

# 基于自回归模型的分布式水文模型预报校正

焦伟杰<sup>1</sup>, 龙海峰<sup>2</sup>

(1. 武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 湖北省电力勘测设计院, 湖北 武汉 430040)

**摘要:**以清江水布垭上游流域为研究对象,利用1 km × 1 km精度的数字高程模型(DEM)提取流域特征信息,采用基于DEM的分布式水文模型(DDRM)对清江流域进行降雨-径流模拟。由于分布式水文模型所需资料在目前的技术水平下难以完全满足或者建模理论不完善等原因,其在水文预报中的应用效果还不太理想。因此,本文建立了自回归模型尝试对DDRM模型的模拟结果进行降雨-径流的实时校正。利用Nash-Sutcliffe效率系数、径流深相对误差等方面对校正前后的模拟结果进行比较分析,结果表明:在DDRM模型的基础上采用自回归模型对误差进行校正提高了预报精度,能在一定程度上弥补分布式水文模型在实际应用中由于资料不足等原因而带来的精度下降的问题。

**关键词:** 降雨-径流; 分布式水文模型; 自回归模型; 实时校正; 清江

中图分类号: P334.92

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2015)02-0103-06

## Forecast and correction of distributed hydrological model based on auto-regression model

JIAO Weijie<sup>1</sup>, LONG Haifeng<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

2. Hubei Electric Power Survey & Design Institute, Wuhan 430040, China)

**Abstract:** Taking Qingjiang River Shuibuya upstream basin as research object, the paper extracted terrain characteristics information by use of DEM data, and used DEM based distributed hydrological model to simulate the rainfall-runoff processes in this basin. The application effect of distributed hydrological model is not ideal in hydrological forecast for the lack of data and the imperfect theory. So the paper set up self regression model to correct the simulation result of rainfall and runoff, and compared with that of uncorrected result in terms of Nash-Sutcliffe coefficient of efficiency and the relative errors of total runoff amount. The conclusion showed that autoregression model can correct error of flood forecast result of DDRM effectively, and compensate make up the degradation of forecast accuracy of distributed hydrological model for the lack of data to a certain extent.

**Key words:** rainfall-runoff; distributed hydrological model; autoregression model; real-time correction; the Qingjiang River

近年来,随着计算机、地理信息(GIS)和遥感(RS)技术的快速发展与普及,分布式水文模型在降雨-径流的研究中获得了更加广泛的应用。相对于集总式模型而言,分布式水文模型具有更加明确的物理意义,能够考虑下垫面的复杂性和降水的时空分布不均匀对流域降雨-径流过程的影响,可以充分反映流域水文过程的空间异质性。本文采用了熊立华等<sup>[1]</sup>在2004年提出的基于DEM的分布式水文

模型(DDRM)进行降雨-径流模拟,该模型既能模拟流域出口的径流过程,也能模拟流域土壤含水量和径流量的空间分布,为流域缺资料地区的水文预报提供了一种方法<sup>[2]</sup>。然而由于分布式水文模型所需资料难以完全满足以及建模理论的不完善等原因,其模拟结果并没有达到理想的效果,特别在实际的预报应用中,这类模型的效果通常比集总式水文模型还略差一些<sup>[3-4]</sup>。本文对于这一问题,针对分

布式水文模型 DDRM 建立误差校正模型进行改正预报,以提高预报的精度,从而弥补了分布式水文模型在实际应用中因缺少资料等原因带来的精度下降问题。

对于水文预报中预报误差,通常需要对误差进行实时校正,国内对于集总式水文模型的实时校正方法已做过很多研究<sup>[5-6]</sup>,目前,常用的校正方法有误差自回归法、递推最小二乘法、卡尔曼滤波法等,本文采用了较为简单的自回归模型(AR)。AR 模型属于随机性模型,是描述时间序列相依特性的数学模型。相对于卡尔曼滤波等复杂的校正方法,AR 模型的结构简单,应用方便,具有广泛的适应性。卡尔曼滤波法在工业自动化控制、国防尖端科学中的应用效果很好,是因为前者可利用的信息量大,采用结构复杂的校正方法,利用的信息量增加了,修正效果也会提高,而在水文预报中由于能利用的实时信息量有限,复杂的校正模型虽然设计结构精细,却不能增加可利用的实时信息量,在实际的应用研究中发现,这类复杂方法的校正效果往往只与自回归方法相近<sup>[5]</sup>。

