第24卷第1期
2013年 2月
水资源与水工程学报
Journal of Water Resources & Water Engineering
Vol. 24 No. 1
Feb. ,2013

混沌粒子群优化算法在确定含水层参数中的应用

周秀秀[a], 常安定[a], 郭建青[b], 王久杰[a]
(长安大学 a. 理学院; b. 环境科学与工程学院, 陕西 西安 710064)

摘 要: 以泰斯公式为例,将混沌粒子群优化算法应用于求解分析抽水试验数据,解决含水层参数的函数优化问题。通过在粒子群算法的初始化粒子位置及后续的细搜索过程中加入混沌序列,提高了算法的收敛速度和精度。数值实验结果表明:混沌粒子群算法能够有效地应用于求解含水层参数计算问题;粒子数的增多对混沌粒子群算法收敛性的影响不明显;待估导水系数选取不同的倍数均体现出混沌粒子群算法的收敛性明显优于粒子群优化算法。混沌粒子群算法应用于确定含水层参数是可行的。

关键词: 混沌寻优; 粒子群优化; 抽水实验数据; 含水层参数
中图分类号:TV211.12 **文献标识码**: A **文章编号**: 1672-643X(2013)01-0096-04

Application of chaos particle swarm optimization algorithms to estimation of aquifer parameters

ZHOU Xiuxiu[a], **CHANG Anding**[a], **GUO Jianqing**[b], **WANG Jiujie**[a]
(*a. College of Science*; *b. School of Environmental Science & Engineering*, *Chang'an University*, *Xi'an* 710064, *China*)

Abstract: Taking taylor's formula for example, the paper applied chaos partiele swarm optimization algorithm to analyze pumping test daga so as to slove the function optimization problem of parameters in aquifer. Through particle swarm optimization algorithm in the initial position and fine search process the chaotic sequence was added. The numerical experiment results show that the CPSO algorithms are effective to solve the aquifer parameter function optimization problem; the influence of particle increase on the convergence of chaos particle swarm optimization algorithms are not obvious; the initial value of conductivity selecting different multiples embodied that chaos particle swarm optimization algorithm is superior to the convergence of particle swarm optimization algorithms. To apply the CPSO algorithms to determining the aquifer parameters is feasible.

Key words: chaos optimization; particle swarm optimization; pumping test data; aquifer parameters

0 引 言

在进行地下水资源评价和开发利用的过程中,诸如导水系数和储水系数等含水层参数是非常重要的基本数据,分析非稳定流抽水试验数据是确定含水层参数的主要途径之一。自1935年泰斯公式[1]出现以来,一直是分析非稳定流抽水试验数据,确定含水层参数的基本公式。确定含水层参数的基本方法有:非线性最小二乘法[2]、Su shil K. S. 方法[3-4]和直线图解法[5]等。然而,这些方法在实际应用中均具有一定的局限性[6]。付晓刚等运用单纯形法[7]确定含水层参数,该算法具有较强的局部搜索能力,但它对初始解的构成和所研究问题具有较强的依赖性,容易陷入局部极小值。

近年来,人们已经将属于智能优化算法的混沌序列优化、粒子群优化等方法应用于分析抽水试验,确定含水层参数问题。混沌序列[8]具有随机性与遍历性的特点,但混沌序列过长导致运算时间长,需要较大的迭代步数才能得到较好的解。粒子群优化算法[9](particle swarm optimization,PSO)操作简便,依赖经验参数较少,但其进化后期收敛速度慢、精度差,且易陷入局部极值点。因此,把混沌优化技术融入到粒子群算法中,提出混沌粒子群优化算法(chaos particle swarm optimization,CPSO),将该算法应用于求解分析抽水试验数据、估计含水层参数的函数优化问题,与粒子群优化算法相比,收敛性得到有效

收稿日期:2012-11-22; **修回日期**:2012-12-10
基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金(CHD2012TD015)
作者简介:周秀秀(1989-),女,陕西咸阳人,硕士生,主要从事最优化理论与方法研究。
通讯作者:常安定(1964-),男,陕西大荔人,教授,硕导,主要从事水文地质的数学方法研究。

的改善。

1　混沌粒子群算法

1.1　粒子群优化算法

假设搜索空间是 D 维，搜索空间有 n 个微粒，微粒群中第 i 个微粒的位置用 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{iD})$ 表示，第 i 个微粒的速度表示为 $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \cdots, V_{ID})$。第 i 个微粒经历过的最好位置记为 $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \cdots, p_{iD})$，称为个体极值 P_{best}。整个微粒群迄今为止搜索到的最好位置记为 $p_g = (p_{g1}, p_{g2}, \cdots, p_{gD})$，称为全局极值 g_{best}。对于每一个微粒，其第 d 维 $(1 \leqslant d \leqslant D)$ 根据如下等式变化：

$$\begin{cases} v^{k+1}_{id} = wv^k_{id} + c_1 r_1 (p^k_{id} - x^k_{id}) + c_2 r_2 (p^k_{gd} - x^k_{id}) \\ x^{k+1}_{id} = x^k_{id} + v^{k+1}_{id} \\ \quad i = 1,2,\cdots,n;\ d = 1,2,\cdots,D \end{cases} \tag{1}$$

