>, 侯新平<sup>1</sup>, 李琦<sup>1</sup>

(1. 泰山学院 机械与工程学院, 山东 泰安 271021; 2. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092)

**摘要:** 考虑平移模式下刚性挡土墙墙后填土中的土拱效应, 分析沿圆弧形拱的切线和割线方向划分微分单元对主动土压力分布的影响。在此基础上, 采用二分法求解最优划分方式, 得到了作用在挡土墙上的主动土压力公式。与沿切线和割线方法及试验监测结果的对比分析表明: 本文方法得到的平移模式下刚性挡土墙后主动土压力强度小于沿切线划分单元的计算结果, 略大于沿割线划分单元的计算值。本文方法得到的刚性挡土墙后主动土压力分布与模型试验结果吻合最好。

**关键词:** 土拱效应; 切线; 割线; 微分单元; 二分法; 主动土压力

中图分类号: TU47

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2015)02-0216-04

## Analysis of active earth pressure of considering translational unit modes for retaining wall

WANG Mei<sup>1,2</sup>, HOU Xinpings<sup>1</sup>, LI Qis<sup>1</sup>

(1. College of Machinery and Engineering, Taishan University, Tai'an 271021, China;

2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** Considering the soil-arching effect of retaining wall backfill of rigid translational mode, the paper analyzed the influence of division differential unit on along the arc arch tangent and secant. On above basis, it obtained the formula for the active earth pressure against a rigid retaining wall by means of dichotomy to the optimum dipartition mode. Through comparing the formula with the theoretical solutions of tangent direction, secant direction and the results of measured test, the result can be gotten that the active earth pressure proposed is smaller than those of tangent direction and larger than those of secant direction. The active earth pressure distribution of rigid wall backfill gotten by the method match best with the physical model test.

**Key words:** arching effect; tangent; secant; differential unit; dichotomy; active earth pressure

在岩土工程中, 土拱是用来描述应力转移的一种现象, 这种应力转移是通过土体抗剪强度的发挥而实现的。土拱效应可以较好的解释挡土墙后土体中主应力方向的偏转, 因此引起了国内外学者的关注<sup>[1-10]</sup>。文献[1-5]分别对土拱形状进行了分析, 得出3种常用的土拱曲线为: 悬链线、抛物线以及圆弧形, 并在此基础上建立了考虑土拱效应的主动土压力计算方法。但是上述学者采用水平薄层单元法分析时, 没有考虑水平薄层单元间的剪应力作用, 从而导致研究单元土层的水平力不平衡。文献[6]考虑了薄层单元的剪应力, 建立了考虑土拱效应的逐

层渐近法, 但计算过程相对繁琐, 并且得出的主动土压力分布在挡墙底部范围内偏小。文献[7-8]考虑土拱效应, 分别提出沿圆弧形拱的切线和割线方向划分单元计算主动土压力的方法。与实测结果对比, 采用沿割线划分单元时计算出的主动土压力强度偏小; 而采用沿切线划分偏大。

可以看出, 不同单元划分方式对挡土墙的主动土压力分布有一定影响, 切线与割线划分方式之间必存在一个最优值。基于这个思路, 本文利用数值计算中的二分法原理, 首先求出单元划分方式与主动土压力强度的最优关系, 建立主动土压力计算方

收稿日期: 2014-10-28; 修回日期: 2014-11-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(51408398); 泰安市科技计划项目(2014063013); 泰山学院引进人才科研启动基金项目(Y012014012)

作者简介: 王梅(1976-), 女, 山东泰安人, 博士, 讲师, 主要从事岩土工程理论与数值计算的研究与教学工作。

法;通过与试验结果对比,验证本文方法的合理性;最后对影响因素进行分析,总结出变化规律。

## 1 沿切线和割线划分单元的对比

文献[7-8]分别沿圆弧形拱的切线方向和割线方向划分微分单元建立了主动土压力强度的计算方法。针对两种单元划分方式对主动土压力分布的影响,本文对两种不同的微分单元划分方式进行分析,比较极限主动土压力分布及合力作用点位置的变化规律。计算选取的参数为:挡土墙高度  $H = 4.0 \text{ m}$ ,填土为无黏性土、土体容重  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ ,内摩擦角  $\varphi = 37^\circ$ ,土与墙间摩擦角  $\delta = 28^\circ$ ,两种单元划分形式对应的无量纲化主动土压力分布如图1所示,主动土压力合力作用点高度对比见图2。