## 1 DDRM 模型的原理

本文首先选取 DDRM 对研究区域进行降雨-径流模拟,模型的主要结构可分为基于数字高程模型 DEM 的栅格产汇流计算模块和根据河道分级演算的河网汇流模块<sup>[7]</sup>。模型以 DEM 网格节点为中心,将流域离散成一系列的栅格单元,每个栅格单元被看作是一个具有物理意义的单元流域,每个栅格上假设包含 3 种不同的蓄水单元:河道、地下土壤和地表,如图 1 所示。采用上下游断面处的流量来描述栅格单元上每段河道的水文属性,记为  $Q_{in}$  和  $Q_{out}$ ,上游入流量  $Q_{in}$  等于比当前栅格高程更高的各相邻栅格河道的出流量  $Q_{out}$  之和。与河道相类似,栅格地下土壤中的地下水入流  $QS_{in}$  为高程高于该栅格的各相邻栅格地下水出流量  $QS_{out}$  之和,栅格单元之间通过上述的栅格河道径流和地下土壤径流发生水文联系。

对于某一栅格单元  $i$ ,降雨  $P$  落在地表后会直接进入地下土壤,并补充土壤含水量。在忽略河道水流的影响时,对于栅格的地下土壤,水量来源有降雨  $P$  和地下水入流  $QS_{in}$ ,水量输出包括蒸散发  $ET$  和地下水出流  $QS_{out}$ <sup>[8-9]</sup>。土壤蒸散发  $ET$  的计算采用简化的傅抱璞公式<sup>[10]</sup>,地下水出流的速率与土壤含水量和地下水水力坡度有关。这里采用地表坡度来近似代表

水力学坡度,地下水出流  $QS_{out}$  近似公式为:

$$QS_{out,i} = \frac{\max\{(S_i - ST_i), 0\}}{T_s} [\tan(\bar{\beta})]^b \quad (1)$$

式中:  $i$  为栅格的空间位置;  $S_i$  为土壤含水量;  $ST_i$  为地下水出流门限值,一般取地下蓄水能力的 20%;  $T_s$  为一时间常数,反映了地下水水流特征;  $\bar{\beta}$  为栅格平均向下坡度;  $b$  为一经验参数,反映坡度对地下水流的影响。

根据土壤水量平衡,可以得到某时刻栅格的土壤含水量  $S_i$ 。栅格的土壤蓄水能力是 DDRM 模型中反映流域土壤特征的一个重要参数,记为  $S_{mc}$ ,模型假定各点的土壤蓄水能力  $S_{mc}$  与对应的湿度指数  $\ln(\alpha/\tan\beta)$ <sup>[9]</sup> 有关,其关系式为:

$$S_{mc,i} = S_0 + \left[ \frac{\ln(\alpha/\tan\beta)_i - \min_j \{\ln(\alpha/\tan\beta)_j\}}{\max_j \{\ln(\alpha/\tan\beta)_j\} - \min_j \{\ln(\alpha/\tan\beta)_j\}} \right]^n SM \quad (2)$$

式中:  $S_0$  为全流域最小蓄水能力,可取一常数;  $SM$  为全流域蓄水能力变化幅度;  $n$  为经验指数,需优选。

当土壤含水量  $S_i$  超过该栅格单元的蓄水能力  $S_{mc}$  时,多余的水量就会冒出地表形成浅层地表水  $S_p$ ,并使浅层地表水的蓄水量增加,然后在重力作用下形成坡面流  $Q_p$ ,从两侧汇入栅格河道。坡面流的计算采用线性水库<sup>[1]</sup>方法,表达形式为:

$$Q_{p,i} = S_{p,i}/T_p \quad (3)$$

式中:  $T_p$  为线性水库计算中的时间常数,反映了地表水水流特性。

各栅格每段河道的流量演算采用马斯京根法<sup>[11]</sup>。当流域面积较大,应用模型时一般将流域划分为若干子流域,在每个子流域上分别进行上述的栅格产汇流计算得到各子流域的出口流量,然后也采用马斯京根法进行子流域间的河网汇流演算<sup>[12-13]</sup>。

