

并联组合建模在径流预测中的应用

黎育红, 姜福厚, 刘任改

(华中科技大学 水电与数字化工程学院, 湖北 武汉 430074)

摘要: 针对径流预报的具体特征和相关问题, 本文首先建立多元时变灰色预测模型, 在分析多元时变灰色预测模型、非时变的免疫神经网络模型、最小二乘支持向量机模型在径流预报中应用的优势和不足的基础上, 讨论并联组合预测建模的实用意义, 并基于提高样本数据的精度将三者进行并联组合集成建模, 充分发挥多种模型各自优点且相互补充。最后以新疆伊犁河雅马渡水文站的年径流预测为例, 对该站年径流量进行并联组合预测建模, 通过与三个单项模型的预测结果的比较分析, 证实了本文所提出的组合预测的合理性、普适性和可靠性。

关键词: 径流预报; 信息熵; 并联组合建模; GM(1, N); IEA-BP; LS-SVM

中图分类号: P333.1

文献标识码: A

文章编号: 1672-643X(2013)01-0045-05

Application of parallel combination modeling in runoff prediction

LI Yuhong, JIANG Fuhou, LIU Rengai

(School of Hydropower and Information Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: Aimed at the specific characteristics of runoff forecast and related issues, this paper first established a diversity changeable gray prediction model. Based on the analysis of the advantages and shorts of application of the diversity changeable gray prediction model, non-time-varying immune neural network model, least squares support vector machine model in runoff forecast, it discussed the practical significance of predictive modeling of parallel combination, and integrated the three model into parallel combination model so as to improve the precision of the sample data and full played their respective advantages and complement each other. Last, taking the annual runoff forecast of Xinjiang Yili Yamadu hydrological station for example, the paper set up the parallel combination model for annual runoff of the station, and confirmed the rationality, universality and reliability of the combination forecast model by comparative analysis of the predicted results of three individual models.

Key words: runoff forecast; information entropy; parallel combination modeling; GM(1, N); IEA-BP; LS-SVM

0 引言

我国自古以来就是一个洪水频发的国家, 洪水损失之大、影响范围之广, 居各种自然灾害前列。因此水文预报就显的尤为重要, 现在径流预报方法很多, 其中主要的有数理统计法、相关分析法、经验预报法等。

由于水文系统的复杂性及水文要素变化的不确定性, 决定了用单一的方法进行径流预测, 或者把希望寄托于改进的数理统计方法, 根本无法全面提高其预报中计算、预测和决策的精度和可靠性。而将各种方法结合起来, 即采用组合建模的途径, 特别是

将确定性的人工神经网络方法结合不确定性的随机、模糊、灰性、混沌等方法进行组合, 在中长期洪水预报工作中发挥越来越重要的作用。国外的 Lloyd H. C. Chua 等^[1] 利用运动波模型、自回归滑动平均模型与人工神经网络模型组合, 建立径流预报模型, 有效的解决把流出流量作为神经网络的输入条件时导致的误差, 提高了预报的精准度。国内的林武星等^[2] 利用小波分析的多分辨率分解功能将径流序列分解成简单的序列, 再利用 PSO 对自适应神经模糊推理系统进行优化, 最后把小波分析与 PSO 优化的 ANFIS 进行组合对径流序列进行预测, 达到比较好的预测结果。丁红等^[3] 利用 dmey 小波变换把径

收稿日期: 2012-10-20; 修回日期: 2012-12-06

基金项目: 水利部公益性行业科研专项 (201001080); 华中科技大学科学研究基金、中央高校基本科研业务费资助 (HUST2011QN067) 联合资助

作者简介: 黎育红 (1972-), 男, 湖北孝感人, 博士, 副教授, 主要研究方向为水环境复杂系统分析及其工程应用。

流时间序列分解为高频信号和低频信号,再使用遗传算法优化的 BP 神经网络分别对其进行预测,最后利用 dmey 小波逆变进行重构,以此建立径流总流量预测模型,为径流时间序列预测提供一个有效的建模方法。