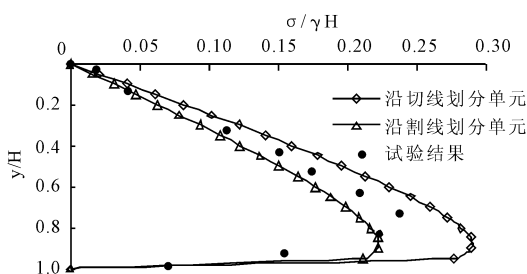


图1 主动土压力分布的对比

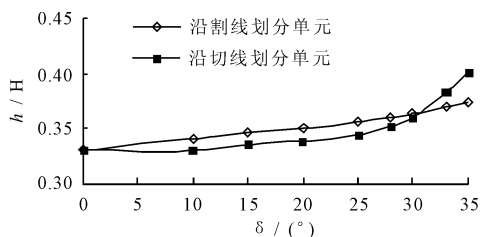


图2 合力作用点高度对比

从图1、图2中可以看出,沿割线方向划分微分单元方法得出的主动土压力强度要小于沿切线划分微分单元方法。随着墙土摩擦角的增大,这两种方法得出的合力作用点高度稍有升高;沿割线划分单元的方法计算的合力作用点高度上升比较平缓,最高在  $0.38H$  处,而沿切线划分单元的方法计算的合力作用点高度最高点在  $0.41H$  处。

## 2 单元划分方式与土压力的最优关系

从上节可以看出,不同单元划分方式对挡墙后土体的主动土压力分布有一定影响。文献[3]描述了土拱效应原理及其研究进展,文献[7-8]提出了直线型拱来划分单元的方法,可以看出沿割线和切线划分单元得出的主动土压力强度曲线基本上分别

位于实测结果的两侧,这两种划分方式得出的结果分别为最大和最小主动土压力强度值。

由此可见,在这两种方式之间必然存在一种最优的单元划分方式,使得与主动土压力的实测结果最接近。

### 2.1 二分法求解思路

二分法是一种数值近似求根方法,通过计算区间中点的数值进行判别,从而不断缩小计算区间逼近真实值的一种方法<sup>[11]</sup>。本文通过这种方法,使不同划分单元方式得出的主动土压力分布曲线逼近于实测结果,从而得出最优的单元划分方式。

### 2.2 最优划分方式的求解

本文关于挡土墙及墙后土体的基本假定与文献[7]相同,假定圆弧形拱的切线方向与竖向挡土墙间的夹角为  $\theta$ ,圆弧形拱的割线方向与竖向挡土墙间的夹角为  $\theta_1$ (图3),挡土墙高度  $H$ ,滑裂面倾角  $\alpha$ ,则采用二分法进行求解的计算区间为  $[\theta, \theta_1]$ ,第一个计算点为

$$\theta_2 = \frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} - \arctan\left(\frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta}\right) \quad (1)$$

采用文献[7]中的主动土压力计算公式

$$\sigma_w = \gamma D \left[ H \left(1 - \frac{y}{H}\right)^{-A} + (y - H) \right] \quad (2)$$

$$A = 1 -$$

$$\frac{\cos\beta \sin(\alpha + \beta) [\tan\delta(\tan\alpha - \tan\varphi) + (\tan\alpha \tan\varphi + 1)]}{\tan^2(\pi/4 + \varphi/2) (\tan\beta \tan\delta - 1) (\tan\varphi \cos\alpha - \sin\alpha)} + \frac{\sin\beta \cos(\alpha + \beta) [\tan\delta(\tan\alpha - \tan\varphi) + (\tan\alpha \tan\varphi + 1)]}{(\tan\beta \tan\delta - 1) (\tan\varphi \cos\alpha - \sin\alpha)}$$

$$D = \frac{1}{\sin(\alpha + \beta) (1 + A) (1 - \tan\beta \tan\delta)} \cdot 2 \sin\beta \cos\alpha +$$

$$\left[ \sin\beta \cos(\alpha + \beta) - \frac{\cos\beta \sin(\alpha + \beta)}{\tan^2(\pi/4 + \varphi/2)} \right] \cdot$$

$$\frac{(\sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \cos\beta \tan\varphi)}{\tan\varphi \cos\alpha - \sin\alpha}$$