式中：w 为加权系数，取值在 0.4 ~ 0.9 之间；c_1, c_2 为学习因子；$r_1, r_2 \in [0,1]$ 之间的均匀分布随机数。粒子每一维的最大速率被限制为 $v_{\max}$，粒子每一维的位置也被限制在允许范围之内。将 w 从最大惯性权重到最小惯性权重之间线性减小。

$$w = w_{\max} - \frac{w_{\max} - w_{\min}}{iter_{\max}} k \tag{2}$$

式中：$iter_{\max}$ 为最大迭代步数；$w_{\max}$ 为最大惯性因子；$w_{\min}$ 为 最小惯性因子。

1.2　混沌优化算法

混沌优化过程分为粗搜索与细搜索两个阶段。粗搜索阶段是利用确定性迭代方式产生的遍历性轨道对整个解空间进行考察；细搜索阶段是以粗搜索满足一定条件的结果为中心，通过附加混沌变量的小扰动进行局部的搜索，直至算法终止准则满足为止。

如下的 Logistic 方程是一个典型的混沌系统：

$$z_{n+1} = \mu z_n (1 - z_n),\ n = 0,1,2,\cdots \tag{3}$$

式中：μ 为控制参量，$\mu = 4$ 时系统完全处于混沌状态，Logistic 映射为(0,1)区间上的满映射。利用混沌变量对初值的敏感性，赋给(3)式若干不同的初值可得到相应的混沌变量。初值不包括混沌迭代方程的不动点(0.25、0.50、0.75)。

1.3　混沌粒子群优化算法

研究表明，虽然混沌搜索因其遍历性特点能避免陷入局部极值点，但通常需要大量的迭代步数才能获得较好的解。因此，将混沌优化算法与 PSO 算法结合得到混沌粒子群混合算法，基本思想是首先产生一组与优化变量相同数目的混沌变量，用类似载波的方式将混沌引入优化变量使其呈现混沌状态，同时把混沌运动的遍历范围放大到优化变量的取值范围，直接利用混沌变量进行迭代，以满足一定条件的结果为中心，进行局部扰动的混沌变量继续迭代搜索，直至算法满足终止条件。

设寻优问题的目标函数为：

$$\min f(x_1, x_2, \cdots, x_D)$$

$$s.t.\quad a_j \leqslant x_j \leqslant b_j,\ j = 1,2,\cdots,D$$

则混沌粒子群优化算法 CPSO 的算法流程如下：

Step 1：初始化设置最大迭代次数以及 CPSO 算法相关参数。

Step 2：混沌初始化粒子位置和速度。

(1) 随机产生一个 D 维每个分量数值在 0 ~ 1 之间的向量，$z_1 = (z_{11}, z_{12}, \cdots, z_{1D})$，$D$ 为目标函数中的变量个数，根据式(3)，得到 n 个向量 $z_1, z_2, \cdots, z_n$。

(2) 将 z_i 的各个分量按式 $x_{i,j} = c_j + d_j z_{i,j}$ 载波到对应变量的取值区间，$j = 1,2,\cdots,D$，其中 c_j 和 d_j 为常数，用以对优化变量进行尺度变换，随机产生 n 个初始速度。

Step 3：每个粒子的个体极值点设置为其当前位置，且计算出相应的个体极值；并从 n 个个体极值中选择出最好的作为全局极值，并将全局极值点设置为该最好粒子的当前位置。

Step 4：根据公式(1)更新粒子的速度和位置。

Step 5：如果更新后的粒子适应度优于个体极值 $\mathrm{P_{best}}$，更新当前个体极值；如果更新后的粒子适应度优于全局极值 $\mathrm{g_{best}}$，更新当前的全局极值。

Step 6：若迭代次数达到一定值或 达到要求，则停止粒子群寻优过程，下面利用当前全局极值点进入混沌小扰动的细搜索阶段；反之返回 Step 4。

Step 7：令 $k1 = 1$，按式 $x'_{i,j} = p_{gj} + randn\ x_{i,j}$ 进行第二次载波，新适应度值与全局极值进行比较，如果较优则更新全局极值。其中 $randn\ x_{i,j}$ 为遍历区间很小的混沌变量，p_g 为当前全局极值点。