为了在实际预测中能够充分利用各单一模型在预测建模中的优势,又能相互约束各自的缺陷,本文基于拟合误差最小的原理对预测对象进行并联组合建模。“并联组合”的概念是区别于目前广泛流行的“串联组合”方法而提出的。“串联组合”方法可以理解为在预测建模过程中,用不同的单项模型来逐个进行建模演进,即在时间上是串行的。而“并联组合”方法是指各单项模型的预测过程在时间上是并行的计算过程,在得到各自的预测结果后通过加权求和法计算最终组合预测结果^[4]。

1 组合预测

预测模型的改进是为了尽量降低预测误差求得比较符合未来实际情况的预测结果,对同一预测对象的同一预测要求同时采用两种或两种以上不同的预测技术方法,进行不同的预测运算,以便将运算结果进行综合、对比、平衡,取其最优值。为了使预测值与真实值的误差平方和最小,下面对两种或两种以上不同的预测技术方法加权组合,以达到最优。

设实际观测值为 $y_t, t = 1, 2, \dots, N, f_t$ 为组合模型的预测值, $e_t = y_t - f_t$ 为组合模型的预测误差。 f_{it} 为第 i 种方法的预测值。 $e_{it} = y_t - f_{it}$ 为第 i 种方法的预测误差, k_i 为第 i 种预测方法的预测值在组合模型中的权数,并且

$$\sum_{i=1}^n k_i = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n; t = 1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

则 $f_t = \sum_{i=1}^n k_i f_{it}$ 称为多种预测的组合模型。如果找到 $K = (k_1, k_2, \dots, k_n)^T$, 使该加权平均预测的误差平方和最小,则称之为组合改进预测模型。由于:

$$\begin{aligned} e_t &= y_t - f_t = \sum_{i=1}^n k_i y_t - \sum_{i=1}^n k_i f_{it} = \sum_{i=1}^n k_i e_{it} \\ &= (k_1, k_2, \dots, k_n) (e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{nt})^T \\ &= (e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{nt}) (k_1, k_2, \dots, k_n)^T \end{aligned} \quad (2)$$

所以有:

$$\begin{aligned} e_t^2 &= (k_1, k_2, \dots, k_n) (e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{nt})^T \cdot \\ &\quad (e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{nt}) (k_1, k_2, \dots, k_n)^T \end{aligned}$$

$$= (k_1, k_2, \dots, k_n) \begin{pmatrix} e_{1t}^2 & e_{1t}e_{2t} & \cdots & e_{1t}e_{nt} \\ e_{2t}e_{1t} & e_{2t}^2 & \cdots & e_{2t}e_{nt} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{nt}e_{1t} & e_{nt}e_{2t} & \cdots & e_{nt}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix} \quad (3)$$

误差平方和:

$$J = \sum_{t=1}^N e_t^2 = (k_1, k_2, \dots, k_n) \cdot \begin{pmatrix} \sum_{t=1}^N e_{1t}^2 & \sum_{t=1}^N e_{1t}e_{2t} & \cdots & \sum_{t=1}^N e_{1t}e_{nt} \\ \sum_{t=1}^N e_{2t}e_{1t} & \sum_{t=1}^N e_{2t}^2 & \cdots & \sum_{t=1}^N e_{2t}e_{nt} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{t=1}^N e_{nt}e_{1t} & \sum_{t=1}^N e_{nt}e_{2t} & \cdots & \sum_{t=1}^N e_{nt}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix}$$

记 $K = (k_1, k_2, \dots, k_n)^T$

$$E = \begin{pmatrix} \sum_{t=1}^N e_{1t}^2 & \sum_{t=1}^N e_{1t}e_{2t} & \cdots & \sum_{t=1}^N e_{1t}e_{nt} \\ \sum_{t=1}^N e_{2t}e_{1t} & \sum_{t=1}^N e_{2t}^2 & \cdots & \sum_{t=1}^N e_{2t}e_{nt} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{t=1}^N e_{nt}e_{1t} & \sum_{t=1}^N e_{nt}e_{2t} & \cdots & \sum_{t=1}^N e_{nt}^2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

则 $J = K^T \cdot E \cdot K$

令 $R = (1, 1, \dots, 1)$, 则上面的问题化为在约束条件 $R \cdot K = 1$ 下, 求 K 使 $J = K^T \cdot E \cdot K$ 最小。下面利用拉格朗日乘数法解决此条件极值问题^[5]。