其余参数代表含义见文献[7]。

可以看出,本文采用的土压力计算公式在形式上与文献[7]相同,但其中的参数  $\beta$  发生了变化,变为  $\beta = \frac{\pi}{2} - \theta_i, i = 2, 3, \dots$ 。

将  $\theta_2$  代入公式(2)中,并取  $i = 2$  时,得出的计算结果与实测主动土压力分布曲线进行对比,如果计算值大于实测土压力结果,则取:

$$\theta_3 = \frac{\theta}{4} + \frac{3}{8}\pi - \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta}\right) \quad (3)$$

如果计算值小于实测土压力结果,则取:

$$\theta_3 = \frac{3}{4}\theta + \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}\arctan\left(\frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta}\right) \quad (4)$$

将式(3)、(4)代入式(2)中并取  $i = 3, 4, \dots$ , 把式(3)、(4)代入  $\beta = \frac{\pi}{2} - \theta_i$  后, 再将得到的  $\beta$  代入式(2)中便可得主动土压力强度。

依次类推, 当  $\theta_i$  得出的主动土压力计算值逼近于给定值时计算结束, 从而确定出进行主动土压力计算最合理夹角  $\theta_i$  的数值, 作为划分薄层单元的依据。该过程可以通过数学软件 Matlab 来实现, 下面将通过具体的实例来验证。

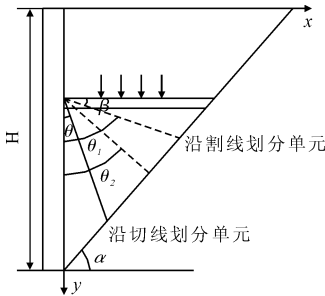


图3 不同单元划分方式示意图

### 3 计算结果分析

本节通过与已有实例结果及其他方法的对比, 来验证本文方法的有效性和合理性。首先是与文献<sup>[7-8]</sup>提出的沿圆弧形拱的切线、割线划分单元的方法进行对比; 其次, 通过查嘎列尔<sup>[12]</sup>的试验结果来验证本文方法能否适用于不同高度挡土墙, 并总结出变化规律。

#### 3.1 与切、割线方法的对比

计算参数取值为: 挡土墙高度  $H = 4.0 \text{ m}$ , 填土为无黏性土、土体容重  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ , 内摩擦角  $\varphi = 37^\circ$ , 土与墙间摩擦角  $\delta = 28^\circ$ 。从图中可以看出, 采用本文方法计算的主动土压力强度要小于沿切线划分微分单元方法, 大于沿割线方向划分微分单元方法得出的主动土压力强度, 并最接近于试验结果。随着墙土摩擦角的增大, 这3种方法得出的合力作用点高度稍有升高; 沿割线划分单元的方法计算的

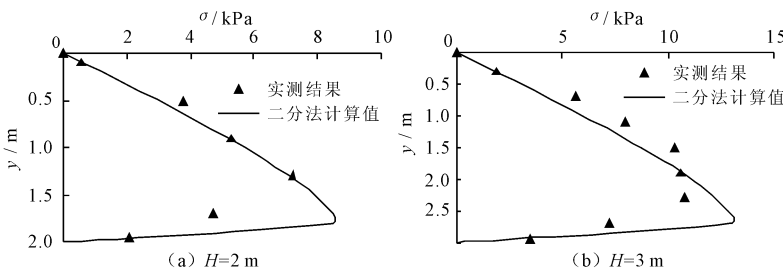


图6 不同高度挡土墙的主动土压力分布

合力作用点高度最高在  $0.38 H$  处, 沿切线划分单元的方法计算的合力作用点高度最高点在  $0.41 H$  处, 而采用二分法划分单元得出的合力作用点高度介于  $0.38 H \sim 0.41 H$  之间。