## 2 基于自回归模型的误差校正

### 2.1 校正原理

实时洪水预报误差校正主要是针对预报模型的误差因素,利用实时系统获得的观测信息等对误差进行实时校正,以弥补流域水文模型的不足,通过建立校正模型进行误差修正是一种常用的手段。自回归模型由于形式简洁,不涉及预报模型本身的结构,仅从误差序列进行校正,适应性比较广泛<sup>[14]</sup>。由于在水文预报中所能利用的实时信息量有限,很多校正模型虽然结构精细复杂,但在实际中却并不能有

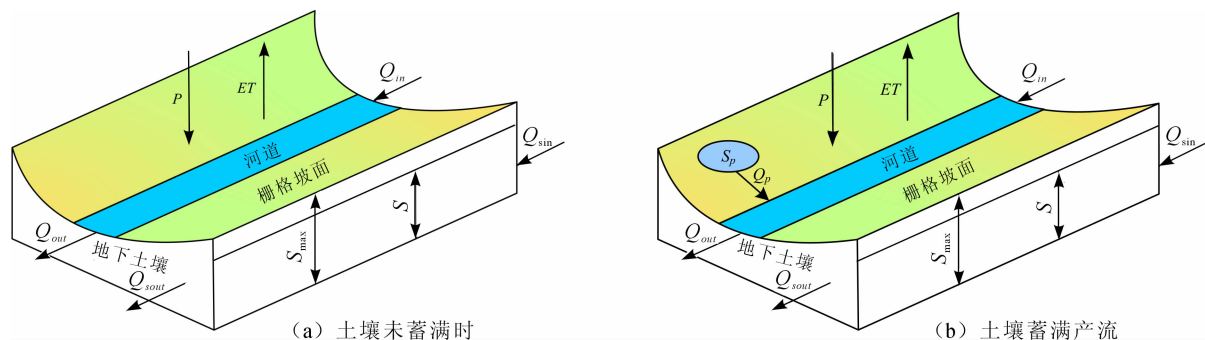


图 1 栅格产汇流过程示意图

效地增加可利用的实时信息量,而在一些研究中发现,类似于卡尔曼滤波等的修正方法其效果往往与 AR 方法接近<sup>[5]</sup>。该方法是通过将输出的流量残差系列进行自回归分析,用前推的若干时刻的残差值作为实时校正系统的输入,从而推求当前时刻的输出误差,以达到实时校正的目的<sup>[15]</sup>。模型的基本形式为:

$$x_t = \mu + \sum_{i=1}^p (x_{t-i} - \mu)\phi_i + \varepsilon_t \quad (4)$$

式中:  $t$  为时间变量;  $p$  为自回归模型的阶数;  $x_t$  为平稳随机水文序列;  $\mu$  为  $x_t$  的均值;  $x_{t-p}$  为前 1, 2, 3, ...,  $p$  个时间间隔的水文序列值;  $\phi_p$  为自回归系数; 通常假设干扰  $\varepsilon_t$  为白噪声序列,且与  $x_{t-p}$  相独立,服从均值等于 0, 方差为  $\sigma^2$  的正态分布。式中的系数可通过实测资料估计或率定。

### 2.2 自回归序列的随机模拟

自回归模型在应用时需要确定合适的阶数,通常可根据 AIC 准则来确定,而在实际应用的研究中发现,模型一般采用二阶或者三阶即可满足要求<sup>[16-17]</sup>。因此这里选用二阶自回归模型,方程一般形式为:

$$x_t = \mu + \phi_1(x_{t-1} - \mu) + \phi_2(x_{t-2} - \mu) + \varepsilon_t \quad (5)$$

式中: 自回归系数  $\phi_1$  和  $\phi_2$ , 水文序列的均值  $\mu$  和方差  $\sigma^2$  以及随机变量  $\varepsilon_t$  的方差  $\sigma_\varepsilon^2$ 。均值  $\mu$  和方差  $\sigma^2$  通过样本序列,采用常用的矩法估计;自回归系数通过自相关系数来推求。

利用最小二乘法可建立如下的 Yule - Walker 方程组<sup>[18]</sup>来推求自回归系数:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_1 + \phi_2\rho_1 \\ \rho_2 &= \phi_1\rho_1 + \phi_2 \end{aligned} \quad (6)$$