作拉格朗日函数

$$L = K^T \cdot E \cdot K + \lambda (R \cdot K - 1) \quad (6)$$

则有 L 函数有直接极值的必要条件为:

$$\frac{dL}{dK} = 0 \quad (7)$$

即 $2EK + \lambda R^T = 0$ ^[6]。

$$K = -\frac{1}{2} \lambda E^{-1} R^T \quad (8)$$

代入到 $R \cdot K = 1$ 中得:

$$\lambda = \frac{-2}{RE^T R^T} \quad (9)$$

由此得到:

$$K = \frac{E^{-1} R^T}{RE^T R^T} \quad (10)$$

对于二模型的组合预测,还可以有下述结论:

$$k_1 = \frac{\sum_{t=1}^N e_{2t}^2 - \sum_{t=1}^N e_{1t} e_{2t}}{\sum_{t=1}^N e_{1t}^2 + \sum_{t=1}^N e_{2t}^2 - 2 \sum_{t=1}^N e_{1t} e_{2t}} \quad (11)$$

(1) 最优加权系数为:

$$k_2 = 1 - k_1 = \frac{\sum_{t=1}^N e_{1t}^2 - \sum_{t=1}^N e_{1t} e_{2t}}{\sum_{t=1}^N e_{1t}^2 + \sum_{t=1}^N e_{2t}^2 - 2 \sum_{t=1}^N e_{1t} e_{2t}} \quad (12)$$

(2) 组合改进预测的误差平方和为:

$$J_{\min} = \frac{\sum_{t=1}^N e_{1t}^2 \cdot \sum_{t=1}^N e_{2t}^2 - (\sum_{t=1}^N e_{1t} e_{2t})^2}{\sum_{t=1}^N e_{1t}^2 + \sum_{t=1}^N e_{2t}^2 - 2 \sum_{t=1}^N e_{1t} e_{2t}} \quad (13)$$

2 径流预报

在对径流量做预测时,不能把其当作“纯粹”的数据来看待,而要重点考虑径流量自身内在的发展规律,在预测过程中,应充分考虑对预测结果可能导致根本性影响的水文、气象等条件因素,如大气环流、太阳活动、强降雨等。因此,为了保证预报工作的集成性和普遍性,本文选取一个时变预测模型和两个非时变预测模型,它们是基于灰色理论的 GM(1,N) 时变预测模型、免疫神经网络和最小二乘支持向量机非时变预测模型,下面介绍 3 种建模的方法以及优缺点。

2.1 基于 GM(1,N) 的时变预测模型

灰色系统理论具有所需样本少、计算简单、拟合效果较好、可验性强等优点,改变了传统的数量统计模型需要满足大样本条件,所以灰色理论模型正好可以弥补水文分析中的“小样本”、“贫信息”条件下的建模问题。经典的 GM(1,1) 模型是一阶、单变量动态模型,虽然有比较理想的预测可靠性,但是仅仅考虑了单一行为变量自身的时变效果^[7],没有考虑其它因素对该行为变量的变化影响,为此,还可以采用 GM(1,N) 时变模型来预测径流, N 代表变量的个数,包括一个代表径流量自身的行为变量时间序列,和 $N-1$ 个解释变量时间序列。基于 GM(1,N) 时变预测模型的具体建模过程如下:

设 $X_1^{(0)} = \{X_1^{(0)}(1), X_1^{(0)}(2), \dots, X_1^{(0)}(n)\}$ 为系统特征数据序列(年径流量时间序列),而

$$X_2^{(0)} = \{X_2^{(0)}(1), X_2^{(0)}(2), \dots, X_2^{(0)}(n)\}$$

.....

$$X_N^{(0)} = \{X_N^{(0)}(1), X_N^{(0)}(2), \dots, X_N^{(0)}(n)\} \text{ 为}$$

影响径流量的主要相关因素解释变量序列。 $X_i^{(1)}$ 为 $X_i^{(0)}$ 的 1-AGO 序列($i=1,2,\dots,N$), $Z_1^{(1)}$ 为 $X_1^{(1)}$ 的紧邻生成序列,则称

$$x_1^{(0)}(k) + a z_1^{(1)}(k) = \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k) \quad (14)$$