#### 3.2 与试验结果对比

Tsagareli<sup>[12]</sup>在格鲁吉亚列宁工学院进行的挡土墙试验结果。试验挡墙墙背竖直, 填土为海砂, 天然容重  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ , 内摩擦角  $\varphi = 37^\circ$ , 土与墙间摩擦角  $\delta = 28^\circ$ , 挡墙高度分别为2、3 m。采用本文方法得出的主动土压力分布如图6所示。

从图6中可以看出, 本文方法计算的主动土压力强度与试验结果很接近, 可见本文方法适用于不同高度的刚性挡墙主动土压力计算。

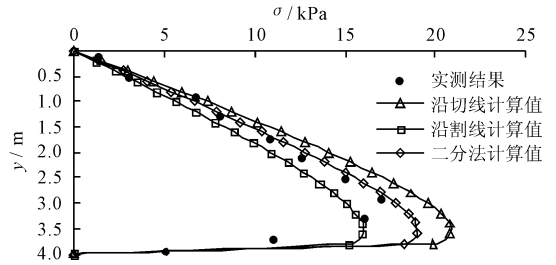


图4 主动土压力分布对比

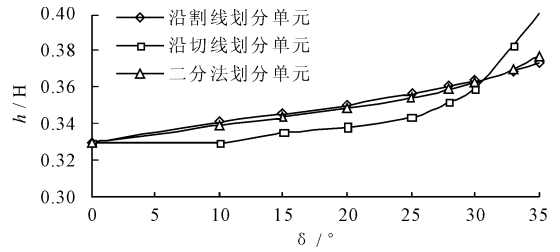


图5 合力作用点高度对比

#### 3.3 不同高度挡土墙的影响

对于内摩擦角、墙土摩擦角以及土体重度等对主动土压力强度的影响分析, 文献<sup>[1-2, 7-8, 10]</sup>已进行详细分析, 本文不再赘述, 本文仅分析不同挡土墙高度的影响。因此保持土体的内摩擦角 ( $\varphi = 37^\circ$ )、墙土摩擦角 ( $\delta = 28^\circ$ )、土体重度 ( $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ ) 等参数不变, 分别取挡土墙高度  $H$  为: 2、3、4 m, 研究不同挡墙高度对主动土压力强度(无量纲化)的影响规律(图7)。

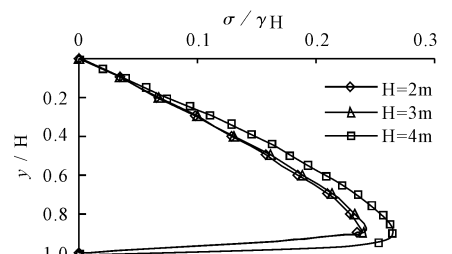


图7 挡土墙高度对主动土压力分布的影响

从图 7 中可以看出,随着挡土墙高度的增大,无量纲化的挡土墙主动土压力强度也逐渐变大;这与 Paik 等<sup>[1]</sup>的变化趋势是一致的。以上两个实例表明,本文方法能适应于不同高度的刚性挡土墙主动土压力计算,且具有较好的一致性。

## 4 结 语

本文考虑土拱效应对平动挡土墙主动土压力强度的影响,通过对不同微分单元划分方式的对比分析,提出采用二分法原理来求解最优划分单元方式,从而建立主动土压力强度的计算方法。

(1)通过对不同划分单元方式的对比得出:沿割线方向划分微分单元方法得出的主动土压力强度要小于沿切线划分微分单元方法。

(2)与沿切线和割线划分微分单元相比,采用二分法求出的最优单元划分方式得出的主动土压力分布最接近于实测结果。

### 参考文献:

- [1] Paik K H, Salgado R. Estimation of active earth pressure against rigid retaining walls considering arching effect [J]. *Geotechnique*, 2003, 53(7): 643 - 653.
- [2] Goel S, Patra N R. Effect of arching on active earth pressure for rigid retaining walls considering translation mode [J]. *International Journal of Geomechanics*, 2008, 8(2): 123 - 133.