式中:  $\rho_1$  和  $\rho_2$  分别为 1 阶和 2 阶自相关函数,这里近似用样本的自相关系数  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$  代替,可求得两个自回归系数  $\phi_1$  和  $\phi_2$  的估计式为:

$$\hat{\phi}_1 = \frac{\gamma_1(1 - \gamma_2)}{1 - \gamma_1^2} \quad (7)$$

$$\hat{\phi}_2 = \frac{\gamma_2 - \gamma_1^2}{1 - \gamma_1^2}$$

根据上式所得的自回归系数估计值  $\hat{\phi}_1$  和  $\hat{\phi}_2$ , 可以得到  $\sigma_\varepsilon^2$  的估计形式为:

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = (1 - \hat{\phi}_1\gamma_1 - \hat{\phi}_2\gamma_2)s^2 \quad (8)$$

式中:  $s^2$  即为水文序列方差  $\sigma^2$  的估计值,样本自相关系数  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$  的推求形式如下:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (X_t - \bar{X})(X_{t+1} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2} \\ \gamma_2 &= \frac{\sum_{t=1}^{n-2} (X_t - \bar{X})(X_{t+2} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2} \end{aligned} \quad (9)$$

式中:  $X_t$  为各样本序列值;  $\bar{X}$  为样本序列均值。

在实际应用中,还应当计算样本序列的偏态系数  $C_{S_x}$ ,以判断  $X_t$  是否服从正态分布,当  $X_t$  服从偏态分布时,需要先对  $X_t$  进行相应的变换再进行序列的推求<sup>[18]</sup>。偏态系数  $C_{S_x}$  的计算公式如下:

$$C_{S_x} = \frac{1}{n-3} \frac{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^3}{s^3} \quad (10)$$

式中:  $X_t$  和  $\bar{X}$  分别样本值和样本均值;  $s$  为水文序列均方差  $\sigma$  的估计值。当  $C_{S_x}$  与 0 无显著差异时,认为  $X_t$  服从正态分布,且当  $X_t$  服从正态分布时,  $\varepsilon_t$  也会服从相同的分布。否则,认为  $X_t$  服从偏态分布。

对一个平稳随机序列的样本序列建立了一个合适的 AR 模型后,就可以利用该模型进行向前模拟,即首先令  $t = p$  并假定初始值  $X_0 = X_1 = \dots = X_{p-1} = \bar{X}$ ;然后模拟标准正态分布的纯随机序列  $\xi_t$ ;将上

述值代入(5)式的自回归方程中求出 $X_t$ ,并继续向前递推模拟至所需的长度。

### 3 应用实例

选取清江上游水布垭电站坝址以上区域作为研究对象。清江流域面积为 $16\,700\text{ km}^2$ ,流域范围大致为东经 $108^\circ35' \sim 111^\circ35'$ ,北纬 $29^\circ33' \sim 30^\circ50'$ 。流域气候为中亚热带季风气候,具有湿润多雨、气温年均差小、秋雨显著等特点。流域多暴雨,易遭洪水灾害。多年平均年降雨量为 $1\,000 \sim 2\,000\text{ mm}$ ,面平均雨深为 $1\,460\text{ mm}$ ,是长江流域多雨区之一<sup>[2]</sup>。