Step 8：用二次载波后的混沌变量继续进行迭代搜索。新适应度值与全局极值进行比较，如果较优则更新全局极值，否则 $k_1 = k_1 + 1$。如果满足终止条件则停止搜索，输出最优解 p_g、全局极值 g_{best}；反之返回 Step 7。

算法流程图如图 1 所示。

2　泰斯公式与目标函数

2.1　泰斯公式和井函数值的计算

在含水层为均质、各向同性和无限延伸的条件下，若以定流量进行抽水，则在抽水开始后 t 时刻，

在含水层中距抽水主井距离为 r 点处的水位降深可以表示为：

$$s = \frac{Q}{4\pi T}W(u) \tag{4}$$

式中：s 为水位降深，m；Q 为抽水流量，m^3/s；T 为含水层导水系数，m^2/s；$W(u)$ 为泰斯井函数，其表达式为：

$$W(u) = \int_u^{\infty} \frac{\exp(-x)}{x}dx \tag{5}$$

式中：u 为无量纲时间，其表达式为：

$$u = \frac{r^2\mu}{4Tt} \tag{6}$$

式中：μ 为含水层的弹性释水系数，无量纲。

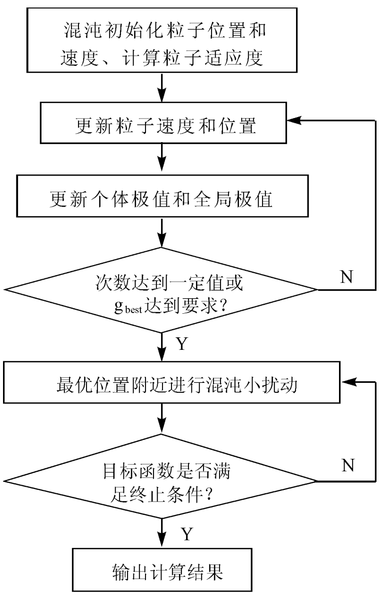

图1 混沌粒子群算法流程图

从式(5)可以看出，在计算水位降深值时，需要计算广义积分数值。在此采用 Srivastava R 在文献[10]中给出的近似表达式进行计算，其为：

$$W(u) = -\ln u + a_0 + a_1u + a_2u^2 + a_3u^3 + a_4u^4 + a_5u^5,\quad u \leqslant 1$$

$$W(u) = \frac{1}{ue^u}\frac{b_0 + b_1u + b_2u^2 + b_3u^3 + u^4}{c_0 + c_1u + c_2u^2 + c_3u^3 + u^4},\ u \geqslant 1$$

其中的常数值分别为：$a_0 = -0.577\,72$、$a_1 = 0.999\,99$、$a_2 = -0.249\,91$、$a_3 = 0.055\,19$、$a_4 = -0.009\,76$、$a_5 = 0.001\,08$、$b_0 = 0.267\,77$、$b_1 = 8.634\,76$、$b_2 = 18.059\,02$、$b_3 = 8.573\,3$、$c_0 = 3.958\,50$、$c_1 = 21.099\,65$、$c_2 = 25.632\,96$ 和 $c_3 = 9.573\,32$。Rajesh 指出，以上的近似表达式与泰斯公式精确解相比较具有的相对误差小于0.001%[10]。

2.2 目标函数的构成

在应用混沌粒子群优化算法时，要求欲估计的参数值能使下式表达的目标函数达到极小，即：

$$\varphi(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(s_i^0 - s_i^c)^2 \Rightarrow \min \tag{7}$$

式中：s_i^0 为在抽水开始后第 i 时刻观测到的实际水位降深值；s_i^c 为利用式(4)计算的第 i 时刻的水位降深值；θ 为待估参数向量；$i = 1,2,\cdots,N$ 为抽水试验过程中水位降深观测时间的序列号。式(7)的意义为选取适当的参数 θ 值，使得降深观测值与其计算值间的离差平方和的均值达到极小，此时对应的参数值即为问题所求。

3 数值实验

3.1 实验数据与实验条件

3.1.1 实验数据 为了验证方法的可靠性，采用文献[5]中给出的原始抽水试验数据进行数值实验。试验中的抽水流量为0.073 m^3/s，抽水持续时间为800 min。表1中给出的是在抽水开始后距抽水主井距离为30.48 m处观测孔中的水位降深观测数据。

表1 原始抽水水位降深观测值 min,mm

t	5	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100
s	24	66	99	123	150	165	198	219	240	258	276	288	300
t	110	120	180	240	300	360	420	480	540	600	660	720	800
s	312	321	372	405	435	456	477	495	513	519	531	543	558