- [3] 蒋波,应宏伟,谢康和. 挡土墙后土体拱效应分析[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2005, 39(1):131 - 136.
- [4] 应宏伟,蒋波,谢康和. 平行竖墙间的土拱效应与侧土压力计算[J]. *水利学报*, 2006, 37(11): 1303 - 1308.
- [5] 吴明,彭建兵,徐平,等. 考虑土拱效应的挡墙后土压力研究[J]. *工程力学*, 2011, 28(11):89 - 95.
- [6] 章瑞文,徐日庆,郭印. 考虑土层剪力作用的挡土墙主动土压力分布研究[C]//. 中国水利学会,第一届中国水利水电岩土力学与工程学术讨论会论文集(下册),昆明,2006: 847 - 850.
- [7] 王梅,李镜培. 考虑土拱效应的刚性挡墙主动土压力计算方法[J]. *岩土工程学报*, 2013, 35(5):865 - 870.
- [8] Li Jingpei, Wang Mei. Simplified method for calculating active earth pressure on rigid retaining walls considering the arching effect under translation mode [J]. *International Journal of Geomechanics*, 2014, 14(2):282 - 290.
- [9] 卢坤林,朱大勇,杨扬. 考虑土拱效应的非极限主动土压力计算方法[J]. *中国公路学报*, 2010, 23(1):19 - 25.
- [10] 俞缙,周亦涛,蔡燕燕,等. 基于土拱效应的刚性挡墙墙后主动土压力[J]. *岩土工程学报*, 2013, 35(12): 2306 - 2310.
- [11] 李庆扬. 数值分析[M]. 第 5 版. 北京:清华大学出版社,2008.
- [12] Tsagareli Z V. Experimental investigation of the pressure of a loose medium on retaining walls with a vertical back face and horizontal backfill surface [J]. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 1965, 2(4):197 - 200.

(上接第 215 页)

- [3] Li Jing, Chen Jianyun. Seismic response analysis of arch dam with joints based on rate-dependant plastic damage model [C] // . *International Conference on Engineering Computation*, Hong Kong, 2009.
- [4] Adhikari S. Reliability analysis using parabolic failure surface approximation[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2004, 130(12):1407 - 1427.
- [5] Chen Xiutong, Li Lu. 3 - D Nonlinear finite element dynamic analysis on Guandi RCC gravity dam [C] // . *New Progress on Roller Compacted Concrete Dams—Proceedings of the Fifth International Symposium on Roller Compacted Concrete (RCC) Dams*, Guiyang: China Water Power Press, 2007.
- [6] 武清玺,卓家寿. 结构可靠度分析的变 f 序列响应面法及其应用[J]. *河海大学学报(自然科学版)*, 2001, 29(2):75 - 78.
- [7] 武清玺,俞晓正. 混凝土面板堆石坝可靠度计算方法研究[J]. *岩石工程学报*, 2004, 26(4): 468 - 472.

- [8] 陈建康,朱殿芳,赵文谦,等. 基于响应面法的地下洞室结构可靠度分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2005, 24(2):351 - 356.
- [9] 武清玺. 结构可靠性分析及随机有限元法[M]. 北京:机械工业出版社,2005.
- [10] 杨玉田,武运磊,宫扬威. 基于有限单元法拱坝结构可靠度分析[J]. *电子测试*, 2014(5):159 - 160 + 158.
- [11] 王新敏. ANSYS 工程结构数值分析[M]. 北京:人民交通出版社,2007.
- [12] 何本国. ANSYS 土木工程应用实例[M]. 北京:中国水利水电出版社,2011.
- [13] 张洪才,何波. 有限元分析 ANSYS13.0 从入门到实践 [M]. 北京:机械工业出版社,2011.
- [14] 朱一飞,郝哲,杨增涛. ANSYS 在大坝数值模拟中的应用[J]. *岩土力学*, 2006, 27(06):965 - 968 + 972.
- [15] 丁泽霖,王婧,黄德才. 基于 ANSYS 的拱坝坝肩及坝基整体稳定分析[J]. *华北水利水电学院学报*, 2012, 33(3):4 - 8.