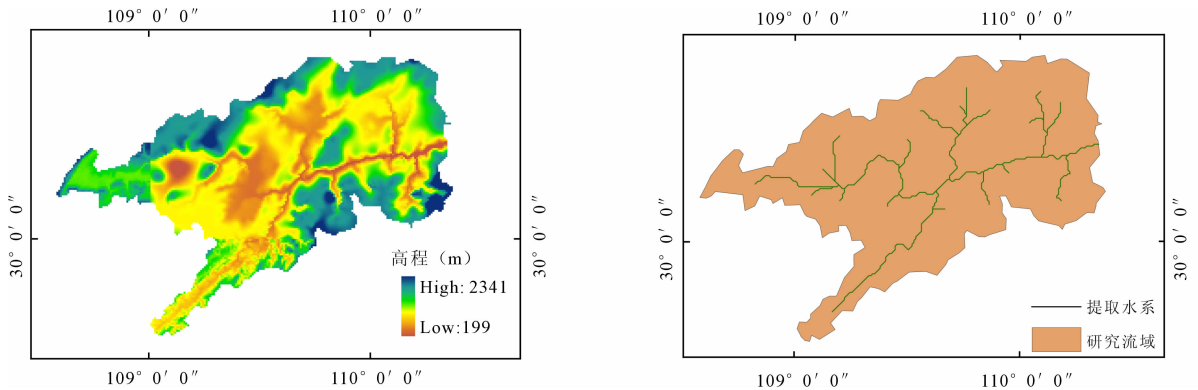


图2 清江流域上游水布垭区域 DEM 及流域河网

### 3.2 洪水选取及 DDRM 参数率定

选取场次洪水对模型进行参数率定和验证,资料的选取应避免电站建设对径流过程的影响。水布垭电站于2002年开始建设<sup>[2]</sup>,根据获取的资料,选取19930806、19930823、19960501、19960615四场场次洪水过程,采用SCE-UA<sup>[21]</sup>算法,以Nash-Sutcliffe效率系数为指标率定模型参数。由于构建分布式模型时没有划分子流域,不需要河网汇流,故这里只需优选栅格河道汇流参数。优选结果见表1。

表1 分布式模型参数率定结果

模型参数	率定结果	参数说明
$SM/\text{mm}$	400	全流域蓄水能力变化幅度
$T_s/\text{h}$	48.9	反映地下水水流特性的时间常数
$T_p/\text{h}$	25.9	反映浅层地表水水流特性的时间常数
$b$	0.4	反映坡度对地下水出流影响的系数
$n$	0.75	反映地形指数对蓄水能力影响的指数
$c_0$	0.981	栅格河道的马斯京根汇流系数
$c_1$	0.02	栅格河道的马斯京根汇流系数

根据优选出的参数,选择19900617、19910627和19950809三场洪水进行模型的验证。DDRM的径流深和Nash-Sutcliffe效率系数的模拟结果见表2。

### 3.1 数据的前期处理

作为DDRM模型的输入数据,根据清江流域的经纬度范围,从美国联邦地质调查局(USGS)下载相应范围的分辨率为 $1\text{ km} \times 1\text{ km}$ 的DEM数据,利用DEM提取流域特征信息,包括:填充洼地、生成水流方向、计算集水面积、计算地形指数、提取河网水系、确定流域边界等<sup>[9,19]</sup>。选取清江流域18个雨量站的降雨资料,采用反距离加权法<sup>[20]</sup>将降雨数据插值到流域空间栅格上。图2为研究区域的DEM及流域河网图。

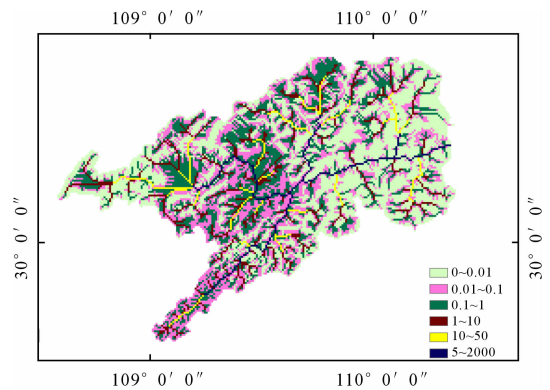


图3 1991年7月17日20时径流量分布

表2 DDRM 径流深、Nash-Sutcliffe 效率系数模拟结果

	洪号	实测径	模拟径	径流深相	确定性
		流深/mm	流深/mm	对误差/%	
率 定 期	19930806	106.1	118.0	11.23	0.64
	19930823	264.9	243.0	-8.29	0.83
	19960501	97.9	96.6	-1.32	0.70
	19960615	585.77	687.85	17.43	0.86
验 证 期	19900617	145.8	142.4	-2.33	0.76
	19910627	224.0	221.2	-1.26	0.86
	19950809	79.8	72.4	-9.24	0.64
平均值		214.9	225.9	0.89	0.76

### 3.3 径流空间分布的模拟

DDRM 能够模拟流域各个时刻径流量的空间分布,可为流域的水情预报等工作提供一定的参考。选取时刻为 19910627 场次洪水中 1991 年 7 月 17 日 20 时,这一时刻处于洪水的退水期,前期平均降雨量为 85.6 mm,计算该时刻全流域径流量空间分布,如图 3 所示。