为 GM(1,N) 灰色微分方程。

定义 $\hat{\alpha} = [a \ b_2 \ \dots \ b_N]^T$ 为 M(1,N) 灰色微分方程的参数列,根据最小二乘法可以得出:

$$\hat{\alpha} = (B^T B)^{-1} B^T Y$$

$$B = \begin{bmatrix} -z_1^{(1)}(2) & x_2^{(1)}(2) & \dots & x_N^{(1)}(2) \\ -z_1^{(1)}(3) & x_2^{(1)}(3) & \dots & x_N^{(1)}(3) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -z_1^{(1)}(n) & x_2^{(1)}(n) & \dots & x_N^{(1)}(n) \end{bmatrix}$$

$$Y = [x_1^{(0)}(2) \ x_1^{(0)}(3), \dots, x_1^{(0)}(N)]^T \quad (15)$$

$$\text{称 } \frac{dx_1^{(1)}}{dt} + ax_1^{(1)} = b_2 x_2^{(1)} + b_3 x_3^{(1)} + \dots + b_N x_N^{(1)} \quad (16)$$

为 GM(1,N) 灰色微分方程的白化方程,也称影子方程。

因此,可以求出白化方程的解、GM(1,N) 灰色微分方程的近似时间响应式、最后累减还原,就可计算径流量的预测结果值。

2.2 基于 IEA-BP 神经网络的预测模型

受大气环流、降雨等因素的影响,径流呈现出非线性、高维不确定性的特征,为此,学者们提出了基于人工神经网络的预测算法^[8-10],可以用来拟合系统中的不确定性和高维复杂性。其中,BP 神经网络是一种误差逆向传播算法训练的多层前馈神经网络,已被广泛的应用于径流预测。虽然 BP 算法具有简单、可塑性强的优点,但收敛速度慢,且它是基于梯度下降的方法,因而对初始权向量异常敏感,而且极易陷于局部极值而得不到最优权值分布。借鉴生物免疫系统中的细胞克隆选择学说和进化规划中的变异思想,有学者将免疫算法用来优化网络的权值,建立基于免疫进化算法优化的 BP 神经网络(IEA-BP)非时变模型来预测径流^[11]。与其它进化计算相比,免疫算法可以保持解群分布多样性,并具有很强的全局搜索能力,避免了解群分布不均匀时的未成熟收敛现象,从而加快收敛速度,最终达到全局最优,弥补了传统 BP 算法神经网络模型的不足。

先构造优化目标函数:

$$\min f = \frac{z-t}{t} \quad (17)$$

式中: z 为预测实际输出值; t 为预测输出目标值。

并随机产生网络的初始权值群体 $W(0)$ 、 $V(0)$ ，分别由 s 个输入层结点与隐含层结点间权值个体 $W_h(0)$ 、 s 个隐含层结点与输出层结点间权值个体 $V_h(0)$ 所构成。用训练样本来训练网络，用检验样本对网络进行检验，当误差不再减小时，根据基于免疫进化算法的子代群体生成函数来计算每对权值个体 $W_h(0)$ 、 $V_h(0)$ 对应的目标函数值 $f_h(0)$ ，选择 $\min f_h(0)$ 所对应的权值个体对作为初始最优权值个体对，将其再次生成 s 个权值个体对，构成下一子代权值群体 $W(1)$ 和 $V(1)$ ，再对网络进行训练和检验。

2.3 基于 LS-SVM 的非时变预测模型

人工神经网络的非线性模拟效果显著，广泛的被应用于径流预测，但是人工神经网络由于容易陷入局部最优，往往会导致误差过大。而支持向量机模型可以解决这一困难。而最小二乘支持向量机模型是标准支持向量机模型的一种改进，其优化指标采用了平方项，用等式约束条件来取代标准支持向量机的不等式约束条件，并采用二次误差函数来替换 SVM 模型中的 ε 不敏感损失函数，从而推出一系列等式约束，即将二次规划问题转变成线性方程组的求解，这样可以减小模型的计算复杂度，同时又加快了求解速度。目前，已有学者将该方法应用于中长期径流预报^[12]。