3.1.2 实验条件 根据算法流程，利用由 MATLAB 语言编制的程序进行数值实验，以目标函数的绝对值小于 1×10^{-5} 作为算法终止准则。如果迭代次数超过最大迭代次数且目标函数的绝对值大于 1×10^{-5}，则认为计算失败。实验中，粒子数目分别取30和60两种情况，取储水系数的可能最大值0.5作为其上限，取0为下限，导水系数的下限取为0，上限取文献[5]中利用直线图解法得到结果的100、200和500倍。以连续运行100次所得函数平均全局最优值以及寻优率作为算法优劣性的衡量指标。

3.2 实验结果初步分析

3.2.1 不同方法计算结果的比较 表2中给出了利用混沌粒子群优化算法和文献中采用其他方法分析该抽水试验数据资料的参数计算结果。从表中可知，混沌粒子群优化算法得到的参数和其他方法得到是接近的，所得的目标函数值 $\varphi(\theta)$ 比其他方法得到的更小，由此可知混沌粒子群算法计算结果是可靠的并且精度更高。

3.2.2 混沌粒子群优化算法与粒子群优化算法比较 表3、表4是在导水系数上限取文献[5]中利用

直线图解法得到结果的 100、200、500 倍，最大迭代次数均为 120 次，粒子数为 30、60 个的条件下给出寻优率及平均全局最优值。从中得出粒子群算法随着导水系数上限的扩大收敛速度逐渐变差，而混沌粒子群算法在导水系数上限取不同倍数时所得结果差异不大，说明待估参数的范围对混沌粒子群算法的收敛性影响不大。对于这两种算法粒子数增多能提高算法的寻优率，相比之下混沌粒子群算法更稳定。因此，混沌粒子群算法在搜索最优值以及寻优率上均优于粒子群算法。

表 2　不同方法的计算结果　m^2/min

方 法	计算结果		
	T	μ	$\varphi(\theta)$
混沌粒子群优化算法	2.80	0.064	0.70×10^{-5}
Su shil K. S. 方法[3]	2.76	0.060	8.53×10^{-5}
直线图解法[5]	3.00	0.067	54.7×10^{-5}
混沌序列优化算法[6]	2.93	0.063	14.1×10^{-5}
粒子群算法[9]	2.88	0.062	4.10×10^{-5}

表 3　粒子群算法结果

粒子数/个	$N=30$			$N=60$		
待估参数的倍数	100	200	500	100	200	500
寻优率 /%	62	26	4	96	55	15
平均最优值 /10^{-5}	33.8	65.4	450.0	0.7	11.2	150.0

表 4　混沌粒子群算法结果

粒子数 / 个	N = 30			N = 60		
待估参数的倍数	100	200	500	100	200	500
寻优率/%	81	80	79	99	98	97
平均最优值/10^{-5}	0.84	0.80	0.96	0.69	0.70	0.71

4　结　语

通过对算法步骤的介绍和实际算例的结果分析可知，混沌粒子群算法能够有效地应用于求解分析抽水试验资料，确定含水层参数的函数优化问题。实验结果表明：①通过将混沌序列与粒子群两种算法的结合大大改善了粒子群算法的计算精度；②通过分析抽水实验数据，表明混沌粒子群算法的性能明显优于粒子群算法。

参考文献：

[1] 陈崇希，林 敏. 地下水动力学[M]. 武汉：中国地质大学出版社，1999：70 – 122.

[2] 齐学斌. 非稳定流抽水试验参数的迭代算法及计算机模拟[J]. 水利学报，1995，26(7)：67 – 71.

[3] Sushil K Singh. Confined aquifer parameters from temporal derivative of drawdowns[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2001, 127(6): 466 – 470.

[4] Sushil K Singh. Simple method for confined parameter estimation[J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 2000, 126(6): 404 – 407.

[5] Department of the Interior (USDI) U. S. Groundwater Manual[M]. Bureau of Reclamation. Supt. of Documents, U S Govt. Printing Office, Washington D C, 1977: 119.

[6] 郭建青，李 彦，王洪胜，等. 确定含水层参数的混沌序列优化算法[J]. 中国农村水利水电，2006(12)：30 – 33.

[7] 付晓刚，代锋刚，邹 晔. 单纯形探索法在确定含水层参数中的应用[J]. 水资源与水工程学报，2011，22(6)：46 – 49.

[8] 郭建青，李 彦，王洪胜，等. 利用混沌优化算法确定河流水质模型参数[J]. 水力发电学报，2004，23(4)：92 – 96.

[9] 郭建青，李 彦，王洪胜，等. 粒子群优化算法在确定含水层参数中的应用[J]. 中国农村水利水电，2008(4)：4 – 7.

[10] Srivastava R. Implications of using approximation expressions for well function[J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 1995, 121(6): 459 – 462.