### 3.4 基于自回归模型的误差校正

根据参与率定 DDRM 模型所使用的四场洪水过程,获得模拟洪水过程与实测过程系列,由此建立误差序列的二阶自回归模型:

$$x_t = -38.22 + 0.944(x_{t-1} + 38.22) - 0.237(x_{t-2} + 38.22) + 217.16\xi_t \quad (11)$$

式中:  $\xi_t$  为标准正态分布纯随机序列。

用建立的二阶 AR 模型对检验期的 19900617、19910627 和 19950809 三场洪水进行误差校正,得到校正后的流量过程。

校正前后径流深和 Nash - Sutcliffe 效率系数的结果对比见表 3,洪峰模拟结果见表 4。由表 3 和表 4 可以发现,校正后的洪水模拟精度分别有不同程度的提高,这里呈现 19900617 和 19910627 两场洪水校正前后的模拟过程,见图 4、5。

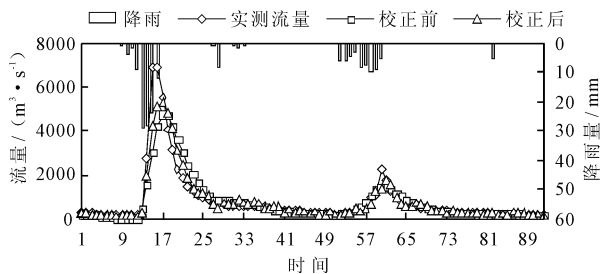


图 4 19900617 场次洪水模拟过程

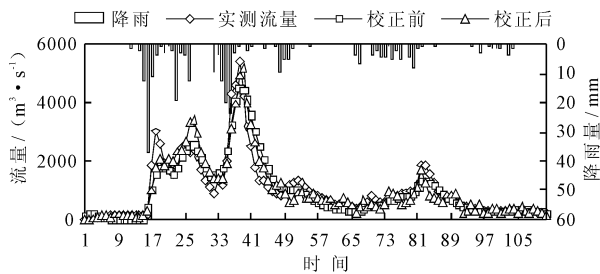


图 5 19910627 场次洪水过程

表 3 校正前后径流深、Nash - Sutcliffe 效率系数模拟结果

洪号	实测径流深/ mm	模拟径流深/mm		径流深相对误差/%		确定性系数	
		校正前	校正后	校正前	校正后	校正前	校正后
19900617	145.8	142.4	139.4	-2.33	-4.35	0.76	0.89
19910627	224.0	221.2	227.2	-1.26	1.46	0.86	0.86
19950809	79.8	72.4	92.8	-9.24	16.32	0.64	0.71
平均值	149.9	145.3	153.1	-4.28	4.48	0.75	0.82

表 4 洪峰模拟结果

洪号	实测洪峰/ (m³·s⁻¹)	模拟洪峰/(m³·s⁻¹)		洪峰相对误差/%		峰现时段误差	
		校正前	校正后	校正前	校正后	校正前	校正后
19900617	6895	4765	5294	-30.90	-23.22	1	1
19910627	5445	4495	5212	-17.45	-4.28	0	1
19950809	2691	1970	2060	-26.80	-23.45	0	0
平均值	5010	3743	4189	-25.05	-16.98		

### 3.5 结果的比较分析

采用 DDRM 对场次洪水的模拟结果如表 2 所示,发现其 Nash - Sutcliffe 系数大于 0.8 的有 3 场,0.7~0.8 之间的有 2 场,0.6~0.7 之间的有 1 场,0.5~0.6 之间的有 1 场。建立自回归模型,对 DDRM 模拟的验证期的 3 场洪水进行校正,对比修正前后的 3 场洪水过程。由表 3 和表 4 可以看出,校正后 3 场洪水的 Nash - Sutcliffe 系数均有不同程度的提高,但有两场洪水的径流深相对误差比较

正前略差;校正后的洪峰流量相对误差均比校正前小;峰现时段误差本来就比较小,且校正前后变化不大。综合分析可得,在 DDRM 的基础上建立自回归模型实现预报校正,能够在一定程度上提高预报精度,弥补了分布式水文模型因实际中所需大量资料难以满足而带来的精度下降问题。