设训练样本集共有 N 个样本 $\{x_k, y_k\}_{k=1}^N$ ，输入为 $x_k \in R^n$ ，输出为 $y_k \in R$ ，在初始权空间构造如下最优化问题：

$$\begin{aligned} \min J(w, e, b) &= \frac{1}{2} w^T w + C \sum_{k=1}^N e_k^2 \\ \text{s.t. } y_k &= w^T \varphi(x_k) + b + e_k \\ k &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (18)$$

式中： $\varphi(\cdot)$ 是一个映射函数，把输入空间映射到一个所谓的高维特征空间（可能是无穷维）； w 是初始权空间的权向量； e_k 为误差变量； b 为偏项； C 为惩罚常数。

3 雅马渡水文站年径流量预测

本文以新疆伊犁河雅马渡水文站的年径流预测为例，收集 23 年的历史实测流量（用 y 表示，单位为 m^3/s ），以及对应的前期预报影响因子的实测特征值^[13-14]。所选取的因子包括如下 4 个：

x_1 ：前一年 11 月至当年 3 月伊犁气象站的总降水量，mm；

x_2 ：前一年 8 月欧亚地区月平均纬向环流指

数；

x_3 ：前一年 5 月欧亚地区月平均径向环流指数；

x_4 ：前一年 6 月 2800 MHz 太阳射电流量，单位为 $10^{-22} \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{Hz})$ 。

3.1 单项模型预测及误差分析

现将前 17 年数据资料作为预测模型训练样本集，后 6 年资料作为模型检验样本集进行预测检验。将 GM(1, N)、IEA-BP、LS-SVM 三个单项模型的参数设置及预测分析分别描述：

(1) GM(1, N) 时变预测模型。由于本案例中包含一个代表径流量自身的行为变量时间序列和 4 个解释变量时间序列，则 GM(1, N) 中的 N 取值为 5。根据公式 $\hat{\alpha} = (B^T B)^{-1} B^T Y$ ，可得

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= [a \quad b_1 \quad \dots \quad b_N]^T \\ &= [0.81 \quad 0.89 \quad -9.38 \quad 457.81 \quad -0.08]^T \end{aligned}$$

根据前面的原理进行计算，最后累减还原，即得径流量的计算结果。

(2) IEA-BP 神经网络预测模型。设置网络的隐含层节点个数为 4，由于有 4 个影响因子，可以构造 4-4-1 结构的 BP 神经网络，最大训练次数为 1800 次，学习速率 $\alpha = 0.12$ ， $\beta = 0.15$ ，初始权值范围 $[-10, 10]$ ，总共进化 15 代，全体规模 $s = 20$ ，用 IEA 算法优化网络权值，即可计算出径流量的预测结果。

(3) LS-SVM 非时变预测模型。由于现有数据资料属于小样本实例，建模前首先对数据作归一化处理，以消除实测数据不同单位和量纲所带来的影响。通过交叉验证，在核函数的选择时采用径向基核函数，确定核函数参数 $\sigma = 2.2$ ，惩罚常数 $C = 7$ ，不灵敏系数 $\varepsilon = 0.2$ ，经过样本训练，可计算出径流量的预测结果。

3.2 并联组合预测

根据组合预测计算公式，由三个单项模型的径流量预测结果数据，可以计算得到： $W_1 = 0.12274$ 、 $W_2 = 0.19852$ 、 $W_3 = 0.67874$ ，即分别是 GM(1, N) 模型、IEA-BP 模型、LS-SVM 模型在并联组合预测中的权重系数。最后求得最终的年径流量预测结果序列：

$$Y = \{358.3159, 340.3435, 305.1825, 435.9084, 319.8568, 325.2164\}$$

3.3 实验结果分析

将后 23 年径流量的实测数据与单一模型的预测数据绘制成折线图进行比较，如图 1 所示。不难

看出,LS-SVM模型的预测精度虽然最低,但其预测结果序列与实测年径流量比较的误差扰动最小,所以在组合模型中的熵权系数最大;IEA-BP模型的精度虽然最高,但由于误差扰动较LS-SVM模型大,所以权重次之;GM(1,N)模型的预测精度居中,但是由于误差扰动最大,所以其权重系数最小,在并联组合模型里的比重最低。而组合模型的预测精度相对于三个单项模型在样本数据中精度最高,但是在后面6年中精度介于IEA-BP模型与LS-SVM模型之间,这是因为在前17年中LS-SVM模型的精度最高,但是在后六年中IEA-BP模型精度最高,也就是由于未来不确定性,虽然精度不是那么高,但是其实例分析的结果充分体现了并联组合预测模型在不同单项模型优缺点之间的均衡效果,提高了径流量预测的合理性、可靠性和普适性。

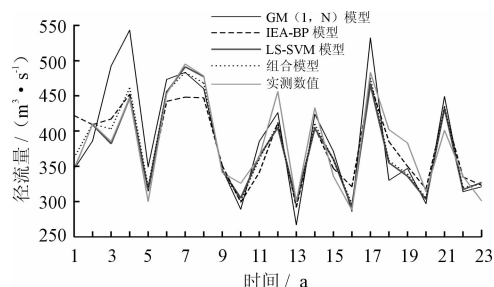


图1 预测效果比较

4 讨论与结论

径流预报是根据水文现象的形成和运动规律,利用过去和实测的水文气象资料,对未来一定时段内的径流变化情况所做的预测预报分析,是一项重要的水文分析工作。建立预测模型又是径流预报工作的核心内容。用统计模型建模一般需要拥有大量历史数据和实测数据,且需服从一定的统计规律和概率分布,而GM模型运用累加生成算子,弱化了时间序列的随机性,仅需要4个时间点的数据即可估算出模型参数,且达到一定模拟精度,在建模过程中遵循原始数据而又不拘泥于原始数据,在小样本条件下挖掘系统演化规律方面有独特功效,适合中长期预报;神经网络的优点是具有局部逼近网络的优点,可以近似任何非线性函数,它用于近期数据的模拟及预测,精度相当高,但对预测结果没有做一定的检验,中长期预测效果较灰色预测模型差,且需要较多的训练样本数据;支持向量机模型又解决了人工神经网络模型陷入局部最优导致预测误差过大的问题。

本文建立并联组合模型来预测年径流量。该方法虽然只能优化样本数据的精度,但它平衡了3个单项预测模型在实测数据和样本数据的数量及质量需求、建模机理、拟合及预测复杂度、预见期长短及适用性等方面的优缺点,使得模型间相互自适应的取长补短,弱化了单项预测建模分析的局限性,从而提高径流预测建模的整体合理性、可靠性及普适性。

参考文献:

- [1] Chua L H C, Wong T S W. Runoff forecasting for an asphalt plane by artificial neural networks and comparisons with kinematic wave and autoregressive moving average models[J]. Journal of Hydrology, 2011, 397(3-4): 191-201.
- [2] 林武星,王玉明,范力. 基于小波分析-PSO优化ANFIS的径流组合预测模型研究[J]. 中国农村水利水电, 2011(5): 21-27.
- [3] 丁红,杨杰. 小波变换集遗传算法神经网络的径流预测建模[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2012, 37(3): 580-587.
- [4] Li Yuhong and Chen Yue. Grey system theory based parallel combination forecast method and its application in Grey Systems and Intelligent Services[C] // IEEE International Conference on, 2009.
- [5] 同济大学数学教研室. 高等数学[M]. (第3版). 北京: 高等教育出版社, 1988.
- [6] 张尧庭. 方开泰. 多元统计分析引论[M]. 北京: 科学出版社, 1986.
- [7] 任政,郑旭荣,刘坤. 新疆玛纳斯河年径流预报研究[J]. 水土保持研究, 2005, 12(5): 190-192.
- [8] 李存军,邓红霞,朱兵. BP神经网络预测日径流序列的数据适应性分析[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2007, 39(2): 25-29.
- [9] 李红霞,许士国,范垂仁. 基于贝叶斯正则化神经网络的径流长期预报[J]. 大连理工大学学报, 2006, 46(z1): 174-177.
- [10] 殷峻暹,陈守煜,邱菊. 基于遗传与BP混合算法神经网络预测模型及应用[J]. 大连理工大学学报, 2002, 42(5): 594-598.
- [11] 郭淳,李祚泳,党媛. 基于免疫进化算法的BP网络模型在径流预测中的应用[J]. 水资源保护, 2009, 25(5): 1-4.
- [12] 赵红标,吴义斌, Hong-Biao Z. 基于支持向量机的中长期入库径流预报[J]. 黑龙江水专学报, 2009, 36(3): 1-4.