## 4 结 语

本文通过对研究区域清江流域的 DEM 进行处

理,包括填充洼地、计算地形指数、提取河网水系等,由此构建基于 DEM 的分布式水文模型进行降雨-径流模拟,然后建立了自回归模型进行预报校正,校正后的精度有了进一步的改善。将分布式水文模型与实时校正技术相结合,既在一定程度上弥补了分布式水文模型因实际中所需大量资料难以满足而带来的精度下降问题,又具有集总式模型所不具备的能够模拟径流空间分布的特点。存在的问题:由于使用自回归模型需要序列满足较好的相依性,而水文预报中引起误差的因素非常复杂,特别是在洪峰附近,流量有突变,误差并不满足相依性<sup>[5]</sup>,故精度提高的幅度还有待改善。此外,使用自回归模型作误差校正,因生成随机序列存在不确定性,可能导致某次的校正精度反而下降的情况。此外,基于误差的自回归方法是对预报模型松散的耦合,还可以考虑对分布式水文模型的参数进行修正,以达到修正模型与预报模型更加紧密的耦合。

#### 参考文献:

- [1] 熊立华,郭生练,田向荣. 基于 DEM 的分布式流域水文模型及应用[J]. 水科学进展, 2004, 15(4): 517 - 520.
- [2] 龙海峰,熊立华,万民. 基于 DEM 的分布式水文模型在清江流域的研究应用[J]. 长江流域资源与环境, 2012, 21(1): 71 - 78.
- [3] 张金存,芮孝芳. 分布式水文模型构建理论与方法述评[J]. 水科学进展, 2007, 18(2): 286 - 292.
- [4] 王中根,刘昌明,吴险峰. 基于 DEM 的分布式水文模型研究综述[J]. 自然资源学报, 2003, 18(2): 168 - 173.
- [5] 瞿思敏,包为民. 实时洪水预报综合修正方法初探[J]. 水科学进展, 2003, 14(2): 167 - 171.
- [6] 郭磊,赵英林. 基于误差自回归的洪水实时预报校正算法的研究[J]. 水电能源科学, 2002, 20(3): 25 - 27.
- [7] 万民,熊立华,董磊华. 飞来峡流域基于栅格 DEM 的分布式水文模拟[J]. 武汉大学学报(工学版), 2010, 43(5): 549 - 553.
- [8] 熊立华,郭生练. 分布式流域水文模型[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2004.
- [9] 万民. 基于 DEM 的分布式水文模型研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2012.
- [10] 傅抱璞. 土壤蒸发的计算[J]. 气象学报, 1981, 39(2): 226 - 236.
- [11] 包为民. 水文预报[M]. 第4版. 北京: 中国水利水电出版社, 2009.
- [12] 熊立华,郭生练,陈华,等. 水文网络模型在分布式流域水文模拟中的应用[J]. 水文, 2007, 27(2): 26 - 29.
- [13] 熊立华,万民. 基于数字高程模型的河道分级与节点编码[J]. 长江科学院院报. 2007, 24(1): 23 - 26.
- [14] 段唯鑫. 大流域洪水预报实时校正研究[D]. 南京: 河海大学, 2006.
- [15] 钟炜. 流域水文模型参数优选及模拟结果实时校正问题的研究[D]. 天津: 天津大学, 2005.
- [16] 何少华. 递推最小二乘和误差自回归联合校正方法[J]. 水电能源科学, 1996, 14(2): 78 - 83.
- [17] 王凤君,刘忠,韩玉梅. 洪水预报误差时序分配实时校正法[J]. 黑龙江水专学报, 1995, 22(1): 34 - 37.
- [18] 王文圣,丁晶,金菊良. 随机水文学[M]. 第2版. 北京: 中国水利水电出版社, 2008.
- [19] Wang Lei, Liu Hongxing. An efficient method for identifying and filling surface depressions in digital elevation models for hydrologic analysis and modelling [J]. International Journal of Geographical Information Science, 2006, 20(2): 193 - 213.
- [20] 刘登伟,封志明,杨艳昭. 海河流域降水空间插值方法的选取[J]. 地球信息科学, 2006, 8(4): 75 - 79 + 83.
- [21] Duan Q Y, Gupta V K, Sorooshian S. Shuffled complex evolution approach for effective and efficient global minimization [J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 1993, 76(3): 501 - 521.